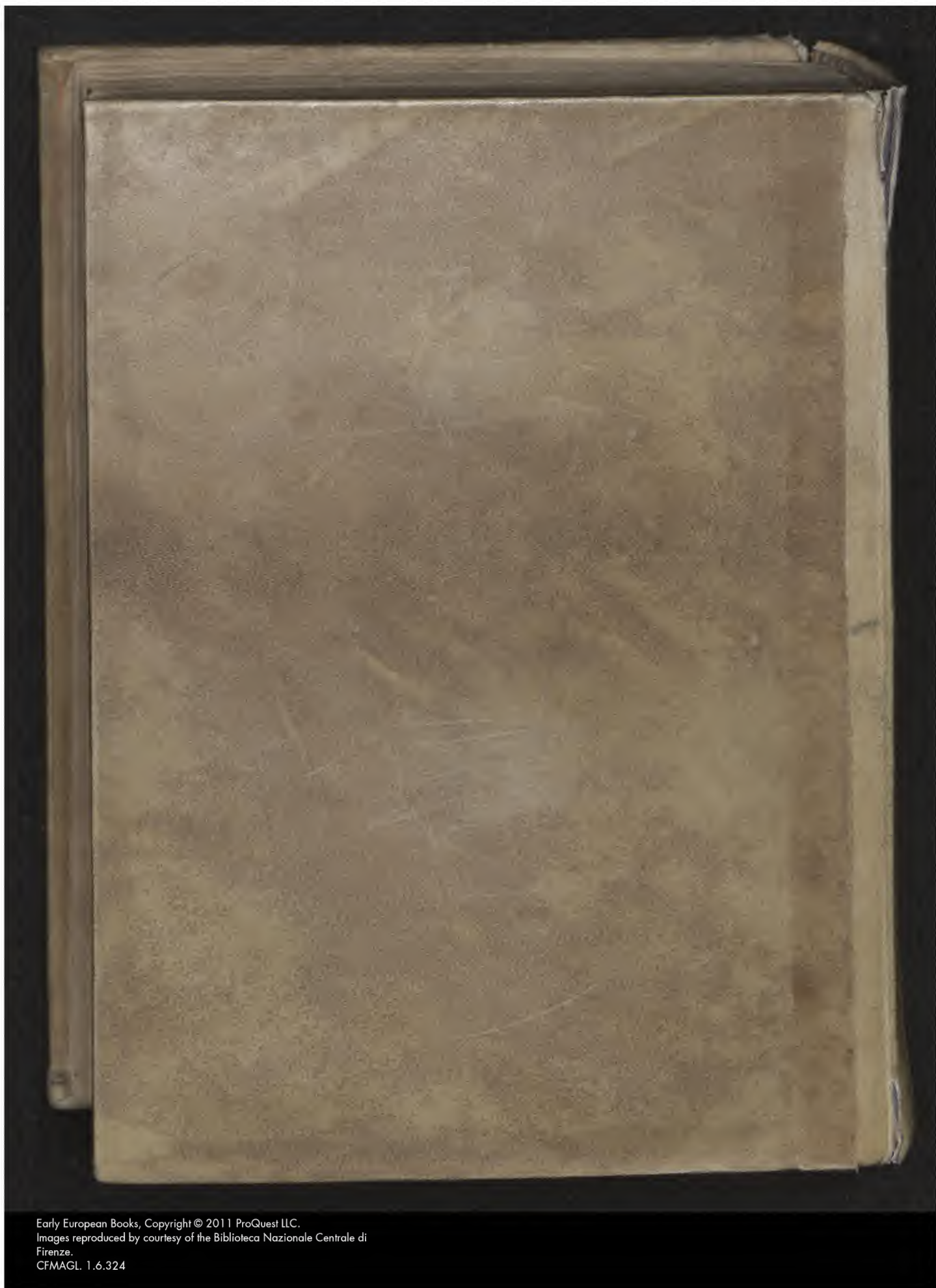


MAVROLYCI

*Opuscula
Mathematica*

*Venetis
1575*







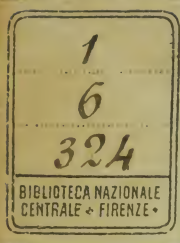
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di
Firenze.
CFMAGL. 1.6.324



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di
Firenze.
CFMAGL. 1.6.324



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di
Firenze.
CFMAGL. 1.6.324



D. FRANCISCI
MAVROLYCI
ABBATIS MESSANENSIS,
Opuscula Mathematica;

*Nunc primum in lucem edita, cum rerum omnium
notatu dignarum.*

INDICE LOCUPLETISSIMO.

PAGELLA HVIC PROXIME CONTIGVA,
eorum Catalogus est.



CVM PRIVILEGIO.

Venetijs, Apud Franciscum Franciscum Senensem.

M D L X X V.

CATALOGVS OPVSCVLORVM
in hoc volumine contentorum.

De Sphæra liber unus.	folio 1.
Computus Ecclesiasticus in summam collectus.	fol. 26.
Tractatus Instrumentorum Astronomicorum.	fol. 48.
Tractatus de Lineis horarijs.	fol. 80.
Euclidis propositiones elementorum, libri Tredecimi solidorum tertij, regularium corporum primi.	fol. 103.
Musicæ traditiones.	fol. 145.
De lineis horarijs libri tres.	fol. 161.
Quibus omnibus.	
Arithmeticonum libri duo demum accesserunt.	

ILLVSTRIS
ET EXCELLENTISS.

Metauriensium, & Vrbinatium

DVCI, PISAVRIENSIVMQVE
Principi inclyto.

FRANCISCO MARIAE II.

Ruucio Feltrio.



VM superioribus mensibus (Illustrissime Princeps)
librum hunc Celeberrimi Mathematici Mau-
roluci excudendum curassem, eumq; iam absolu-
tum deinde edere statuissem, anxius diu perple-
xusq; fui, quemnam promulgando nunc primum
libro inter Mathematica volumina quammaxi-
me conspicuo, nec tenuis operæ pretium lectoribus
allaturo patronum adiungerem: cuius auctoritate
mea quoque cura ac diligentia, quam eruditissimi philosophi monumentis
imprimendis adhibuissem, clarior splendidiorq; redderetur. Verum cum
illustres viros complures, eosq; præsertim, qui auctoritate, nobilitate, &
gratia excellunt, mihi proposuissent; te unum, Dux inclyte ac præstantis-
sime, tandem delegi, tanquam nobilitatis, gratiæ, auctoritatisq; nomine
cæteris præferendum, earumq; rerum in primis cognitione, quas in Opti-
mo Principe sapientes designarunt: iidemq; vix in uno ac altero reperire

a 2 potuerunt.

potuerunt. Maiores enim tui mihi animo eos repentini, cum eas, quæ ad immortalitatem contendunt, artes tam diligenter excoluerint, id potissimum attendisse videntur, ut homines gentem familiamve aliquam, unde omnium exempla virtutum emanarent, essent in posterum habituri. Namque Franciscum Mariam auum tuum singularis rei militaris peritia, & amplissimi honores haberi, nobilissimique, ex periculosissimis bellis parti triumphis, tanquam Imperatoris dignitatis exemplar, Martiaque disciplina legem ac regulam haud immerito constituerunt, iucundissimamque eius memoriam posteris reliquerunt. Iulium deinde patrum tuum, quis, cum vitam intueatur, mores, instituta, studiaque contempletur, & nihil humile, nihil obscurum, nihil vulgare, ampla omnia, præclara, digna genere tanto ab eo quotidie agi conspiciat; in sacro Cardinalium catu primas obtinere negabit? Parentis tui demum Guidobaldi, merito ambigere videntur homines, magisne virtus in bello, an in pace sapientia ac moderatio enituerit. Illud quidem asserere audeo, neminem esse, qui dubitet eum parentis sui & natura, & ingenio, & omni denique antea vita dignum sese filium præstitisse. Qui cum à Deo Optimo Maximo ad caelestem immortalitatem nuper vocatus fuerit, te filium paternæ auitæque Virtutis imitatore æmulumque reliquit quem ad omnem laudem natura genuit, ac disciplina erudit, à quo uno studia liberalesque artes sua repetunt ornamenta; quique, cum opibus valeas, acumine mentis excellas, eò omnes curas traducis, studiaque dirigis, ut ingenii huiusmodi artes ab omnibus penè neglectæ Principibus, tua beneficentia suffultæ recreentur. Præclare tu quidem legitimum illarum cultum, qui iam obsoleuerat, & Mathematicarum præsertim, quas à tenera ætate studiosissime didicisti, in pristinum decus gloriamque reducere conaris; dum antiquorum in hac disciplina libros, hominum incuria vel improbitate corruptos quam emendatissimos peruulgari curasti. Quapropter ego quoque, cum harum artium studia mirifice cum studiis tuis congruere perspexissem, feci non inuitus, ut in eadem disciplina librum tuo dignissimum patrocínio, sub tui præclari nominis, tanquam Principis, & eruditissimi sapientissimique Principis, auspicio imprimendum curarem. Tuae erit humanitatis, animique altitudinis consilium nostrum non improbare, voluntatem fovere, nosque in posterum reddere alacriores ad longè maiora aggredienda, longèque illustriora nostri in te animi signa ostendenda. Quod ut eueniat, Deum precamur, ut te, comuni omnium causa, quam diutissime nobis seruet incolumen. Vale.

Venetis VII. Kalendas Augusti Anno salutis M D LXXV.

Franciscus Franciscus Senensis.

INDEX COPIOSISSIMVS IN LIBELLOS, DE SPHÆRA

COMPVTO ECCLESIASTICO,
INSTRVMENTIS ASTRONOMICIS

LINEIS HORARIIS, PROPOSITIONIBVS
*elementorum Euclidis, Musicis traditionibus, ac demum
iterum de lineis horarijs.*

Alphabetica serie digestus.



De litera A.



CUMM & gra- uitas, qualitates voca, & sono- rum, vnde cau- sentur. 146	Aer percussus sonum efficit. 146
Addito pro ali- quot figurarū la- teribus. 114	Alceus, cui inuentionem tibiz adscri- bat. 159
Item pro scientia ordcharum. ibid.	Alexandriz latitudo quot gradus. 60
Aequator sphæraz, qui 9	Altitudinis cuiuspiam, vel longitudi- nis spacium, quomodo per quadra- tum geometricum innotescit. 49. 50
Aequalitas initium proportionum 150	Altitudo quæpiam ob aliquid impedi- mentum inaccessibilis, quomodo mensuranda. 50
Aequinoctia, Solstitia, & quatuor tem- pora. 30	Altitudo Solis, & vmbra per singulas horas, quomodo describendæ. 239
Aequinoctialem inter & Tropicū de- gentium, situs. 15	Amblygonium triangulum. 4
Aequinoctialis altitudo quomodo de- prehendenda. 53	Amphiscij qui. 17
Aequinoctialis parallelus qui. 162	Ampullæ arenariz, qñ inuentæ. 161
Aequinoctiorum retrocessio 46	Anaximenes Milesius horologij Scio- terici inuentor. 161
Aequinoctiorū, & Solstitiorū pūcta. 10	Cuius vsus apud Romanos quanto tempore fuit. ibidem.
Aer cur Octahedrica forma præditus dicatur. 8	Anguli tres coniuncti quid efficiant. 4
	Anguli omnes rectilinear figuræ cuius- libet coniuncti, quid conficiant. 4
	Angulus quid. 4
	Angulorum species. ibid.
	Angulus 2 3

I N D E X

Angulus obtusus.	4	Ascensio astri obliqua, quomodo inuenienda.	236
Angulus acutus.	ibidem.	Ascensionalis differentia astri, quomodo inteniatur.	236
Angulus solidus unde fit.	5	Ascensionalis differentia stellarum, quare.	163
Angulus in quadrato, in hexagono, & in triangulo, qualis, & quantum valeat.	6	Ascensionum, vel descensionum mora.	16
Annus duplex.	28	Astri locus, magnitudo, latitudo, ascensio, declinatio.	12
Annus Arabicus, qui.	ibid.	Astri loci visus, & aspectus diuersi.	22
Annus Aegyptius.	ibidem.	Astrorum ortus, & occasus.	18
Annus Romanus.	ibid.	Astronomica praeambula quaedam.	162
Antipodes, siue Antichthones, qui.	17	Astrolabi Theoria, & fabrica.	61
Anusciij, qui.	17	Astrolabi scriptores, qui.	61
Anteci, hoc est, in contrapositionis & aequalibus parallelis habitantes.	17	Astrolabi dorsum quid habeat.	71
Apollonius prior inuentor Araneae.	161	Astrolabi faciei descriptionis recollectio.	72
Apotome quid,	169	Astrolabi vsus.	75
Apotome quorum sit differentia.	147	Astrolabi imperfectio, quare argui non potest.	74
Apotome quot Commatibus maior, & minor.	148	Astrorum corpora sphaerica.	7
Apotome quot Commatibus maior, quot vero minor.	153	Auditus ex quo fiat.	147
Aqua cuius figurae.	8	Aurei Numeri dispositio.	36
Aquae forma cur Icosahedrica.	143	Augis linea quare.	19
Aranea ex quibus constet.	71	Aux quid.	19
Archades primi in Latium instrumenta musica intulere.	159	Axes coniugati qui.	264
Arctico sub & Antartico degentium situs.	15	Axis sphaerae, qui.	7
Arcticus, & Antarticus, paralleli.	11	Axis mundi.	9
Arcticus, & Antarticus, qui paralleli sint.	163	Axis recta, quare.	263
Qui circuli sint vocati.	ibi	Azimut Arabicè quid vocetur.	70
Arcus astri diurnus quomodo inueniendus.	236		
Arcus coelesterni dierum & noctium sunt inuicem aequales.			
Armilla instrumenti usus.	78		
Armilla instrumenti fabrica.	77		
Aristarcus Samius Scaphae, siue hemisphaerii inuentor, & Disci in planicie.	161		
Aristoxeni allucinatio in sectione toni.	148		
Aristoxenus vocales differentias secundum graue & acutum in qualitate ponebat.	149		
Artis omnis subiectum infinitum est: sed opera nostra efficitur finitum.	147		

I N D E X

rum collationibus vocalium proportionum, scopu veritatis attingit. 160	Circuli maiores, & minores in sphaera quales. ibid.
De litera C.	Circuli diuisio. 12
C alculus laterum, & perpendicularium figurarum planarum, & solidarum. 143	Circuli altitudinum, qui. 13
Calculus vocalium proportionu. 160	Circuli per polum radiantem in sphaera incedentis, qui rectilineam vmbra proijcit, & quales periferia per radios, sub quibus & quales anguli comprehenduntur, in spacia & equalia in subiectum planum proijciuntur: quorum a contactu remotius, maius est. 66
Calendæ, Nonæ, & Idus. 29	Circulorum obliquorum in sphaera existentium, vmbra in planum subiectum projectæ, circulares proijciuntur. 63
Campanus scripsit de Computo. fol. 1	Circulorum semidiametri circumscriptibentium bases singulas quinque corporum regularium, in sphaera, cuius diameter duodecim pedum, inscriptorum. 144
Campanus errauit in traditione elementorum Euclidis, sed a Io. Renimontij correctus. 2	Circulorum & linearum positio. 163
Campanus quomodo de sphaera, & Computo scripserit. ibid.	Circulorum horariorum super & equatore, & parallelis mutua sectio. 168
Canobus stella vbi conspiciatur incipere horizontem radere. 59	Circuli horarij, qui. 163
Canonicæ Horæ. 47	Circuli horarij, qui & Secantes. 82
Cantilenarum genera tria. 149	Circuli tangentes, qui & quot. ibid.
Et ex quibus procedant. 152	Circuli a centro ad latus Trianguli æquilateri in circulo descripti perpendicularis, dimidium est semidiametri eiusdem circuli. 127
Chorda quinta in musica a quo adiecta. 147	Ciuitatis, aut loci cuiuspiam latitudo 163
A quibus cæteræ vsque ad vndecimam. ibidem.	Claues Fectoru, & earum inuentio. 40
Chorda linea quæ. 264	Clauium æquatio. ibid.
Chordæ in circulis proportionales diametris, similes abscindunt portiones. 5	Climata, quæ, & quot. 18
Chordæ duæ semicirculum complentes, angulū continent perfectū. 114	Cælum cuius figure, & motus. 7
Chordæ, ac sinus. 229	Cælo quæ forma congrua. ibid.
Chromaticum cantilenarū genus. 149	Cælum primum, primum mobile. 10
Chromaticū, ac molle, cur apud b. 152	Coincidentiæ linearum, quæ. 4
Rotundi apud f. 4	Columna figura. 5
Circulus, quid. 4	Columna tetragona, ad suum serratile dupla. 6
Circulus polo meridiano propinquior, in maiorem periferiā proijcitur. 62	Columna ad suam pyramidem tripla. ibidem.
Circulus altitudinis astronomicæ, qui 163	Coluri duo. 11. 163
Circuli omnes duo, omnesq; duæ sphaeræ, sunt adinuicē similes: & quare. 5	Comma quid sit. 147
Circuli duo similes in quotupla ratione diametrorum. 6	Quæ & sectio. & 153
Circuli in sphaeris, quorum diametri sphaericis diametris proportionales, similes abscindunt sphaericas proportionales. 6	Compurus Ecclesiasticus. 26
Circuli paralleli in sphaera qui. 7	a 4 Com-

I N D E X

Computus quid.	1	Cubi superficies sicut est ad Octahedri
Computus quid contineat.	ibid.	superficiē, sic Cubi solidū ad Octa-
Computi scriptores.	ibid.	hedri solidū in eadem sphæra. 123
Concurrentes quid, & vnde.	32. 33	Cubica superficies ad Octahedri su-
Eorum inuentio.	ibid.	perficiē, est sicut pyramidis latus ad
Concurrentium, Bissexti, Literæq; Do-		Octahedri latus in eadē sphæra. 127
minicalis inuentio per Cyclum so-		Cubica basis ad pyramidis basim, est
larem.	33	sicut tota Cubi superficies ad toram
Coni similes, qui.	5	Octahedri superficiem: & sicut soli-
Conica superficies, quæ sit.	263	dum ad solidum, & sicut pyramidis
Conica basis, quæ.	263	latus ad Octahedri latus. 129
Conica sectio, quæ.	264	Cubum construere, & data sphæra cō-
Conus quid.	5	prehendere, & ostendere, quod ip-
Conus rectus, qui.	263	sus sphære dimetiens potentia, tri-
Conus, est solidum sub circulo, & co-		plus est ad latus ipsius Cubi. 116
nica superficie contentum.	263	Cubus sub quot quadratis sit. 5
Consonantia, quarum sit vocum.	146	Cubus, siue Hexahedrum, quot basibus
Consonantiæ præcipuæ, vnde propor-		quadratis, & angulis solidis con-
tionem suscipiunt.	146	stet. 103
Consonantia a percussione commen-		Cubus triplus est ad pyramidem in ea-
surabilitas efficitur.	149	dem sphæra descriptam. 129
Consonantiam non recipit incommen-		Hoc idem alia ratione ostenditur. ibid.
surabilitas.	ibid.	Cubos, quot bases & angulos habet.
Consonantiæ optimæ, in quibus pro-		155
portionibus consistunt.	ibid. 149	Cycli quot, & ex quot annis cōstet. 31
Consonantiæ ubi consistent.	150	Cycli solaris.
Contrapositiæ lineæ communem dia-		ibid.
metrum habentes, quæ.	264	Cycli Lunaris, & quō inueniatur. 35
Corpora maiora, & minora quali mo-		Cycli Paschalis. 43
tu ciantur.	146	Cylindrus quid.
Corporum quinque regularium intra		5
sphæram inscriptorum latera, cuius		Cylindri similes, qui.
scilicet sphære diameter habet par-		ibid.
tes duodecim.	122	Cylindrus ad suum Conum triplus. 6
Corpus magis densum tremis velo-		
cius.	150	
Corpus minus, velocius tremis.	ibid.	
Cretenses in prælium egressi, cithara		
præcinente.	159	
Ctesibius Alexandrinus horologii ex		
aqua, & hydraulicarum machina-		
rum inuentor.	161	
Cubi quadratum, & Octahedri trian-		
gulum, ab vna sphæra comprehen-		
sorum, ab eodem circulo circumscri-		
buntur.	fol. 126	
Cubi designatio in dodecahedro.	142	
Cubi fabricatio in Octahedro.	142	
Cubi in Icosahedro condino.	ibid.	

De litera D.

David Rex & Propheta, musica-
lium instrumentorum auctor
multorum. 159
Declinationes, & ascensionēs cuiun-
que Zodiaci puncto debet, quomo-
do inueniendæ. 233
Declinationum, & ascensionum Solis,
q̄stiones quædā extraordinariæ. 242
Degentium sub Tropico, situs. 15
Degentium inter Tropicum & Arcti-
cum, vel Antarcticum, circulum, si-
tus ibidem. & eorum, quæ sub arcti-
co, & antarctico. Ibidem. & eorum
qui sub polo mundi. ibidem.
Degentium inter æquinoctialem, &
Tropicum.

I N D E X

Tropicum, Scius	ibid.	Disdiapason ex qua proportione fit	146
Deus solus infinitus	147	Dodecahedrum sub quot pentagonis, fit.	5
Diameter per centum ducta, quid efficiat.	4	Dodecahedrum sub quot pentagonis, basibus, & angulis solidis clauditur.	103
Diameter si dgetur in dimidium ambitus, produceretur plana superficies maximi circuli terrestris.	60	Dodecahedri constructio, & datae spære comprehensio: & ostensio, quod dodecahedri latus irrationale est, & quomodo vocetur, & quando.	118
Diametri globi terrestris sciscitatio.	60	Dodecahedri in Icosahedro coaptatio.	142
Diametri coniugate in ellipsi, seu in contrapostis lineis horarijs, quæ sint.	264	Dodecahedrum solidum cur cælo cum illa comprehendenti assimilauerit.	143
Diametri coniugate flexarum, quæ.	277	Dodecahedrum quot bases includat & quot angulos.	155
Diapason ex dupla proportionem constat.	146	Dominicalis literæ inuentio per Cycli solarem.	33
Diapason cum diapente ex qua constet proportione.	14. ibid.	Dupla, decemq; vicesimas septimas superpartiens ratio est, sicut ratio cubicæ basis ad Octahedricam basim duplicata, solidorum in eadem sphaera locatorum.	128
Diapason ex quibus constetur.	151		
& vnde compleatur.	147	De litera E.	
Diapason à diapente, & diatessaron inueniuntur, continuatis constituitur.	151	E Clipes Solis & Lunæ.	13
Diapason quâdo generat symphonias compositas in secundo ordine.	152	Ecliptica, est Solis via.	9
Item quando eas tertij ordinis, ibid.		Eclipticæ cuiusvis loco dato, declinatio, & ascensio recta quomodo adscribenda.	5.4
Diapentem ex qua proportione constare.	146	Ecliptica tanquàm horizon obliquus, & eorum paralleli quilibetque alius in sphaera circulus in planum subiectum inclinatus, in umbram circuli rem in ipso plano projicitur.	64
Diapente completio.	147	Elementorum Euclidis Propositiones.	107
Diatessaron ex qua proportione constitruatur.	146	Ellipseos diametri, & lineatio.	267
Diatessaron determinatio.	147	Ellipsis paralleli cuiuspiam in horizontali, seu verticali horologio, quomodo describenda.	248
Diatonicum cantilenarum genus.	149	Ellipsis, quæ.	264
Diatonicum naturale ac medium apud literam c, quare initium sumat.	152	Empedocles cuius iracundiam tantum temperavit.	145
Dies maxima, & nox maxima zenit habentium inter Arcticum circulum, & mundi polum.	16	Enarmonicum cantilenarum genus.	149
Dies quid.	27. 163		
Dies Ægyptij quot, & quando.	30		
Dies Resurrectionis.	46		
Dieses ab integro tono quæ differentia.	147		
Diesis, & eius proportio.	146. 147		
Diesis quid.	148. & 151. 152		
& quibus maior.	148		
Diesis quot commata excedat.	153		
Dizeugmenæ chordæ.	149		
Diphthongum, siue ditonus, a diatessaron superatur semitonio minori.	146		

I N D E X

Epacta, & eius inuentio.	37
Error notandus in numeris Ptolemaicis circa latitudinem Rodi.	60
Euclidis elementorum liber tridecimus. Solidorum tertius, & Regularium corporum primus ex traditione Maurolyci.	103
Euclidis elementorum liber quatuordecimus, Solidorum quartus, Corporum regularium secundus, ex traditione Maurolyci. liber 1.	123
Eudoxus Aranz inuentor.	161

De litera F.

F eriarum inuentio per annos Christi.	34
aliter per Cyclum solarem.	ibid.
Festa noui Testamenti.	44
Festa mobilia quomodo inueniantur.	41
Festorum Clauis, & earum inuentio.	40
Festorum convenientia.	45
Figura, quid.	4
Figura aquæ qualis.	8
Figurarum rectilinearum species.	4
Figurarum quadrilaterum species.	4
Figurarum latera æquilaterarum circulo inscriptarum, cuius diameter ponitur partium duodecim.	121
Figuræ similiter positæ, similesq; planæ.	5
Figuræ planæ similes in quodupla ratione sint respondentium laterum.	6
Figurarum latera æquilaterarum circulo inscriptarum, cuius diameter supponitur pedum. 12. secundum terminos numerarios.	145
Flexæ datæ paralleli in plano cuiuslibet horologii ad quemlibet situm quomodo delineanda.	244

De litera G.

G eometrica principia	4.5.6.7
Geometricum quadratum.	48
quomodo fabricandum.	ibid.
Gnomonica speculatio, quæ lineas tra-	

ctat horarias, inter Mathematicas speculationes non infimum locum tenet.

De litera H.

H armonia non conuenit proportio superpartiens, & cui hoc videatur.	146
Hebdomada, & Planetarum dominium.	31
Hexachorda septem totum Guidonis Icosichordum conficiunt.	152
Hexachordum □. quadrati ac duri, & sonori iure incipit apud g. sonoram literam.	ibid. 152
Hexachordum quid comprehendat.	ibidem.
Hora quid, & quoduplex, & qualis.	27. 163
Hora per altitudinem solis, vel umbræ quomodo captanda.	239
Horarj semicirculi.	164
Horarum occasualiū in fabrica in horologio meridiano, quomodo procedendum.	97
Horæ Canonicæ.	17
Horæ, in quibus distinguitur successuum dominium planetarum, quæ.	75
Horologia præcipua quæ sint, & quomodo horarias lineas suscipiant.	170
Horologii Scioterici speculatio vnde pendat.	82
Horologii æquinoctialis descriptio.	179
Horologii horizontalis recti, & horologii meridiani descriptio.	182
Horologii Verticalis in sphaera obliqua cum vtriusq; lineis, descriptio.	195
Idem cum vtraq; linearum serie ad latitudinem grad. 38.	197
Horologii in quocunque situ descriptio.	205
Horologii portatilis rectificatio.	206
Horologii horizontalis theoria ad latitudinem minorem, & maiorem grad. 45.	219
Horologii verticalis theoria ad latitudinem	

I N D E X

dinem graduum 49.	221	Horizon qui circulis sit appellatus. 162	
Horologii meridiani theorica.	223	& qñ rectus, & obliquus sit.	162
Horologiorum, horizontalis, Meridia- ni, & verticalis plana, & linea Meri- diana.	176	Horizon habens pro Zenit ipsum mū- di polum, sortitur centrum & polum in centro instrumenti.	
Horologiorum facierum cōuersio.	200	Hypate, chorda quę & cui planctarū detur.	155
Eorundem facierum diuersarum in lineamentis colligantia.	202	Hyperbole chorde, quę.	149
Horologium meridianum.	184	Hyperbole quę.	264
Eiusdem cum horis à meridie ab or- tu, & occasu ad Lat. gr.	38. 186	Hyperboles diametri, & lineatio & eius regulz.	271
Horologium equinoctiale.	218		
Horologium verticale ad latitudinem graduum 38.	191		
Horizontale ad Lat. grad. 38.	Ibid.		
Horologium horizontale cum lineis a meridie, & lineis ab ortu, uel occasu horas indicantibus, ad latitudinem graduum 38	194		
Horologium verticale, & meridianū horizontis obliqui, quęque in eis fle- xę secantur, & tangantur à lineis ho- rarijs.	220		
Horologium verticale ad latitudinem grad. 45. maiorem, de quę contrapo- sitis periferijs, quas in eo lineę hora- rię secant, & tangunt.	224		
Horizon, qui circulus sit.	12		
Horizontis recti, situs.	14		
Horizontis obliqui, situs.	Ibid.		
Horizon equinoctialis pro vertice po- lum habens; Duo tropici, circulus ar- cticus, & antarcticus, & omnes eorum paralleli a quocunque in sphaere su- perficie descripti, quando faciant um- bras circulares.	63		
Horizon habens pro vertice polum mū- di, qui & unū & idem est cum Æqua- tore, diuiditur per circulos magnos per utrumque polū ductos: qui per quas lineas, & quō preiiciantur, & quid sint partientes.	67		
Horizon rectus, qui in astrolabo repre- sentatur per colurum equinoctiorū (quę in plano ipso instrumenti linea recta est) diuiditur p circulos ductos per utrumque ipsius polum in æqua- tore diametraliter constitutos. & quid de horum numero sit.	68		
		De litera. I.	
		Icosahedri ī dodecahedro effictio.	142
		Icosahedrum sub quot triāgulis sit.	5
		Icosahedrum cōstruere, & data sphaera cōprehendere, & ostēdere, q̄ ipsius Icosahedri latus irrationale est, ap- pelaturque minor.	118
		Icosahedrum, ex quot triangulis basi- bus solidis, atque angulis cōstet.	103
		Icosahedrum ex quibus cōstet.	155
		Icosahedrum quot angulos, & bases habet.	155
		Icosicordi Guidonis expositio.	154
		Icosichordam totum ex quibus cō- stet.	155
		Idus unde auncupentur.	29
		Ignis forma, pyramidalis,	143
		Instrumentum omne geometricum ex qua materia fabricandum.	48
		Instrumentum omne circulare, quid reprezenter in concava primi mobi- lis superficie.	
		Iouannes Sacroboscus scripsit de Com- puto.	fol. i
		Iordanus solus videtur Astrolabi atti- gisse theoriam, & vnde desumpta il- la sit.	62
		Isoceles qualia latera habeat.	4
		Iubal, filius Lamechis, primus cithara canentium, & Organum inuentor.	159
		De litera. k.	
		K Alendę, Nonę, & Idus.	29
		De li-	

I N D E X

De litera. L.

L Accedemones primi tibij in prelio
vfi sunt. 159
Latera quinque corporum regularium
intra spheram inscriptorum, cuius
diameter habet duodeci partes. 122
Latera quinque corporum regularium
spherę inscriptorum, cuius diameter
supponitur pedum 12. secundum
terminos numerarios. 144
Latitudo astri ortiva quomodo inue
nienda. 236
Latus maior cui lateri opponatur. 4
Lichanos, quę chorda fit. 155
cui planetarum assimiletur. Ibid.
Limites linearum, qui. 4
Linea, quid. 4
Linearum, alia recta, alia flexa. Ibid.
Lineares limites. Ibid.
Linearę coincidentię, siue limites. Ibid.
Linea quando secat lineam, duo angu
li collaterales quomodo resulent. 6
Linea meridiana quō inueniatur. 52
Linea recta a polo radiante deducta, or
thogonaliter secans diametrum cir
culi maioris obliqui in sphaera descri
pti, quō cadit & cui equalis sit. 64
Linearum horariorum tractatus. 81
Linearum horariorum theoria unde
pendeat. 81
Lineę non tangentē, siue non inciden
tes, quę. 82
Lineę horarię a Meridie incipientes. 86
Lineę occasuales. 95
Linea recta si extrema, & media ratio
ne secetur, maius segmentū admittēs
totius dimidium, quintuplum potest
eius, quod ex totius dimidia. 107
Linea recta si sui ipsius segmento quin
tuplum potuerit, dupla prædicti seg
menti extrema & media rōne disse
cta; maius segmentū. reliqua est pars
eius, quę in principio, rectę lineę. ib.
Linea recta, si media & extrema ratione
secetur, maius segmentum admittēs
dimidiam maioris segmenti; quin
tuplum potest eius, quod à dimidio
maioris segmenti, quadrati. Ibid.

Linea recta si extrema & media ratione
secetur; quōd ex tota & minori seg
mento, ytraque quadrata triplum
sunt eius, quod à minori segmento
fit, quadrati. 108
Huius conuersa eodem concludetur
discursu. Ibid.
Linea recta si extrema, & media ratione
secetur, apponaturque ei linea qua
lis maiori segmento; tūc & tota recta
linea extrema & media ratione seca
bitur, & maius segmentū erit ea, quę
in principio, recta linea. Ibid.
Linea recta si extrema & media ratione
secetur, apponaturque ei equalis mi
nori segmento; tota quintuplum po
terit eius, quod a maiori segmento,
quadrati. 108
Lineę duę rectę si extrema singulę, &
media ratione secantur, totę ad ma
iora segmenta eandem habebunt ra
tionem Item totę ad minora eandē.
Item segmenta segmentis proportio
nalia erunt. 109
Linea recta rationalis, si extrema, & me
dia ratione secetur, segmentorum ir
rationalis est, appellaturque Apoto
me. Ibidem.
Linearum & Circulorum positio. 163
Linearum protectio, & situs. 166
Lineę horarię quę super vno se pun
cto secant, quęue æquidistant, & in
quibus planis. 171
Linearum horariorum à meridie de
scriptio in horizontē obliquo, suoque
verticali. 187
Linearum vtriusque ordinis in horizontē
obliquo descriptio. 193
Lineas circę horarias, & flexas, & horo
logiorum facies, notanda quę
dam. 199
Linearum tam rectarum, quàm flexarū
horariatum in recto & obliquo ho
rizontē, situs formatio, projectio. 211
Lineę flexę, quę. 211
Lineę flexę, horarię, quas secant, & tã
gunt horarię lineę in obliquis hori
zontibus, & singulos situs, & horolo
gia singula. 217

Lineę

I N D E X.

Lineę flexę horarię in singulis horo-
logijs per singulos locorum, solisque
situs, vmbrearum desinentias susci-
pientes. 227
Lineę horarię vtrumq; seu ad datam
rationem secandę, aut inueniendę.
229
Lineę horarię quomodo aliter describā-
tur, & eiusdem regulę. 239. & seq
Linearum horariarum contrapositarū
flexarum in horizontali, aut vertica-
li horologio, descriptio. 254
Lineę horarię, flexę ad parallelos, per
initia signorum Zodiaci incidentes,
pertinentes in horizontali, seu verti-
cali horologio, quomodo delinean-
dę. 259
Linea omnis ordinata in sectione con-
ica, est vel circuli, vel ellipsis cuiuspiā
diameter. 274
Lineę tangentes flexas ducendę, quę.
277
Lineę Nontangentes contraposita-
rum. 280
Lineę tangentes, seu secantes conicas
sectiones. 273
Lineis duabus propositis, ex quibus
vna sit diuisa, reliqua quomodo diui-
denda. 54
Lineis in horarijs describendis, omni-
bus numeris confectis instrumentis,
& plano, & amplo spacio opus est.
100
Literę Dominicales 32. & 33
Literę Dominicalis, Bissexti, concurren-
tiumque inuentio per Cyclum sola-
rem. 33
Literis septem consummantur oīs va-
rietas in recipiendis modorum qua-
litatibus. 156. 157
Locī altitudinis siue poli eleuationis
indagatio. 53
Locī tertij a singulis cognitis duorum
locorum longitudinibus distantię,
& eius longitudinis, & altitudinis,
perpensio. 61
Locorum longitudes, & latitudes.
17
Locorum longitudes, quę ab aliquo

Occidentis termino, quem Ptole-
meus Meridianū insularum fortu-
natarum posuit, sint, quomodo inue-
stigi possint. 58
Lumen, si a meridionali polo radiare
intelligatur, tunc vmbre circuloꝝ
per dictum polum in spherica super-
ficie descriptorum, quō projician-
tur. 62
Lunę motus. 19
Luna defertur ab epicyclo, & quā. ibi
Lunę epicyclus à quo vectetur. ibid.
Lunę Theorica. 21
Lunę & Planetarum latitudes, quę.
21
Lunę eclipsis. 23
Lunę, & Solis coniunctiones. 35
Lunę ætas. 38
& Regulares. ibi.
Lunę locus in Zodiaco. 39
Luna quamdiu luceat. ibid.
Lunaris Cyclus, & quomodo inuenia-
tur. 35
Lunationum distributio. 36

De litera M.

Magnes vnde dictus. 201
cur ferrum attrahitur. ibid
num vicissim à ferro trahatur. ibid.
cur per contractum virtutem ferro
impertiat. ibid.
Magnes in vase ligneo innatante posi-
tus, cur determinatam sui partē sem-
per ad septentrionem, quamuis alio-
sum detortus conuertitur. 101
Cur ipsius fragmētū id ipsum faciat.
ibidem.
Cur ferrum post ipsius contactū, idē
faciat. ibid.
Magnes, vel acus ad eius contactum at-
temperata, cur nō respexit potius Ori-
tum, vel Occasum. 101
Cur Nautę isto artificio, & obelo ta-
li vtantur. 102
obelus idem, cur a vero septentrione
quandoque ad dextram, quandoque
ad sinistram declinet. ibid.
Item cur idē obelus pixidis, seu ma-
gnes

I N D E X

gnes poculo innatanti impositus , detortus à situ suo, non statim ad eū redit .	ibid.	Motus cœlestis in duplici differentia reperi .	8
M. Val. Messala Conf. horologium so larium in columna secundum rostra primus posuit .	ibid.	Motus primus .	12
Marsias successor tibiꝝ Palladis .	159	Motus corporibus quæ mouentur, pro portionales .	146
ab Apolline superatus , & excoria tus .	ibid.	Multiplicitas perfectiorem facit confo nantiam .	151
Mensis quatuorplex .	29	Mundus totus rotundus .	8
Mensium ingressus .	34	& quid .	9
Meridiana linea quomodo inueni tur .	52	Mundus, quæ sphaera sit .	162
Meridianus, Coluri, & omnes declina tionum circuli, & omnis Horizon re ctus, quando se inuicem intersecan tes .	62	Musica triplex .	145
Mercurij theoria .	21	Musica vetusta ex quot nervis constitit se penes Nichomachum .	147
& eius centrum æquantis .	ibid.	Musica speculationi, & moralitati con ducit .	145
Mercurius tetrachordi inuentor .	147	Musicam ad docendos pueros, qui ma gno pretio conducti .	145
Mercurius quomodo instrumentum musicum excogitauit fabricandum .	159	Musicæ traditiones .	ibi.
	ibid.	Musicas voces semper esse in numero rum rōne, & commensurabiles .	149
Orphea docuit musicam .	ibid.	De litera N.	
Meridianus circulus qui .	13		
Mese quæ chorda sit .	155	N Eate, vel Nete, q̄ sit chorda .	155
cui assimiletur .	ibid.	Nervus in cithara, qualiter sonat .	146
Messeala fabricæ Astrolabi vsum satis tradidit, parcius autem eius specula tionem .	61	Nervus citharæ ita ctus, ad alterius ner ui vnisoni aerem tremefactū moue tur .	ibid. 149 & 150
Metalla cætera præter ferrum , cur la pidem non habeant .	101	Nete, vel Neate quæ chorda vocetur, & cui assimiletur planetarum .	155
Modi canendi, quarum Gentium mo ribus accommodati, & nomen sum psere .	145	Nicephorus, & Proclus apud Græcos in explicanda Astrolabi speculationes, obscuri, & mutili videntur .	61
Modi quatuor canendi, qui dicuntur autentici, duces, & præcipui, vbi in tetrachordo locantur, & qui illi sint .	155	Nonæ vnde dicantur .	29
Item qui sint qui istis subiaceāt .	ibi.	Numeri Aurei dispositio .	36
Modi in Icosichordo , qui autentici, qui subiugales .	156	Numeri præcipui, concinniores sym phonias generant .	151
Modi in Icosichordo, planetis septem, & octauo Orbi configuantur: & qui illi sint .	156	De litera O.	
& quid efficiant .	157. 158		
Modi autentici vnde formentur .	157	O ctahedrum sub quot triangulis continetur .	54
Vnde Placales .	ibid.	Octahedrum, quæ figura & ex quot ba sibus & angulis solis constet .	103
Moses, primus inuentor tubæ æneæ .	195	Octahedrum construere, & data sphaera cōprehēdere, & ostēdere, quod ipsius sphaeræ dimetiens potentia, lateris ip sius octahedri duplus est .	115
		Octahedri	

I N D E X

Ostahedri in pyramide cōstructio. 142	tarum assimiletur. 156
Item eiusdem in Cubo inclusio. ibi.	Parinete, quę chorda sic vocetur, & cui
Ostahedri ī doctahedro cōpositio. 142	planetarum assimiletur. 155
Ostahedrum, quot angulos possideat	Parhypate quę chorda, & cui planeta-
& quot bases. 155	rum accomodetur. 155
Ostochordum, & eius expositio. 148	Parthi tīpanis ī prēlio primi vti sūt. 159
Ostochordi grauissima chorda stellato	Pascha & eius institutio. 41. 42
cœlo respondet: & reliquę quibus cę-	Paschalis cyclus. 43
lis consonent. 148	Pentagoni equilateris si tres anguli
Sed collatio hęc simplex numeri, &	continui, aut non continui æquales
ordinis est. Ibid.	fuerit, equiaguli erit Pētagonū. 110
Ostogonium triangulum. 4	Pentagoni æquilateri & equianguli si
Ostogoni latus vnde innoteat. 114	binos continuos angulos binę rectę
Orbis totius figura. 8	subtendant, extrema & media ratio-
Orbis terrestris ambitus dimensio. 59	ne se inuicem secabunt, & maiora
Orpheus Thamyrim, & linum docuit	segmenta singula erunt Pentagoni
musicam. 159	lateribus æqualia. Ibid.
Oxigonium triangulum. 4	Pentagoni latus pothexagoni, & deca-
De litera. P.	
Pallas tibi inuentrix dicitur. 159	goni latus in eo circulo, in quo pēta-
Pan fistulę inuentor. 159	gonū clauditur, descriptorum. 112
Parabola, quę. 264. & 265.	Percussionum commensurabilitas con-
Paraboles diametri, & lineatio & eas-	sonantiam efficit. 149
dem Regulę. 265	Periferię diuisio. 229
Parabola quo pācta per paralleli sui ra-	Periferia instrumenti circularis reddit
dios in horizontali, seu verticali ho-	circuli sibi similem arcum.
rologio sit delineanda. 251	Periaci, hoc est, sub eodem parallelo cir-
Paralleli, quę figurę. 4	cum habitantes. 17
Parallelogrammum figura, Ibid.	Periscij, qui. 17
Paralelo grammum ad suum triangu-	Perpendicularis Recta, quę. 5
lum duplum est. 6	Perpendiculares à centro circuli, cuius
Parallelogramma inter Nontāgentes,	diameter est partiū duodecim ad la-
& periferiam locata, sunt inuicē equa-	tera figurarum æquilaterarum, intra
lia: Quod tam non tangentis sectio-	ipsum descriptarum. 122
nem à tactu, quā secantis eandem	Perpendiculares a centro sphęrę, cuius
à periferia ad non tangentem recepta	diameter est partiū duodecim ad ba-
segmenta sunt equalia. 283	ses quinque corporum regulariū, ab
Paralela plana, quę. 5	ipsa sphęra circūscriptorum. 122
Parallelepipedā solida. Ibid.	Perpendicularis à centro sphęrę ad ba-
Paralleli qui Almucantarar Arabice nū-	sim Ostahedri, potēcialiter tripla est
ciarentur, & qua ducantur. 70. 71	ad perpendicularem ab eodem cētro
Parallelorum tam Zodiaci, quā Ho-	ad basim pyramidis in eadem sphęra
rizontis descriptio. 74	locatę. 124
Parallelorum per initia signorum de-	Perpendicularis à centro sphęrę ad ba-
scriptio. 91	sim cubi, ab ipsa sphęra cōprehensi,
Paralleli. 82	est dimidium lateris cubi. 125
Paramete, quę sit corda & cuius plane-	Perpendiculares duę, vna à cētro sphęre
	ad basim Ostahedri, altera ab eodē
	cētro ad basim Cubi, in eadē sphęra
	comprehensorum, sunt æquales. 125
	Per.

I N D E X

Perpendiculares à centro spherę ad bases octahedri, atque Cubi circumscriptorum, arguentur æquales. 126	Polyedre figure. 5
Perpendiculares à centro circuli, cuius diameter pedum duodecim ad latera figurarum æquilaterarum in ipso circulo inscriptarum. 144	Polyedris ex figuris solidis, quot quę Regularia tantum dicantur. 5
Perpendiculares à centro spherę, cuius diameter pedum 12 ad bases singulorum corporum regularium in ipsa sphaera inscriptorum. Ibid.	Præcepta symphonias contexendi. 158
Philolai error in Toni sectione. 148	Prismata figura. 5
Philosophia tripliciter distinguitur. 2	Problemata circa magnetem. 100
Philosophię pars speculatiua, in quas alias diuidatur. fol. 3. & 4	Proclus in assignada speculatione astro labi, obscurus & mutilus videtur. 61
Philosophię practica pars, sicut corpus animo parit, theoricam sequitur magistram. 211	Profunditas putei alicuius metiendi, quomodo consideranda. 50
Physica signa, quę. 12	Proportio, seu ratio, quid. 5
Piscus Tyrenus generis tubę inuentor, sed ante hunc Moses. 159	Proportio sesquialtera facit diapente non absolute perfectionis. 151
Planę similes, similiterque posite figure, quę. 5	Proportio sesquitertia facit diatessaron non vndiquaque suauem. Ibid.
Plana duo si se inuicem secantia, tertio quodam plano secantur, factę à tertio plano sechories, quę rectę lineę sunt, se inuicem secant. 166	Propositiones elementorū Euclidis. 107
Plana tria, vel plura si se inuicem super eadem recta secant, quorum vni planum quartum æquidistet, reliquam secet, factę à quarto plano sectiones, erunt æquidistantes. 167	Proportionum vocalium calculus. 160
Planetarum directiones, regressiones, & stationes. 21	Proslambanomenos, chorda quę. 155
Planum si secet spheram per centrum, sectio erit circulus maior habens commune centrum cum sphaera, eamque secans in duo hemisphaeria. 6	Ptolemæus explicans Astrolabi fabricā, lectorem fatigoso calculo potius fatigat, quam docet. 61
Planum si secet spheram præter centrum, quę sectio, quod centrum. 7	Ptolemæus in quo vocales differentias figebat. 149
Poli spherę, qui. 7	Punctum quid. 4
Poli mundi. 9. 162	Puncta æquinotiorum, & solstitiorum. 10
Poli eleuationis indagatio. 53	Puncto intra lineas coincidentes signato, possibile est per punctum ipsum ita lineam deducere in occursum coincidentium, ut in puncto tali per æqualia secetur. 274
Polus spherę septentrionalis si tangat planum, tunc locus omnis stellę, vel puncti in spherica superficie constituti, quod proiciatur. 62	Pyramis sub quot triangulis continetur. 5
Polus septentrionalis in plano, quando est ipsum punctum contactus. 62	Pyramides figure. 5
	Pyramis quot triangulas bases, & solidos sortitur. 103
	Pyramidis constitutio in sphaera, & quod ipsius spherę dimetiens potentia sesqui alter est ad latus ipsius pyramidis. 115
	Pyramidis tota superficies, vel octahedri, intra spheram, cuius diameter rationalis est, descripti, medialis est. 124
	Pyramidis latus ad perpendicularem, quę à vertice ad basim delabitur, potentia sexquialterum est. 124
	Pyramidis tota superficies ad totū octahedri superficiem est subsexquialtera, sicut. 16. ad. 24. fol. 125. Pyra-

I N D E X

Pyramidis in Octahedro collocatio. 142
 Pyramidis descriptio in dato Cubo. 182
 Pyramidis in dodecahedro accommodatio. 142
 Pyramidis in Icosahedro figuratio. 143
 Pyramis quot angulos, & bases hēt. 155
 Pythagoras quomodo consonantiarū proportionēs explorasset. 147
 Pythagoras in quo vocales differentias constituebat. 149
 Pythagoras lirę heptachordon Orphei, addidit octauam chordam. 159

De litera Q.

Quadrans. 51
 Quadrans instrumentū simplex, facile, necessarium & cōc. 51
 Vnde nomen sortitur. ibi.
 Quomodo fabricandum. ibi.
 Quadrantis fabrica, & vsus. 177
 Quadratum quę figura. 4
 Quadratum Geometricum. 48
 quomodo fabricandum. ibi.
 Quadranti planicies, ad captandas meridianas Solis & eius declinationem, astrorū altitudines, poliꝝ; eleuationem, quomodo sistentia. 52
 Quadrata laterū pyramidis, & Cubi pariter sumpta, sunt æqualia quadrato diametri sphærę, in qua describuntur. 116
 Quadrilaterum figurarum species. 4
 Quinquangulum æquilaterū si in circulo rōnalē habētē diametrū, inscribatur, quinquanguli lātus irrationale est, appellaturq; Minor. 113

De litera R.

Ratio vnde nuncupatur. 5
 Ratio, seu proportio, quid. ibi.
 Rationes similes, vel æquales, quę. ibi.
 Rationi magis q̃ sensui credendū. 147
 Recta præter circuli centrum ducta, quō diuidat ipsum circulum. 4
 Recta in Rectam perpendicularis quā sit. 4
 Recta perpendicularis, quę. 5

Recta, quando secat duos parallelos, anguli contrappositi, coalterni, extrinsecus, & intrinsecus oppositi, sunt inuicem æquales. 6
 Rectangulum figura quę. 4
 Rectangulū est totius cubicę superficiē pars duodecima, qđ sub perpendiculari a cētro basis cubi ad latus, & sub ipso latere comprehenditur. 126
 Rectangulū est totius solidę arcę pars duodecima, quod sub perpendiculari a centro basis Octahedri ad latus, & sub ipso latere comprehenditur. ibi.
 Rectilinearum figurarum species. 4
 Regulares Solis. 35
 Regulares Lunę. 38
 Regula volubilis quę Arabicę uocatur Allida la, quę. 75
 Regulę alię, altitudinis mēsuradę. 50
 Regulę super linearū sectione, & æquidistantia. 85
 Regulę generales in oī horologio. 98
 Regulę cū receptionibus suis linearū horariarū, q̃ super vno se puncto fecerint, quęue equidistant, & in quibus planis. 171. & 175
 Repetitio rōnis pro calculo diametro, laterū, & perpendicularium. 130
 Resurrectionis dies. 46
 Rhombus figura quę. 4
 Rhomboides figura, quę. ibi.
 Robertus Episcopus Lingonienfis scripsit de Computo. fol. 1
 Rodus & Alexandria sub eodem sunt fermē meridiano. & distantia taliū vrbium quot gradus habeat. 59
 Rodi latitudinē quot gradus efficit. 60

De litera S.

Sappho, plectri inuentrix. 159
 Scalenum qualia latera habeat. 4
 Scalenus conus qui. 264
 Scholium super calculo laterum figurarum æquilaterarum. 121
 Scientiarum diuisio. 3. & 4
 Scientia præcedit scientiam quinque modis. ibi.
 Scipio Nasica primus Romę Clepsydre

I N D E X

die inuentor.	161	Sinum regularum expositio.	35
Scopas Syraculanus Plinthe, siue lacu-		Sinum regulæ, quæ.	ibid.
natis inuentor.	161	Solida similia, & similiter collocata	5
Scriptores de computo.	1	Solida regularia Geometrarum, quot &	
Sectio conica quæ dicatur.	264	quæ.	103
Semicirculi horarij.	164	Solidum quid.	5
Semidiametri circulorum circumscribē-		Solidorum species.	5
tium bases quinq; corporum regula-		Solida duo similia in tripla sunt ratio-	
rum à sphaera, cuius diameter est par-		ne correlatiuorum laterum.	6
tium duodecim circūscriptarum.	122	Soni motibus proportionales, secundum	
Semitonium maius quod.	147	ictuum numerositatem.	146
Semitonium minus, hoc est Diesis, qui-		Soni vnioci quando generentur.	150
bus maius, & minus.	148	Sonorum proportio ex numerorum pro-	
Semitonium maius quid.	152	portione sumitur.	146
Sensus quique in iudicando fallitur.	147	Sonus quid.	146
Sesqui terna ratio dupla est eius, quæ		Sonus vnde efficiatur.	150
habet tota Cubi superficies ad totam		Sonus grauis, & acutus, ex quibus red-	
octahedri superficiem.	127	dantur.	146
Sesquitercia ratio dupla est eius, quam		Sonus a chorda in cithara quomodo fiat.	ib.
habet Cubica basis ad pyramidis ba-		Sol quando peragat semicirculum æstiuum	
sim in eadem sphaera.	129	Zodiaci, & in quot diebus.	72
Sexanguli & Decagoni, in eodem cir-		Solarij theoria.	81
culo descriptorum si latera componan-		Solarium recti horisotis, & meridiani.	92
tur, composita tota extrema & media		Solarij locatio.	100
ratione secantur & maius segmentum		Solis semita quæ, & quomodo vocatur.	9
est ipsius sexanguli latus.	111	Solis declinatio ab Æquatore quot gra-	
Quid, si lineæ extrema, & media ra-		dium.	10
tionem diuisæ, maius segmentum sit		Vnde proueniat.	ibi.
latus hexagoni in aliquo circulo de-		Solis motus.	19
scripti?	ibid.	a quo deferatur, & quæ.	ibid.
Sexanguli latus si extrema & media ra-		Solis æquatio quæ.	19
tionem secetur, maius segmentum erit		Solis Theorica.	21
decagoni latus circumscripti in cir-		Solis eclipsis.	23
culo, sexangulum circumscribente		Solis ingressus in signa.	30
fol.	111. & 112	Solis Regulares.	35
Sexcupla ratio superpartiens tres quar-		Solis, & Lunæ coniunctiones.	ibid.
tas, dupla est ad rationem, quæ habet		Solis, vel astri declinatio, quomodo in-	
Octahedri solidum ad pyramidis so-		uenienda.	53
lidum in eadem sphaera existentium.	125	Solis, siue cuiusvis eclipticæ loco dato	
Siculum fretum in numeris Ptolemæi		declinatio, & ascensio recta quomo-	
quot gradus habere videtur.	60	do adscribatur.	54
Signa duo opposita in quolibet horizo-		Solis, vel cuiuspiam stellæ ortus, latitudo	
te, quas ascensionem habeant.	16	ac differentia ascensionalis quomo-	
Signa a Solstitio æqualiter remota,		do sciscitanda.	55
proiciunt, arcuales umbras æquales.	64	Solis, vel stellæ diurnus, aut nocturnus	
Signifer, siue Zodiacus, qui.	9	arcus, quomodo addiscendus.	56
Signorum ascensiones in Horizonte re-		Solis vel stellæ per datam in quouis lo-	
cto.	15	co altitudinem, a meridiano distantiam	
Item signorum in horizonte obliquo.	ibi.	determinatio.	ibid.
		Solis	

I N D E X.

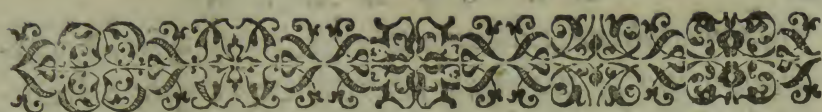
Solis declinationes maximæ, quæ.	163	Superficies, quæ.	
Solis in meridiano cõstituti altitudo, & eius diei altitudinum maxima.	178	Superficiei species.	
Solstitia quot, & quando.	30	Superficies conica, quæ.	263
Spacia duo æque a contactu remota, sunt æqualia.	66	Superparticularitas consonantiam non reddit perfectam.	151
Spartiatæ cur succedat contra Timotheum Milesium.	145	Symphonia suauior ibi confurgit, ubi istum est correspondentia.	151
Sphæræ tractatus quid contineat.	1	Synemmenæ chordæ quæ.	148
Sphæra quid.	1. & 5		
eius diameter vel axis per centrum incedit.	ibid.		
Sphæræ principia secundum Ptolomæum.	7		
Sphæræ octauæ motus.	23		
Sphærarum numerus, & ordo.	24		
Sphæræ diametro proposita quinque corporum regularium, ab ipsa sphæra comprehensorum, latera exponere & inuicem conferre.	120		
Sphæra solida, & quomodo cõstruatur.	79		
Sphæræ à centro ad basim circumscriptæ pyramidis recta perpendicularis, est sexta pars sphericæ diametri.	124		
Sphæræ semidiameter ad perpendicularẽ a centro ad basim octahedri circumscriptæ, potentia triplum est.	124		
Sphæræ à centro ad basim Icosahedri, recta perpendicularis maior est quam perpendicularis ab eodem centro ad basim cubi in eadẽ sphæræ cõstituti.	133		
Sphæræ in quolibet solidorum, scilicet pyramide, Cubo, Icosahedro, & Octahedro, inscriptio.	143		
Stellarum apparitiões, & occultatiões.	18		
Stellæ cuius longitudo & latitudo notæ proponuntur, declinatio, & recta ascensio quomodo determinandæ.	55		
Stellarum duarum habentium cognitos in longitudine locos, dimensio.	57		
Stellæ locis per Quadratẽ inuestigatio.	58		
Stellarum duarum, duarumque Ciuitatum longitudes & latitudes quomodo perpendendæ.	61		
Stellæ declinatio, latitudo, ascensio recta, declinatio.	162		
Stoßerinus fabricam, & usum Astrolabi luculenter tradidit.	62		
Stylus in parietalibus horologijs ubi figendus.	99		
		De litera T.	
		T abella Arcuum diurnorum, differentiarum ascensionum, latitudinum ortus, declinationumque; ad latitudinẽ grad. 38.	208
		Eiusdem residuum.	209
		Taurominitanus adolescens contra quem ira percussus, & quomodo à Pytagora mitigatus.	145
		quos erit à morbis idem eripuit. ibid.	
		Tangentes, seu secantes lineæ conicas sectiones, quæ.	272
		Temporis diuisio.	20
		Tempora quatuor.	30
		Temporum dispositio, & observatio.	43
		Temporum distinctio.	44
		Terminus quid.	4
		Terpander liram Orphei, quæ antea in mare proiecta fertur, in Ægyptum tulit, & cur eius inuentor esse dicatur.	159
		Terra in medio mundi sita.	8
		respectu Firmamenti quasi punctum.	ibid.
		Quod motu locali careat.	ibid.
		Terræ figura rotunda.	8
		Terræ semidiameter ad cycli solaris & Firmamenti distantiam collata, est insensibilis.	52
		Terræ forma cubicalis, & quare.	143
		Terrestis orbis ambitus dimensio.	59
		Terrestis globi diametri sciscitatio.	60
		Terrestis circuli maximi quomodo plana superficies producenda.	60
		Terrestis molis magnitudinis coniectio.	61
		Testamenti noui Festa.	44
		Tonis singulis sua inest proprietas.	145
		Tonus, quot commantibus maior, & minor.	

I N D E X

minor.	153	Tritoni duricies unde temperetur.	147
Tonus quid.	146. & 153	Tubarū clāgore, & pulsu tympanorū, pugnatium animi accenduntur.	14
Tonus, seu Phehongū quid.	146	De litera V.	
Tonus non diuiditur per equalia.	148	V eneris, Martis, Iouis, atq; Saturni, motus.	20
Tonus quot commatibus maior, & mi- nor.	148	Veneris, Martis, Iouis & Saturni theo- rica.	21
Tonus quarum proportionum sit diffe- rentia.	151	Vertex flexæ lineæ, qui.	264
Tonus bis ablatas a diatessaron, quid reddat.	151	Vmbræ a quibus efficiantur.	13
Tonus ter ablatas a diapente, quid effi- ciat.	151	Vmbræ rectæ, siue versæ, siue altitudinis cuiuspiā, vel lōgitudinis spaciū quo- modo per Quadratum geometricum innotescit.	48. 49
Toni triplicati admissio dura fuit ca- nentibus.	152	Vmbræ circulatorum in eadē spherica su- pficie descriptorū, & plano tangenti equidistantium, quō projiciuntur, & ubi centrum habent.	62
Trapezium figura quæ.	4	Vmbræ circulatorū in spheræ plano sub- iecto equidistantiū, in plano ipō cir- culares, tā centrū quā polū sortiū- tur in ipō contactus puncto, & qui ipse sit.	64
Tremor velocior, sonum facit acutio- rem.	150	Vmbræ circumferiales nō sunt arcibus suis similes.	ibid.
Troglodytæ Sambucę inuentores.	159	Vmbræ longius proiecta, in maiorem circumferentiam projiciuntur.	ibid.
Tropi, seu modi octo, intervallo- rum diapason species.	149	Vmbræ proiecta ī omni circulo obliquo ad planū subiectū, polū habet a cen- tro diuersum.	65
Tropici qui circuli sint.	10	Vmbræ recta, quæ.	163
Tropicū inter & Arcticū, vel Antarti- cū circulū degentium, situs.	15	Versa quæ.	ibid.
Tropici Cancri, & Capricorni, qui.	163	Vnis, onus consonantiarum exor- dium.	149. & seq.
Triangulorum species.	4	Vnitas principium numerorum.	150
Triangulum amblygonium.	4	Vocalium proportionū calculus.	160
Triangulum oxigonium.	4	Vocum musicarum proportio rationa- lis esse debet.	146
Triangulum orthogonium quod.	4	De litera Z.	
Triangula duo, duo Parallelogramma, duæ Columnæ, duæ pyramides, siue Coni sup̄ equas bases cōstituti, sunt fastigijs proportionales.	6	Z odiacus, siue signifer, qui.	9
quid si sint eiusdē altitudinis? ibid.		Zodiacus in quot arcus æquales diuiditur.	10
Triangulū æquilaterū si ī circulo descri- ptū fuerit, ipsius triāguli latus, potē- tia triplum est ad circuli semidiamē- trum.	113	Et quomodo vocentur.	ibid.
Triāguli æquilateri latus ad ppēdicula- rēque ab angulo ad basim, potentia sexquitercium est.	123	Zodiaci maxima ab Æquatore declina- tio quomodo inuenienda.	53
Triāguli æquilateri si latus fuerit rōna- le, superficies eius est medialis.	123	Zonę quinque.	11
Tripla ratio, dupla est eius, quam habet cubica superficies ad pyramidis super- ficiem in eadem spherā.	129		
Tritonius a diapente vincitur semito- nio minori.	146		

Errata sic corrigito.

Folio 33. versu 20. Cyclus Cyclum, 36. 38. anni anni, 42. 24. igitur igitur.

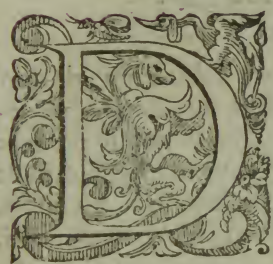


REVERENDI DO. FRANCISCI
MAVROLYCI, ABBATIS MESSANENSIS,
ATQVE MATHEMATICI CELEBERRIMI.

De Sphæra Liber vnus.



AD LECTOREM:
PROLOGVS.



DE Sphæra, & de computo temporum multos olim scripsisse constat: inter quos Jo. Sacroboscus, Robertus Episcopus Lingoniensis, & Campanus præcipui sunt. Lubet tamen hic paucis perstringere quidquid pertinet ad huiusmodi negotium. Sphæra quidem tractatus continet astronomica rudimenta: Computus autem kalendarij, Festorum mensium: & anni rationem, quasi quædam ad calculum introductio. Quare, sicut Sphæra videtur esse theórica quædam motuum, ita Computus praxis eorundem & supputatio. Et utrunq; vsu venit publicæ commoditati. Utrinq; enim deriuatur, fastorum, temporum, lunationum, ac solemnitatum distinctio, & annorum ordo, secundum Consules, Cæsares, Pontifices, Reges, & historias succedentium;

A atque

atque quotidianus rationum & negotiorum usus. Tentabimus igitur & nos horum principia & præcepta subtexere. fortasse aliquid ab alijs omissum, supplebimus: aut, si opus fuerit superflua ressecabimus. Utroque enim modo halucinantur authores. Et breuior traditio facilius percipitur. Quis nescit Campanum, tam in Sphæra, quàm in Computo tam diffuse locutum non ad negocij necessitatem, sed ad ostentationem: Utq; Sacroboscum inscitia pariter argueret? Sed utinam ipse in traditione elementorum Euclidis, suo nimium confisus acumini non errasset, & Jo. Regimontij limam non sensisset. Sed hæc alibi discutientur.

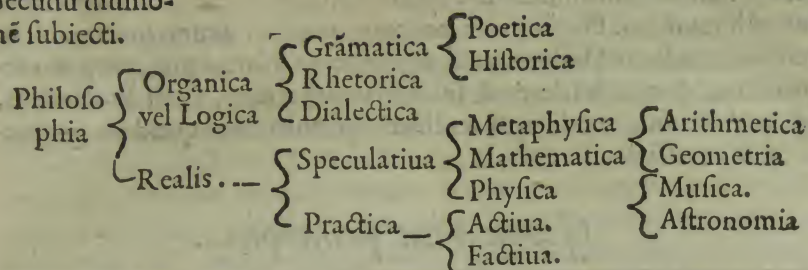
De scientiarum diuisione.

QVONIAM omnis scientia versatur circa subiectum, de quo tractat: est in subiecto, hoc est in anima: dicitur de subiecto, ut generalis de particulari. propterea philosophia distingui potest per tres modos. Primò, secundum diuisionem subiecti, ut in Organicam & realem, sicut subiectum in signum & rem significatam. Secundò, secundum obiecta potentiarum animæ: ut in consyderationem veri, quod est obiectum intellectus; & boni, quod est obiectum voluntatis. Tertiò, secundum diuisionem generis in species: ut in Theoricam & Præcticam, quæ sunt duæ præcipuæ species Philosophiæ.

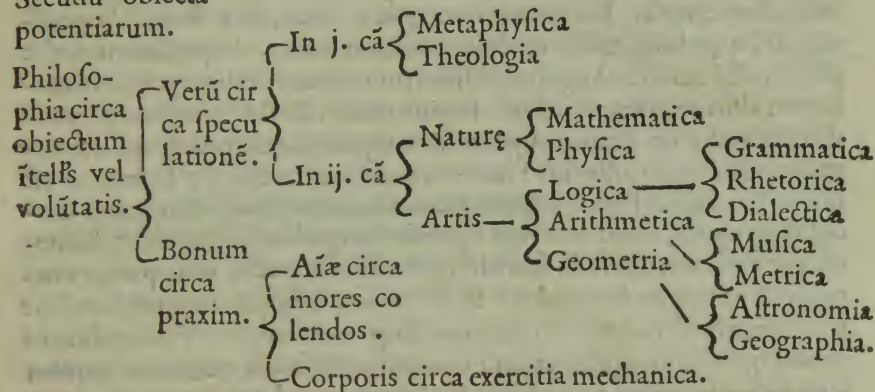
Præterea Scientia præcedit Scientiam quinque modis. Primò, ut generalis particularem. Exempli gratia, Philosophia vniuersas, Mathematica Geometriam, Logica Grammaticam. Secundò, propter ordinem inuentionis, sicut cognitio particularium præcedit cognitionem vniuersalem: ubi à sensu procedimus ad intellectum. Tertiò, in processu discendi, seu docendi: sicut Grammatica præcedit Rhetoricam, & Dialecticam cæteras. Quartò, nobilitate subiecti: sicut Theologia præcedit Astronomiam, & Astronomia Geographiam. Quintò, certitudine demonstrationis, ut Geometria præcedit Astronomiam, & Astronomia Physicam.

Secundum

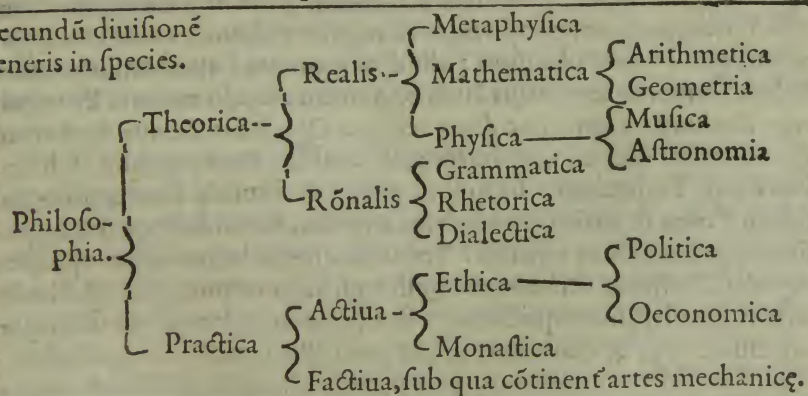
Secūdū diuisionē
nē subiecti.



Secūdū obiecta
potentiarum.



Secundū diuisionē
generis in species.



Sic per triplicem respectum, Philosophia tribus modis distingui potest. Nec te lector ingeniosè moueat diuersitas positionum: quandoquidem in vnaquaque trium diuisionum Scientiæ, & artes (vtunque disponantur) semper inuicem cognatæ, & ab eadem radice propagatæ consistunt.

Quoniam itaque Speculatiua pars Philosophiæ diuiditur in natu-

A 2 ralem,

ralem, Mathematicam, ac Theologiam. Atque Theologia excedit facultatem humanam. Physicā vērō, propter materiæ fluxum, incerta. idcirco commendatur Mathematica, & præcipuè Astronomia, propter certitudinem demonstrationis, & subiecti nobilitatem, vt ait Ptolemæus. Igitur Astronomiæ principia tradituri, præmittemus quædam geometrica, & necessaria præambula.

Geometrica principia.

PUNCTUM est signum quantitatis expers. Linea est longitudo latitudine carens. Linearum quoq; alia recta, alia flexa. Superficies est, quæ longitudinem & latitudinem habet. Superficierum alia plana, alia curua. Angulus est linearum concursus indirectus. Angulorum alius rectilineus, alius alterius modi. Recta in rectam perpendicularis est, cum vtrinq; angulos facit æquales, qui recti dicuntur. Angulus recto maior, obtusus: minor autem acutus dicitur. Terminus est limes, seu finis. Figura est, quæ termino, vel terminis clauditur. Circulus est figura, cuius centrum à periferia æqualiter distat: hunc diametrum per centrum ducta in semicirculos diuidit: recta vērō præter centrum in portiones inæquales. Rectilinearum figurarum quædam sunt trilateræ, quædam quadrilateræ, quædam multilateræ. Triangulorum autem quoddam æquilaterum: quoddam Isosceles, quod duo tantum latera æqualia habet: quoddam Scalenum, quod tria inæqualia. Item aliud orthogonium, quod vnum ex angulis rectum: aliud amblygonium, quod vnum obtusum: aliud oxygonium, quod omnes acutos habet. Semper autem maius latus opponitur angulo maiori. Et anguli tres coniuncti conficiunt duos rectos. Quadrilaterarum figurarum quinque sunt species, Quadratum, Rhombus, Rectangulum, Rhomboides, & Trapezium. Ex quibus prima & secunda sunt æquilateræ solum Prima & tertia rectos habent angulos. Secunda & quarta oppositos angulos habent æquales. Tertia & quarta latera etiam opposita æqualia. Postrema vērō neque æquilatera, neque æquiangula est. Rectæ autem paralleli, siue æquidistantes sunt, quæ in eodem plano descriptæ quorsumcunq; & quantumcunque protractæ contactum non admittunt. Parallelogrammum est, cuius opposita latera æquidistant. quales sunt æquilaterarum primæ quatuor species. Limites & coincidentiæ linearum sunt puncta. Cuiuslibet figuræ rectilineæ anguli omnes coniuncti conficiunt tot paria rectorum, in quot triangula diuiduntur. Vnde quatuor anguli figuræ quadrilateræ conflant quatuor rectos, quia resoluitur in duo triangula. Anguli figuræ pentagonæ conflant sex rectos, quoniam secatur in tria triangula, & sic deinceps.

Solidum:

SOLIDVM est corpus sub triplici dimensione contentum hoc est, quod longum, latum & profundum est. Perpendicularis recta in planum est, quæ rectos facit angulos cum rectis in plano ductis. Parallela plana sunt, quæ quoque versum & quantumcunq; producta nusquam coincidunt. Parallelepipeda solida sunt, quorum oppositæ bases sunt parallelæ. Solidorum species sunt Pyramides, Columnæ, Prismata, atque polyedræ figuræ. Angulus solidus fit ex concursu trium, vel plurium angulorum planorum, quos necesse est quatuor rectis angulis esse minores. Ex polyedris figuris solidis quinque tantum sunt, quæ regularia dicuntur, quoniam sub æquilateris, & æquiangulis & æqualibus inter se basibus singula continentur. Pyramis, scilicet quatuor triangulis. Octaedrum octo. Cubus sex quadratis. Icosaedrum triangulis viginti. Dodecaedrum duodecim pentagonis. Conus est Pyramis rotunda super basim circularem. Cylindrus columna rotunda, pro basibus habens circulos æquos & parallelos. In his axis per verticē & centra basium ducitur. Qui cum perpendicularis est, est ad basim, Conus & Cylindrus dicitur rectus. Secus autem Scatenus. Tam duæ rectæ se inuicem secantes, quàm omne triangulum rectilineum in vno iacent plano. Sphæra est solidum sub vna superficie conclusum, à qua centrum medium æqualiter distat. Eius diameter vel axis per centrum incedit, vt Theodosius. Vel solidum, quod à semicirculo super fixam circumducto describitur, vt ait Euclides. Ratio seu proportio est quantitatum eiusdem generis collatio. Similes, eadem, vel æquales rationes sunt, quæ vel eiusdem sunt nominis, vel qualibet nominata ratione simul sunt maiores, vel simul minores. Nominatur autem ratio à numeris. Eiusdem rationis quantitates proportionales dicuntur.

SIMILES planæ, similiterq; positæ figuræ sunt, quarum anguli singuli singulis æquales & totidem. Et latera singula singulis proportionalia, & æquidistantia. Similia & similiter collocata solida sunt, quæ sub similibus & eiusdem numeri basibus, & parallelis continentur. Et fieri potest interdum, vt in positione simili planarum duo latera figurarum, vel bina congruant simul. Et in locatione simili solidarum, duæ bases, vel binæ, vel ternæ communicent vni plano, reliquis æquidistantibus. Correlatiua latera, vel correlatiuas bases, correlatiuis singulas singulis conferendo. Item similes Coni, aut similes Cylindri sunt quorum axes sunt basium diametris proportionales, & recti vel æqualiter inclinati. Omnes autem duo circuli, & omnes duæ Sphære sunt ad inuicem similes, quoniā semper habent diametros perimetris proportionales. Item in circulis chordæ proportionales diametris abscindunt similes portiones, quæ suscipiunt æquos angulos, siue ad cen-

A 3 trum,

trum, siue ad periferiam positos. In Sphæris quoq; circuli (quorū diametri sphericis diametris proportionales) similes abscindunt sphaeriticas portiones. Tam autem parallelogrammum ad suam triangulū, quàm columna tetragona ad suum Serratile, dupla est. Item tam columna ad suam pyramidem, quàm Cylindrus ad suum Conum triplus est. Item duo triangula, duo parallelogramma, duæ columnæ, duæ pyramides, siue Coni super æquas bases constituti sunt fastigijs proportionales: si autem sunt eiusdem altitudinis, sunt basibus proportionales. Item anguli in circulis, siue ad centrum, siue ad periferiam terminat, sunt assumptis periferijs proportionales.

SIMILES autem planæ figuræ sunt in dupla ratione respondentium laterum. Sic & duo circuli in dupla ratione diametrorum. Similia verò solida sunt in tripla ratione correlatiuorum laterum. Sic & duæ sphaeræ, in ratione diametrorum triplicata. In cæteris autem figuris, siue in planis triangula, siue parallelogramma conferas, siue in solidis pyramides, aut parallelepipeda, vel columnas conferas. Semper collatarum figurarum ratio, ex rationibus basium & celsitudinū componetur. Vnde, si bases fuerint celsitudinibus reciproæ, figuras æquales esse necesse est. Et è contrario.

QUANDO autem recta secat duas parallelos, tunc tam anguli contraposti, quàm coalterni, quàm extrinsecus & intrinsecus oppositi sunt inuicem æquales. Et duo intrinseci simul duobus rectis angulis æquales. Et vna ex his conditio facit æquidistantiam. Quando linea secat lineam, duo anguli collaterales aut sunt recti, aut duobus rectis æquales. Et omnes quatuor anguli, aut recti, aut quatuor rectis simul æquales. Vnde quatuor quadrata simul, vel tria hexagona æquiangulara, vel sex triangula æquilatera implere possunt totum spacium, concurrentibus angulis. Quoniam scilicet angulo in 5^{to} rectus est. In hexagono valet vnum rectum & tertiam partem. In triangulo valet duas tertias vnius recti. Et idcirco tam quatuor angulos quadrati, quàm tres angulos hexagoni, & quàm tres angulos trianguli, quatuor rectis angulis æquialere necesse est. Item, si quantitatem angulorum pensitas, sicut Hexagonos cum intermistis triangulis, ita Octogonos cum intermistis quadratis compaginos totum locum implere tam ratione, quàm experientia concludes. Hæc autem ex Euclidis elemētis prælibanda sunt & prædiscenda his, qui astronomica principia capessere volunt. Sed & sphaericas Theodosij elementa minimè omittenda sunt, vt. Sphaeræ mundanæ forma, circulorum magnitudo, situs, inclinationes, axes, & poli, & diuisio intelligantur.

Si planum secet Sphaeram per centrum, sectio erit circulus maior habens commune centrum cum Sphaera, camq; secans in duo hemisphaeria.

sphæria: Si autem planum secet Sphæram præter centrum; sectio erit circulus minor, centrum habens extra Sphærae centrum, & Sphæram secans in duas inæquales portiones. Vnde circuli maiores omnes in Sphæra sunt inuicem æquales, & se inuicem in semicirculos diuidūt: quoniam commune centrum habent. Circuli autem minores æqualiter remoti a centro Sphærae sunt æquales. Remotior autem minor. Axis Sphærae est eius diameter super quo mouetur. Et est eius circuli, per cuius centrum perpendiculariter transit. Poli sunt axis extrema, quæ singula æqualiter remouentur a sui circuli periferia. Circuli paralleli in Sphæra habent eundem axem, & eosdem polos, & è contrario. Circulus maior in sphæra incedens per polos circulorum æquidistantur: diuidit eos singulos per æqualia. Si autem præter polos, per inæqualia (excepto maiori æquidistantur) arcus autem coalterni duorum circulorū vtriusque æqualiter à medio remotorū, sunt æquales. Et remotior, maiorem patitur inæqualitatem. idemq; facit maior obliquitas secantes. Circulus maior ductus per polos circulorum in sphæra se inuicem secantium, diuidit vtrasque portiones eorum per æqualia, se vero contingentium, transit per punctum contactus. Si duo circuli maiores eant per polos circulorum æquidistantium, vel tangant eorum minimum. Tūc horum arcus inter semicirculos maiorum recepti sunt similes: Et maiorum arcus æquidistantibus duobus inclusi sunt æquales.

HIS præmissis, veniemus ad Sphærae mundanae introductionem. Quidquid autem super isto negotio tradendum est, aut pertinet ad principia, aut ad circulos, aut ad motum primum; aut ad motus secundarios. Hæc singula summatim ac paucis explicabimus.

Sphærae principia, quæ sunt sex Ptolemaei conclusiones.



CELI figuram esse sphæricam, & motum eius circulare. Nam cælo vniuersa comprehensuro congrua fuit forma capacissima ad motum circularem facilis, & quæ semper intra eosdem se limites contineret: & talis est sphærica. Item si secus esset, cæli propter plures motus circulares frangerentur, aut vacuum in eis reperiretur. Id idem sensibili comprobatur experimento. Quod autem astrorum corpora sunt sphærica, constat: quoniam quaqua versum spectata rotunda videtur. Item à necessitate motus ab exemplo cælestis & elementarijs formæ. A cremento & decremento Lunæ.

TERRAM esse rotundam. Nam rotunditatem ab ortu ad occasum arguit anticipatio ortuum & occasuum stellarum per indicium

lunaris eclipsis . Rotunditatem ab austro ad boream indicant cremen-
ta meridiana rum altitudinum & polorum mundi . Quod autem talis
rotunditas sit circularis , patet, quoniam anticipationes dictæ , atque
crementa sunt spatijs locorum proportionalia . Quod aqua sit rotun-
da, ostenditur à dictis argumentis. item ab apparitione successiva sco-
pulorum, arcium, insularum . Quod globus totus sit rotundus simi-
liter ostenditur. item ab umbra terræ in deliquio Lunæ. Ab æquali nîsu
in centrum, & ab æquali distantia à centro . Quod totus mundus sit
rotundus, comprobatur à similitudine mundi archetypi. Terra tamen
ob duritiem non potuit perfectam rotunditatem adipisci: sed mōtium
eminentia, aut valles ad tantam molem collatæ non sentiuntur .

TERRAM in medio mundi sitam esse . Id enim sequitur, cum
de toto cælo hemisphærium , de circulis magnis semicirculos videam-
us, neque aliter constarent crementa dierum , ac noctium , neq; lu-
nares eclipses, neque umbrarum æquinoctialium termini in rectam li-
neam desinerent . Item cum demonstratum sit eam in duabus mun-
di diametris esse, sequitur ut sit in centro . Idem poscit lex naturæ gra-
uia in medium compellentis .

TERRAM respectu firmamenti quasi punctum esse ostenditur
hæc similiter . Secus enim non videremus dimidium cæli , & dimidia
magnorum circularum . Et distantia centrorum instrumenti & terræ
inferret sensibilem in obseruationibus diuersitatem. Item stella in mo-
tu primo non appareret eiusdem semper magnitudinis . Adhuc cum
minima stellarum (quæ maior est, quàm terra) sit respectu firmamenti
quasi punctum, argumentum sumetur à fortiori .

QVOD terra localem motum non habet, ostendere . Nam per mo-
tum rectum relinqueret centrum, & minus grauia restarent in medio.
Per motum verò circularem super alium axem ab axe mundi, variare-
tur altitudo poli . Super axem verò mundi, relinqueret, quæcunque
sunt in aere versus Occidentem ædificia corruerent . Et lapis sursum
iactus non eodem recideret. Elsetq; contra naturam stabilitatis terræ.

MOTVS cælestes in duplici differentia reperiri . Nam motus pri-
mus, per quem Sol & astra omnia oriuntur & occidunt, & reuolutio-
nem in spacio diei naturalis perficiunt, super axe polisq; Mundi, om-
nibus est cognitus. Secundarius verò huic contrarius ab occasu ad or-
tum Solis, Lunæ ac planetarum super axe Zodiaci, patet ex quotidiana
obseruatione, & ex varia ipsorum velocitate. Vnde notescit ex numero
motuum & velocitate numerus, & ordo Sphærarum cælestium,
scilicet primi mobilis, Cæli stellati Saturni, Iouis, Martis, Solis, Vene-
ris, Mercurij, atque Lunæ: sicut postea distinctius explicabimus . Hæc
sunt principia Astronomiæ, quæ prædictis & alijs argumentis demon-
strantur.

strantur. Non enim sunt per se nota, sicut arithmetica & geometrica, & purè mathematica fundamenta.

De Mundo.



MUNDVS est Sphæra, cuius centrum est ipsum vniuersi, terræq; centrum: superficies verò ipsa primi mobilis, siue cæli vltimi conuexa. Cum autem Sphæra sit solidum, solidum autem superficie, vel superficiebus claudatur, superficies verò linea vel lineis terminetur, linea denique punctis interiacet; idcirco Astronomiani capessentibus istæc fundamenta sunt præiacienda, imò non solum Geometria, sed Arithmetica etiam præcepta prælibanda.

De Axe, polisq.

AXIS autem mundi diameter est huius sphæricæ machinæ, super quem sphæra ipsa vel Mundus veritur ab ortu ad occasum. Poli verò sunt axis puncta extrema. Vnde omnia astra, omnes stellæ, imò omnia, quæcunque in mundo sunt, puncta motu circulari feruntur, & circulos describunt eo maiores, quò ab axe, polisq; remotiores Poli autè, & quæcunque in axe sunt puncta stabilia manent, & axis totus fixus, & perpetuò semper motui sufficiens.

De Equatore.

NUNC autem de Sphære circulis, & eorum officijs dicendum. Ut autem in diffinitionibus præambulis dictum est, circulus in Sphæra maior est, qui commune cum Sphæra centrum habens ipsam per æqualia partitur. Minor vero, qui extra centrum Sphære sortitur centrum, & Sphæram diuidit in portiones inæquales.

ÆQUATOR igitur est circulus maior in sphæra communes cū mundo polos, & communem axem habens: nunquam situm mutans secundum planam superficiem. Dicitur & æquinoctialis, quoniam diei noctem adæquat: & cingulum primi mobilis, quoniam medius inter polos cælum cingit.

De Zodiaco.

ZODIACVS siue signifer est circulus maior in sphæra obliquè secans æquinoctialem, ad angulum, qui quartam partem habet recti & quasi nonagesimam. Et ideo dicitur circulus obliquus. in cuius superficie Sol contra motum primum ab occasu ad ortum defertur. Item & Luna & cæteri planetæ: quanquam vtrinque aliquantum exorbitantes: mediam enim semitam tenet Sol, quæ Ecliptica dicitur. Huius
autem

autem declinatio ab æquatore, secundum diuerfas obseruationes, varia inuenta est. Ptolemæus hanc fecit graduum 23. minu. 51. $\frac{1}{3}$. Albategnius autem graduum 23. minu. 35. Alcmæon grad. 23. minu. 33. $\frac{1}{2}$. Georgius Peurbachius grad. 23. min. 28. Et Ioannes eius discipulus eā posuit grad. 23. & dimidij. Quæ varietas ex motu octauæ Sphæræ, quæ Trepidationis vocant, prouenire putatur. Porro longitudines & latitudines planetarum & astrorum in hoc circulo computantur. Sicut & eorum motus cum solari motu colligantiam quandam & regulā (de qua postea dicendum est) seruant. Sicut autem æquator ad primum motum, ita Zodiacus ad secundarios pertinet.

SCHOLIUM. Diuiditur autem Zodiacus, in 12. arcus æquales, quæ signa dicuntur, sex quidem ab æquatore borealia, & totidem australia, quorum nomina sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo, Libra, Scorpius, Sagittarius, Capricornus, Aquarius, Pisces: sub quibus computatur motus Luminariū, & planetarum. Quorum nomina sumuntur à constellationibus octauæ: quæ à priscis astronomis putabatur primum mobile. Postea verò quàm à Ptolemæo deprehensus est motus eius tardus ab occasu in ortum contrarius primo motui, opus fuit computare hunc motum tardum in superiori Cælo, & in eo intelligi Zodiacum, sitq; tale cælum, Primum mobile. Idem sequitur propter motum trepidationis, quem commentus est Tebitius. Quoniam verò Alphonsus ipsi octauo cælo adscripsit vtrunque motum, scilicet longitudinis, ac trepidationis; oportuit adiungere Sphæram decimam cum tertio Zodiaco, in quo computarentur omnes motus secundarij, hoc est, nonæ in longitudine, octauæ secundum trepidationem, & septem successiuè planetarum, vt ipsum decimum sit. Primum mobile, quod oportet vnico motu ferri, contranitentibus inferioribus.

De duobus tropicis.

TROPICI sunt duo circuli in Sphæra æquatoris paralleli, & Zodiacum in duobus punctis tangentes: & perinde inter se æquales: determinantes maximum Solis ab æquatore secessum, in dictis punctis, à quibus Sol conuertitur ad Aequatorem. Et ideo Tropici dicuntur. Hic per Cancrī, ille per Capricornī principium. Hic nobis hyematis, ille æstius.

De punctis æquinoctiorum, & solstitiorum.

ÆQUINOCTIALIS autem & Zodiacus se vicissim per æqualia, hoc est in semicirculos dispescunt. Et puncta sectionum dicuntur Aequinoctia, eo quòd in illis Sol Aequinoctium. Semicirculi verò

verò Zodiaci vtrinq; in punctis tropicorum tactuum in quadrantes distinguuntur, quæ puncta Solstitia dicuntur: quoniam (vt dictum est) maximum ab æquatore secessum determinant. Quatuor verò quadrantes singuli continent tria signa, quæ Sol perambulat per singulos menses, faciens quatuor anni tempora, scilicet Ver, Aestatem, Autumnum, & Hyemem.

De arctico, & antarctico parallelis.

VT QVE ratio postulat, quantum Zodiacus declinat ab Aequinoctiali; tantum & illius poli ab huius polis secedunt. Itaque duo circuli minores per Zodiaci polos descripti, & æquatori æquidistantes, iamq; inter se æquales, dicuntur Arcticus & Antarcticus. Ille quidem ab vtrius septentrionali, hic à contraria positione denominatus.

De quinque Zonis.

PER dictos quinque parallelos, tam in cælo, quàm in terra distinguuntur zonæ totidem, vt scilicet illa, quæ tropicis interiacer, dicatur torrida, propter Solis continuè præsentis æstus. Duæ autem extremæ ab arctico & antarctico circulis, circû polos incluse, quæ potius sphericæ portiones dicendæ sunt, quàm zonæ, dicantur frigidæ, propter Solis maximam distantiam, glacie perpetua horrescentes. Duæ demum inter has & torridam relictæ, quoniam hinc algorem, illinc calorem participant, temperatæ vocitentur. Sed nonnulli, sicut Polybio placuit, torridam in duas per æquatorem partiuntur: vt sic fiat senarius. zonarum numerus, vt sicut binæ sunt frigidæ, binæ temperatæ, ita & totidem ponantur torridæ.

De coluris duobus.

DVOS quoque circulos maiores in superficie Sphæræ intelligimus, per vtrunque mundi polum ductos. Quorum alter per puncta Solstitiorum, reliquus per puncta æquinoctiorum incedit. inde nomina sortitos, vt ille Solstitialis, hic æquinoctialis Colurus dicatur. Ille èt per zodiaci polos transit: quandoquidem & per puncta contactuum Tropicorum. vnde tam æquatoris, quàm zodiaci semicirculos singulos per æqualia dispecit, vt in præambulis patuit. Qui, quoniam sunt circuli declinationum, idcirco non solum prædicta quatuor cardinalia puncta indicant, sed maximas etiam Solis declinationes, polorum distantias, ac zonarum latitudines metiuntur. Videntur autem hi duo circuli totam Sphæræ machinam, ac circulorum contextum sustinere. Cumq; incedant per polos æquinoctialis, & ille vicissim per horum polos deducitur. à quibus tota Sphærica superficies in octona sphaerica

ralia triangula, ex tribus singula quadrantibus constituta distinguitur. Dicuntur verò Coluri; quoniam nobis imperfecti & mutili apparent. Sunt enim ex eis portiones quædam circa polum occultum, quæ nunquam exoriuntur, tanto quidem maiores, quâto est obliquior horizon.

De Motu primo.

CUM autem tota cæli machina virtute primi motus, continuè voluatur ab ortu in occasum, regulariter: sequitur ut ex tali motu astra omnia, & singula cæli puncta describant in vno ambitu, singulos parallelos circulos. Quorum ille sit maior, qui à polo remotior. Vnde & inter eos æquinoctialis erit maximus: horum periferiæ in eodem tempore, siue per æqua temporum interualla descriptæ sunt similes, in circulis autem æquis æquales. Si autem per inæqualia temporum interualla describantur, erunt temporibus proportionales.

De diuisione circuli.

OMNIS autem in Sphæra circulus tam maior, quàm minor secatur primùm in sex portiones, quoniam semidiameter sexies repetitus chordas facit talium portionum, hoc est, sena hexagoni latera. Quæ portiones appellantur physica signa. Et rursus hæc singula secantur in sexagenos gradus. Gradus autem singuli in totidem minutias. Et minutia deinceps in eiusdem numeri partes. Signum autem commune est dimidium signi physici. Vnde cum circulus contineat signa communia duodecim, congruè annus in totidem menses diuiditur. Vt sicut de motu Solis circulus integer debetur anno; ita signum respōdeat mēsi, & gradus diei. Quamuis non ad amissimū motum temporis (ut verba nostra sonant) ille mundi opifex accommodauerit, neque lunatio præcise mensem metiatur. Commendatur hic Alphonsus qui diem, aut colligendo multiplicās, aut diminuendo diuidens processit, sicut in diuisione circuli per sexagenarium numerum, scilicet ut tempus motui in proportionem respondens faciliorem redderet calculum. Sed de motu diurno, sicut integer circulus perficitur in die, ita quindenī gradus in horis singulis. Et arcus reliqui proportionaliter. Horæ autem datum est signi dimidium, ut tam diei, quàm nocti duodenarius horarum numerus adscriberetur: quot videlicet sunt zodiaci signa, vel anni mēses. Hora autem temporalis est duodecima pars diei, vel noctis.

De Horizonte.

HORIZON est circulus maior, qui manifestum hemisphærium ab occulta determinat. cuius polus est vertex loci, vel zenit oculi inspectoris. Vnde Antipodes habent eundem horizontem: sed sub oppositis

positis verticibus diuersa spectant hemisphæria. Rectus horizon est, qui per Mundi polos transit, & ideo orthogonaliter secat æquinoctialem. Obliquus autem horizon est, qui obliquè secat eundem, & cui polorum vnus eleuatur, ac reliquus tantundem deprimitur.

De Meridiano.

MERIDIANVS est circulus maior, per loci verticē & per mundi polos incedens. Qui quoniam singulos parallelorum arcus, tam super horizontem, quàm sub eo receptos per æqualia diuidit, ideo tam instans meridiei, quàm mediæ noctis semper determinat. In hoc altitudines meridianæ, & per eas altitudo æquinoctialis, declinatio astri, & latitudo regionis per Quadrantem captatur. Si quidem circulus hic est & altitudinis, & declinationis circulus, cum per horisotis & per Æquatoris polos incedat.

De circulis altitudinum.

CIRCVLVS altitudinis est circulus maior ductus per horisotis polos & locum astri. Altitudo astri est arcus circuli altitudinis inter locum stellæ & horizontem.

De Umbris.

VMBRA recta est, quam stylus ad horizontem perpendicularis proiicit in ipsum horisotis planum. Quæ nulla est, dum Sol verticem loci possidet: infinita verò, dum horizontem. Umbra versa est, quam stylus ad planum circuli verticalis perpendicularis in ipsum planum, Sole meridianum possidente, proiicit. Quæ nulla est, dum Sol infimus: infinita, dum altissimus. Vnde, cum Solis altitudo habet dimidiam recti anguli; vtrique umbrarum æquiperat stylum suum. Item notandū, quòd circulus verticalis est, qui per zenit regionis, perq; sectiones horisotis & æquatoris ducitur. Et umbra versa est, quam stylus cylindri pendens ad Solem vergens in ipsa cylindrica superficie deorsum proiicit. Sol igitur eleuatur umbram rectam minorem, versam verò longiorem facit.

De loco Astri, longitudine, latitudine, ascensione, ac declinatione.

LINEA veri loci stellæ vel astri est, quæ à centro terræ per cētrum astri vsq; ad concuam primi mobilis superficiem producit. Locus astri est punctum, quod dicta linea in dicta superficie indicat. Circulus latitudinis astri est, qui per zodiaci polos & astri locum incedit. Longitudo astri, seu verus motus est arcus zodiaci à sectione verna, hoc est ab Arietis initio, secundum signorum successionem, vsque ad circulum
lati-

latitudinis receptus. Latitudo aſtri eſt arcus circuli latitudinis inter aſtri locum & zodiacum ſumptus, ſeptentrionalis vel meridionalis à polo denominatus, ad quem vergit. Hæc enim pertinent ad zodiacū, in quo & cuius reſpectu longitudines & latitudines ſecundum motus ſecundarios computantur. Circulus autem declinationis eſt, qui per mundi polos & aſtri locum deſcribitur. Recta ſtellæ vel aſtri aſcenſio eſt arcus æquinoctialis à ſeſtione verna, ſecundum ſucceſſionem uſque ad circulum declinationis receptus. Declinatio ſtellæ eſt arcus circuli declinationis inter locum ſtellæ & æquinoctialem clauſus ſeptentrionem vel austrum verſus meſſuratus. Vnde patet quòd colurus ſolſtitialis (quoniam per polos mundi & zodiaci tranſit) eſt tam latitudinis, quàm declinationis circulus. Et quoniam omnis declinationis circulus eſt horizon rectus, idcirco talis circulus determinat rectam ſtellæ aſcenſionem, quæ & ipſa recta deſcenſio eſt. Similiter & obliquus horizon determinabit in ſtella obliquam aſcenſionem, ac deſcenſionē. Differentia verò, ſiue exceſſus rectæ & obliquæ aſcenſionum, dicitur differentia aſcenſionalis: & eſt arcus, ſiue periferia, in qua ſemidiurnus arcus ſtellæ excedit quadrantem, vel exceditur à quadrante circuli. Qui arcus computatur in æquatore, vel in parallelo ſtellæ. Quare, ſi ſtella exiſtat in æquatore, nulla eſt prædicta aſcenſionum differentia. Et tūc ſemidiurnus arcus ſtellæ Quadrans eſt præciſe: quoniam æquator æquat arcum nocturnum diurno. Et hæc pertinet ad æquatorem: cuius reſpectu & in quo meſſuratur aſcenſiones & deſcenſiones, atque declinationes ſecundum motum primi mobilis. Aſcenſio autem vel deſcenſio arcus zodiaci, vel ſigni, eſt arcus æquatoris ei coorrens, vel coocciſdens, ſiue coaſcendens, vel condeſcendens.

De ſitu horizonis recti.

S V B æquatore degentibus omnes arcus, diurni ſunt nocturnis æquales. Omnes ſtellæ oriuntur & occidunt. Et umbra recta verſus quatuor mundi plagas projicitur, & bis in anno nulla eſt, dum ſcilicet Sol in æquatore conſtitutus per eorum verticem fertur.

De ſitu obliqui horizonis.

S V B omni parallelo verſus polum manifeſtum bis tantum in anno dies æquatur nocti. Et dies æſtivi ſunt hybernis longiores: noctes autem breuiiores, quanto ſcilicet ab æquinoctio Sol remotior. Et quædam ſtellæ ſemper apparentes, quædam ſemper occultæ. Et latitudo loci æqualis altitudini poli. Item ſub remotiori parallelo ab æquatore ſit maior dierum ac noctium inæqualitas; maiorq; numerus ſtellarum ſemper apparentium, maior etiam ſemper deliteſcentium.

De

*De situ degentium inter Æquinoctialem
& Tropicum.*

INTER æquinoctialem, & tropicum degentibus umbra recta quadrifariam porrigitur, & bis in anno nulla est: bis enim in anno Sol per eorum verticem transit.

De situ degentium sub Tropico.

SUB tropico degentibus semel in anno nulla fit umbra meridiana. Semel enim in anno, scilicet in tropico positus per eorum zenit incidit, aliàs semper ad partes poli extantis umbra flectitur.

*De situ degentium inter tropicum & Arcticum,
vel Antarcticum circulum.*

INTER tropicum & arcticum, vel antarcticum viciniorem, scilicet habitantibus, umbra meridiana semper ad partes poli manifesti extenditur: nunquam enim Sol per eorum zenit defertur.

De situ degentium sub Arctico & Antarctico.

SUB arctico, vel contrapposito habitantibus semel in anno dies viginti quatuor horarum est, & nox vnius instantis. Semel etiam nox viginti quatuor horarum, & dies vnius instantis. Et umbra recta super horizontem circumquaque flectitur. Et quoniam tropici tangunt talē horizontem, ideo in tropico extante includitur quidquid non occidit, in reliquo quidquid stellarum non exoritur.

De situ sub polo mundi degentium.

MUNDI polum pro vertice habentibus, dimidium Sphæræ semper apparet. Et dimidium reliquum semper delitescit Anniq; dimidiū dies continua; & reliquum dimidium nox est continua. Horizon enim illorum est æquinoctialis. Et umbra circumfertur in circularē ambitū.

De ascensionibus signorum in horizonte recto.

IN horizonte recto, quatuor signa punctis æquinoctialibus contigua sortiuntur æquas inter se, & minimas ascensiones. Quatuor autē frequentia æquales & mediocres. Quatuor reliqua vtrinque ad solstitialē punctum desinentia æquales, & maximas. Ita enim poscit ratio triangulorum Sphæralium.

De ascensionibus signorum in horizonte obliquo.

AT in horizonte obliquo, duo signa vni puncto æquinoctij conti-
gua

qua habent inuicem æquales & minimas ascensiones. Duo autem frequentia inuicem æquales & mediocres. Duo demum ad terminos solstitiorum desinentia inuicem æquas & maximas. Verum, si conferantur signa opposita, illud quod in semicirculo zodiaci ascendente, maiorem habet ascensionem. Intellige autem semicirculum ascendentem eum qui rectius ascendit.

Corollaria.

Duo signa opposita in quolibet horizonte, habent ascensiones simul iunctas æquales aggregato ascensionum rectarum suarum. Nam excessus vnius supplet defectum alterius.

ARCUS coalterni dierum, ac noctium in quolibet horizonte sunt inuicem æquales. Vnde aggregatum omnium arcuum diurnorum in quouis horizonte, æquatur fermè aggregato omnium arcuum nocturnorum vnius anni.

De die ac nocte maxima zenit habentium inter Arcticum circulum, mundiꝝ, polum.

ZENIT habentibus inter arcticum circulum mundiꝝ, polum, dies maximus continuatur per totum illud tempus, in quo Sol moratur in illo arcu zodiaci, qui nunquam occidit. Contrà, nox maxima continuabitur per tantum tempus, quantum Sol moram trahet in opposito & æquali arcu zodiaci, qui semper delitescit. Punctum autem solstitij mediat talem arcum. Vnde dies illis vel nox maxima continebit tot dies, quot gradus habebit talis arcus.

De Ascensionum, vel Descensionum mora.

SIGNA igitur, seu arcus zodiaci æquas inuicem ascensiones sortiti, peroriuntur in temporibus æquis. Arcus verò maiorem sortitus ascensionem, in maiori tempore oriuntur. Idemq; de descensionibus dicendum. Vnde, quoniam in qualibet die vel nocte (quantumcunque sit) oriuntur sex signa, & totidem occidunt: idcirco in longissima die vel nocte oriuntur sex signa tardissimæ ascensionis, & occidunt sex signa reliqua tardissimæ descensionis. Contrarium verò fit in die, vel nocte breuissima. Vnde sequitur, vt habentibus zenit sub arctico vel antartico circulo, sub ipsum solstitium, in die longissima (quæ viginti quatuor horarum est) siue in nocte alterius solstitij totidem horas habente, oriantur sex signa & totidem occidunt. In nocte autem illius solstitij, aut in die huius (quæ instans temporis est) in instanti oriantur sex signa, & totidem occidunt. Et id, quoniam quotidie zodiacus cœnuitur horis, & in instanti secatur ab eo.

De

De Periæcis.

PERIOECI, hoc est, sub eodem parallelo circumhabitantes habent eandem & eiusdem poli altitudinem, æquales & eorūdem signotum ascensiones, siue descensiones, æquos arcus eiusdem loci diurnos, siue nocturnos, æquales simul umbras: eandem simul aeris temperiem, item ortuum & occasuum anticipationem, secundum interuallum longitudinum. Nam in cæteris, siue in his fit anticipatio meridiei, secundum idem interuallum.

De Antæcis.

ANTOECI autē, hoc est, in contraposis & æqualibus parallelis habitantes, habent æquales, sed diuersorum polorum altitudines: æquales in oppositis signis ascensiones & descensiones: æquales arcus, siue diurnos, siue nocturnos, sed in oppositis locis: æquales temporum dispositiones, sed in oppositis signis. Vnde quando hi Verum, illi Autumnale tempus: quando æstiuum hi, brumale tempus illi sortiuntur.

De Antipodibus.

ANTIPODES, siue Antichthones, sunt nō solum Antæci, sed etiam per diametrum oppositi. Quare conferuntur in omnibus, sicut Antæci. Verum habent etiam eundem horizontem, sed diuersa hemisphæria, & contra positi in axe horizontis vertices. Vnde quidquid oritur his, occidit illis: et econtrario. Item quidquid stellarum semper apparet nobis; apud nostros Antæcos, & Antipodes semper delitescit, & econtrario.

De Amphisciiis, Perisciiis & Antisciiis.

AMPHISCII sunt, quibus Meridianæ umbræ utroque proijciuntur, ut intra Tropicos positis. Periscij autem, quibus umbræ in circulum flectuntur: velut intra circulum Arcticum, vel sub polo constituti. Antiscij verò, quibus umbræ Meridianæ in contrarias partes distenduntur, sicut Antæcis contingit. Et notandum, quod situs prædicti comprehenduntur per longitudines & latitudines locorum: de quibus dicendum.

De longitudinibus, & latitudinibus locorum.

EXORDIUM longitudinum in sua Geographia sumpsit Ptolemæus à Meridiano insularum fortunatarum, utpote Occidentis habitati extremo termino. Itaque longitudo loci, est arcus Aequatoris, aut eius paralleli à prædicto Meridiano versus ortum, usque ad talis loci Meridianum computatus. Nam mundū describentes Septentrionalia superne locamus; & à sinistris dextrorsum, hoc est, ab Occidente in Oriem

B

tem

tem procedimus. Latitudo autem loci est arcus Meridiani inter æquatorem, & locum ipsum comprehensus, habens nomen à Septentrione, vel ab Austro, quorsum scilicet locus ab æquatore secedit. Vnde loci æqualium & eiusdem nominis latitudinum sunt Peræcorum. Loci autem æqualium & diuersi nominis latitudinum sunt Antæcorum: & tunc si eorum longitudines differant per semicirculum, sunt Antipodum. Latitudo autem semper poli celsitudinem æquiperat.

De Ortu & Occasu Astrorum.

STELLÆ ortus matutinus est, qui fit oriente Sole. uespertinus verò, fit dum Sol occidit. Item occasus stellæ matutinus ad ortū Solis: uespertinus ad occasum fit. Similiter Coeli mediatio per eundem respectum ad Solem nomina sortietur. Hos ortus, aut occasus quidā Cosmicū, & Chronicū vocant. Sed diffinitio rē indicat, non vocabulū.

De Climatibus.

CLIMATA sunt paralleli præcipui habitationum, qui distinguuntur à Ptolemæo secundum crementa diei maximi. Ponitur autem medium primi Climatatis in parallelo: ubi maximus dies habet horas 13. qui per Meroen insulam transit. Secundi Climatatis medium in parallelo habente maximum diem horarum $13\frac{1}{2}$ qui per Syenē urbem trāsit. Tertij Climatatis medium in parallelo diei maximi horarum 14. qui per Alexandriam. Quarti Climatatis medium in parallelo horarū $14\frac{1}{2}$ qui per Rodum. Quinti Climatatis mediū in parallelo diei maximi horarum 15. qui per Romam. Sexti Climatatis medium in parallelo diei maximi horarum $15\frac{1}{2}$ qui per Borysthonem. Septimi Climatatis medium in parallelo diei maximi horarum 16. qui transit per Rhipheos montes. Horum principia & fines distinguuntur per crementa quadrantum horæ in maximis diebus. Vide Geographiam Ptolemæi, & Pappi mundum. Nunc de apparitionibus & occultationibus astrorum paucis dicendum est.

De apparitionibus, & occultationibus Stellarum.

APPARENT primū Stella propter secessionem earum à Sole. Occultantur autem propter accessum. Apparitio dici potest ortus heliacus, vel prima fulsio. Sed occultatio, dicitur occasus heliacus, vel postrema fulsio. Stellæ quidem fixæ ac tardiores Planetæ, propter Solis, qui velocior est, ad eas accessum, occultantur occasu heliaco vespertino, quæ postrema fulsio vespertina dicitur. Deinde propter Solis ab eis recessu, apparent ortu heliaco matutino: quæ prima fulsio matutina dicetur. Luna verò ad Solem, qui tardior est, accedens

dens, occultatur occasu heliaco matutino : quæ postrema fulsio matutina vocatur. Deinde, propter eius à Sole secessum, apparet ortu heliaco vespertino : quæ prima fulsio vespertina vocabitur. At Venus, & Mercurius, quando sunt directi (quoniam velociore Sole) occidunt, & occultantur occasu heliaco matutino, propter eorum accessum ad Solem, facientes postremam fulsionem matutinam. Et deinde recedentes à Sole, apparent ortu heliaco vespertino, facientes primam fulsionem vespertinam : sicut Luna faciebat, quæ Sole velocior. Quando autem Venus, & Mercurius sunt tardiores Sole, & retrogradi : tunc, propter Solis ad eos, & eorum ad Solem accessum, occultantur occasu heliaco vespertino, facientes postremam fulsionem vespertinam. Deinde, propter Solis ab eis, & eorum à Sole discessum, apparent ortu heliaco matutino, facientes primam fulsionem matutinam : sicut stellæ fixæ & planetæ superiores, Sole tardiores faciebant. Et est notandum, quod astrum minoris luminis postulat maius à Sole intervallum, ut appareat. Et Luna potest occultari mane vetus, & deinde apparere vesperi noua eodem die (quod innuit author Theoricarum) ac ratione & experimento comprobatum est. Fallitur ergo Plinius & quicumque aliter sentiunt.

De motu Solis.

HACTENVS de his, quæ pertinent ad motum primum. Nunc de secundariis motibus principia quædam libanda sunt. Et primum de Sole. Sol deferitur ab Eccentrico deferente, super centro proprio regulariter : & ideo super quocunque alio puncto, & super centro Mundi inæqualiter. Linea recta per hæc duo centra incedens, dicitur Augis linea : it enim per punctum deferentis à centro Mundi remotissimum, quod dicitur Aux : & per vicinissimum, quod dicitur oppositum augis. Linea medii motus Solis, est, quæ à centro mundi ad zodiacum ducta æquidistat lineæ à centro deferentis ad centrum Solis ductæ. Aequatio Solis, est arcus zodiaci inter lineas veri & medii motuum : quæ nulla est, dum Sol in auge, vel in eius opposito sistitur : maxima vero in longitudinibus medijs. Aux Solis, sicut & reliquorum planetarum mouetur ad motum octauæ spheræ.

De motu Lune.

LUNA deferitur ab epicyclo, supernè contra successionem signorum. Epicyclus vectatur à deferente eccentrico super centro mundi regulariter. In coniunctionibus luminarium, secundum medios motus, centrum epicycli sistitur in auge deferentis. Inde centrum epicycli versus ortum, & aux eccentrici versus occasum sic mouentur, ut linea medii motus Solis semper media sit. Vnde in quadraturis, centrum

B 2 epicycli

epicycli sistetur in opposito augis eccentrici : & in oppositione rursus in auge. Propter talem augis motum, centrū deferentis describit periferiam circuli parui circa centrum Mundi. Illud autem punctum, in quo talis periferia secat lineam augis, est centrum æquantis motum Lunæ in epicyclo. Nam linea, quæ ab istoc puncto per centrum epicycli ducitur, indicat augem mediam epicycli, à qua Luna in epicyclo semper regulariter elongatur. Aux autem vera epicycli per lineam à centro Mundi per centrum epicycli ductam terminatur. Et arcus epicycli inter duas auges dicitur æquatio centri : quæ nulla est, dum centrū epicycli, in auge deferentis, aut in eius opposito fuerit : maxima verò in longitudinibus medijs. Centrū Lunæ est elongatio centri epicycli ab auge eccentrici. Argumentum medium, elongatio Lunæ ab auge epicycli media. Verum autem à vera. Aequatio argumenti est arcus zodiaci inter lineas medij & veri motuum. Linea medij motus à centro mundi per centrum epicycli ducitur. Et æquationes argumenti scriptæ in tabulis supponunt epicyclum in auge deferentis. Quas pro alijs sitibus opus est adaugere secundum proportionem minorum proportionalium ad 60. parte sumpta de diuersitate diametri, quæ maximus excessus est.

De motu trium Superiorum & Veneris.

QUILIBET trium superiorum & Venus deferitur in epicyclo superne secundum successionem signorum. Epicyclus autem deferitur à deferente eccentrico. Centrum deferentis, est in loco medio inter centrum mundi & centrum æquantis. Linea à centro æquantis per centrum epicycli, determinat augem mediam epicycli. Quæ autem à centro mundi per centrum epicycli, monstrat locum epicycli verū. Quæ autem à centro mundi educta æquidistat ductæ à centro æquantis per centrum epicycli, est linea medij motus planetæ, vel epicycli. Arcus zodiaci inter lineas medij & veri motus epicycli, dicitur æquatio centri in zodiaco : cui semper similis est arcus epicycli inter duas auges : qui dicitur æquatio centri in epicyclo. Per has æquationes ex centro & argumento medijs eliciuntur vera. Deinde per æquationem argumenti, quæ est arcus zodiaci inter verum locum epicycli & verum locum planetæ adæquatur verus locus planetæ. Et in trium Superiorum quolibet tantum elongatur planeta ab auge epicycli media, quantum Sol à loco planetæ medio. Aequationes autem argumentorum scriptæ in tabulis supponunt epicyclum in media longitudine eccentrici. Pro cæteris autem sitibus versus augem oportet subtrahi, & versus oppositum superaddi portiones quasdam de diuersitatibus diametri, secundum proportionem minorum proportionalium ad 60. sumptas. Venus
autem

autem & Mercurius sic colligantur cum Sole, vt ipsorum trium idem semper sit medius motus. Et eorum media coniunctio perpetua. Auges autem feruntur secundum motum Stellarum fixarum.

De Mercurio.

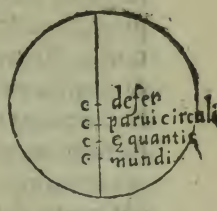
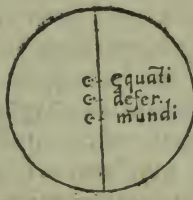
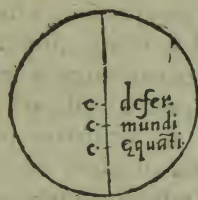
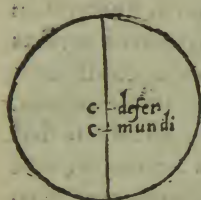
NOTANDVM, quod in Mercurio Centrum Aequantis est medium inter Centrum mundi, centrumque parui circuli. In cuius periferia deferitur centrum deferentis contra successionem signorum cum tenore motus planetæ medij. Et quoniam dicta periferia it per centrum æquantis, idcirco centrum deferentis semel in anno cōnuitur centro æquantis. Cætera pro Mercurio definiuntur & supputantur, sicut in aliis planetis

Theorica Solis

Theorica Lunæ

Theorica H. ☿ ♂

Theorica ♀



De directionibus regressionibus & stationibus.

QUILIBET autem quinque errantium in superiori parte epicycli fertur secundum successionem signorum. In inferiore contra. In luna fit contrarium. Dux autem lineæ à centro mundi eductæ secantes epicyclum utrinque à linea per centrum, in duobus inferiorum sectionum punctis determinant stationes. In puncto orientali planeta de directo fit retrogradus. In occidentali de retrogrado fit directus. Illud punctum statio prima: hoc aut statio secunda nūcupatur. In illo motus planetæ in epicyclo incipit vincere motum deferentis epicyclum. In hoc autū vinci ab eo vnde in toto arcu epicycli superiore planeta est directus. In inferiore autem retrogradus est. Luna verò non patitur regressionem, sed motus tantum intensionem, aut remissionem. Quia motus deferentis non vincitur à motu Lunæ in epicyclo, sed tantum intenditur, aut retardatur.



De latitudine Lunæ & Planetarum.

NOTANDVM quod deferens Lunæ secat viā Solis, hoc est Eclipticam

B 3

pticam. Et puncta sectionum dicuntur caput & cauda Draconis, siue Anabibazon & Catibibazon, hoc est, Ascensus & Descensus. Quæ puncta mouentur contra successione signorum quotidie per tres minutias gradus ferè. Epicyclus autem Lunæ iacet in plano deferentis. Et maxima latitudo deferentis, est graduum quinq; inuariabilis semper. Deferentis quoque singuli trium superiorum planetarum declinant ab eclipctica. Et punctum maximæ declinationis in Marte est in auge deferentis. In Saturno ante auge per gradus 50. In Ioue post auge per gradus. 20. Et epicyclus inclinatur magis & minus ad deferentem. Sed dum centrum epicycli est in nodis; epicyclus iacet in plano eclipctica. Alibi diameter, super quâ fit inclinatio epicycli, æquidistat vt eclipctica. Et maxima inclinatio fit in punctis maximarû declinationum. Aux autem epicycli semper interiacet superficiebus eclipctica ac deferentis. At deferentes duorum inferiorum deuiant mobiliter ab eclipctica, hinc & inde super diametro longitudinum mediarû. Epicycli autem inclinantur & reflectuntur ad deferentes, super diametros erectas & transuersas, cum hac regula. Centro epicycli in nodis constituto, Eccentricus vnitus iacet eclipctica, qui à nulla est deuiatio deferentis. Et tunc in epicyclo reflexio nulla est: inclinatio autem maxima. Sed centro epicycli punctum deferentis maxime deuians, tenente, tam deferentis deuiatio, quàm epicycli reflexio est maxima: inclinatio vero nulla. In locis autem mediis crescunt & decrescunt pro cremento latitudinum. Motus autem in Venere septentrionem & ortum: in Mercurio austrum & occasum poscit in primis semicirculis: in secundis contrarium. Sicut Georgius in Theoricis latius explicat. Ex his colligitur, latitudo singulorum planetarum ab eclipctica secundum situm epicycli in deferente, & planetæ in epicyclo. In Luna vero latitudo supputatur per solam deferentis declinationem, quâdoquidem epicyclus nihil ab eius planitie flectitur.

De loco viso astri, & diuersitate aspectus.

MOTVS visus astri consideratur secundum visum nostrum in terræ superficie positum. Linea loci visi est, quæ ab oculo nostro per centrum astri vsque ad concauam primi mobilis superficiem extenditur. Visus astri locus est punctum, quod indicat dicta Linea in dicta superficie. Diuersitas aspectus astris est arcus Circuli altitudinis inter verum & visum locum. Vnde si astrum sit in vertice horizontis; talis diuersitas nulla est. Ibi enim eadem est linea veri & visi loci. In horizonte autem si ponatur astrum, diuersitas est maxima: quæ consideratur inde secundum longitudinem & latitudinem zodiaci. Visibilis coniunctio astrorum dicitur, secundum locos visos.

De

De Eclipsibus.

ECLIPSIS Solis nihil aliud est, quàm visibilis eius cum Luna coniunctio. Hoc est lunæ inter visum nostrum & solem interpositio. Sicut cum luna videtur obiectu suo aliquem nobis ex planetis, vel aliquam ex stellis intecipere, quod sæpe contingit. Vnde, propter diuersitatem aspectus, in diuersis terræ locis diuersam, accidit, vt si Luna totum nobis Solem obtegat, tunc in locis magis septentrionalibus, aut australibus, partem illius cælet, aut ex eo nihil abscondat. Atque ita solis eclipsis nobis fiat vniuersalis; alicubi partialis, & alibi nulla, non secus ac si nubes Solem velaret. Sed Lunæ Eclipsis est verus luminis defectus. fit enim, cum Luna in plenilunio ingreditur aut tota, aut partim in vmbra terræ. Et sic tota vel partim priuatur lumine Solis & tantundem deficit vere, ac deficere videtur omnibus in locis, in quibus apparet. Eclipsis igitur Solis fit in coniunctione, Eclipsis Lunæ, & in oppositione luminariū, tunc scilicet, cū coniunctio, vel oppositio cōtingit iuxta eclypticam, hoc est iuxta nodos seu puncta sectionum: in quibus lunaris deferens secatur eclypticam, sicut theoricarum authores & tabularum canones docent. Vbi termini eclypsū diffiniuntur vt puta digiti, minuta casus, minuta moræ, & tempora durationum. Assignantur autem limites, hoc est distantia à nodis, intra quos possibile est eclypsū fieri aut Solis, aut Lunæ. Et arctiores adhuc termini, qui necessitatem induceret, quamuis neglecti ab authoribus. Et notandum, quòd Sol aut Luna in sex mensibus: item Luna in quinque mensibus. Et tūc Sol in diuersi locis. Item sol in septem mensibus. Et in vno mense in contrapostis locis, potest bis eclypsū pati. Potest & intra quindecim dies vtrunque luminarium deficere. Sol, scilicet in coniunctione, & Luna in oppositione.

De motu octauæ Sphæræ.

EX numero autem motuum arguitur numerus cælorum, siue orbium Cælestium. Vnde certum est, luminaria & erraticos quinque singulis motibus delatos sortiri cælos singulos. Vt sic octauum cælum (si motum secundarium non habeat, vt vetustissimi astronomorum putabant) ponatur primum mobile. Sed, qui à Ptolemæo suas cum anteriorum obseruationibus conferente, deprehensum est stellas fixas moueri uersus Orientem singulis gradibus per annos centenos; Et inde à Tebitio, ferri per motum trepidationis: idcirco necessarium fuit primum motum adscribi nono cælo. Deinde quoniam Alfonsus motui trepidationis addidit motum longitudinis; oportuit unum ex his, scilicet trepidationem proprium esse octauæ: motum autem longitudinis attribui nono cælo, atque ita motum primum relinqui decimo. Quando

B 4

quidem

quidem necesse est supremum cælum simplici motu ferri. Quod, si Alfonti positio uera est, possent nonus & decimus orbis uocari, quasi deferetes & membra octauæ: ut trium orbium aggregatū contineatur sub uno firmamenti uocabulo. Itaq; cū uetustissimi nōdum deprehendissent motū octauæ: ac Ptolemæus animaduertisset tardissimum unius gradus in annis centenis motum: Deinde Albategnius in annis 66. per unum gradum ferri; Tebitius, ut saluaret hanc varietatem & maximarum Solis declinationum, primus cōmētus est trepidationis motum. Alfonsus uero, siue obseruatione, siue calculi coniectura inductus adierit trepidationi longitudinem. Tebitius dixit capita Arietis & Libræ octauæ cæli circūferri in periferiis paruorum circularum: quorum poli sint principia Arietis & Libræ noni cæli. Quo motu fit, ut ecliptica mobilis octauæ cæli super aliis atque aliis punctis secans æquinoctialem, ob respectum talis sectionis (quæ periodus est motuum) & ob ipsū circularem ambitum, fecerit apparere motus diuersitatem in stellis fixis. Aequatio octauæ Sphæræ secundum Tebitium, est arcus Zodiaci mobilis inter principium Arietis, & punctum sectionis Zodiaci cum æquatore. Argumentum autem motus trepidationis est, arcus parui circuli inter æquatorem & principium arietis mobilis. Ponit autem Tebit. Capita Cancræ & Capricorni octauæ inseparabilia ab ecliptica nonæ. Alfonsus autem dixit capita Arietis & Libræ octauæ cæli ferri in periferiis paruorum Circularum, quorum poli sunt Capita Arietis & libræ noni cæli, in spatio. 7. millium annorum per integrum ambitum. Dictos autem polos cum Circulis, hoc est, totum nonum moueri per totum ambitum Zodiaci primi mobilis in spatio. 49. millium annorum: Ita ut arcus Zodiaci primi mobilis à principio Arietis primi mobilis secundum successionem computatus usque ad Caput Arietis nonæ, siue polum parui Circuli, dicatur motus longitudinis nonæ. Arcus autem parui Circuli à supremo puncto versus Septentrionem usque ad caput arietis octauæ, dicatur argumentum motus accessus, & recessus, siue trepidationis octauæ. Arcus demum eclipticæ nonæ inter polum parui Circuli & Circulū per polos eclipticæ nonæ & Caput arietis octauæ interceptus, dicatur æquatio octauæ Sphæræ. De quo latius in Theoricis. Vide Peurbastrium quoad speculationem: quo uerò ad Calculum consule Alfonsum & Blanstrium.

De numero, & ordine Spherarum.

N E C E S S E est igitur cælos non pauciores esse, quàm nouem, ut scilicet supremus sortiatur motum primum, ab oriente in occidentē. Octo autem reliqui totidem singuli motus secundarios. primum stellarum fixarum, quæ unico motu ad orientē feruntur. Et septem reliquos planetarum.

planetarum : quorum ordinem uetustissimi philosophi ita posuerunt, vt nunc tenemus: vt scilicet Sphæra fixarum suprema sit: proxima Saturni : quem sequitur Iuppiter, Iouē Mars, hunc sequitur Sol superior Venerē, & post Mercuriū Luna infima. Posterius uero, sicut Plato, quia nec Veneris, nec Mercurij interiectu Solis eclypsim fieri uidebant, eos supra Solem locandos esse censuerunt. Alpetragnius autem, qui motuum diuersitates per incurtationem quandam primi motus fieri putabat, sub Marte Venerem, sub qua Solem & inde Mercurium statuēbat. Minus enim incurtat Venus à motu primo, quàm Sol ex parte quidē epicycli. Mercurius autem plusquàm Sol. Harum opinionum antiquissimam recentiores, vt verissimam susceperunt : quandoquidem nec Venus (cuius superficies subcentupla Soli ponitur ab Albategnio). Solem, & minus Mercurius obtenebrare sensibilibiter potest. Amplius maxima lunæ à centro mundi distantia semidiametrum terræ. 64. vicibus: Minima vero Solis indidem remotio eandem diametrum. 1070. vicibus continet. Vnde sequitur, vt interstitium orbium luminarium semidiametrum terræ. 1006. vicibus contineat. Quod cum natura non sinat vacuum, iure Veneris ac Mercurii orbibus adscribetur: ne tanta moles vacua sinatur. Venerem autem Mercurio superiorem esse, nos in Cosmographiæ nostræ dialogis pulcherrimis coniecturis, & argumentis demonstrauimus.

... ..

... ..

... ..

Ad

Ad Lectorem.



ON tamen hac scripsimus, candide Lector, ut, contemptis ceteris, nostra tantum legeres: sed quo per nostram traditionem melius cetera intelligeres, & ab alijs omissa perdisceres. Nec dubito, quin ex nostris elementis, cautius sis lecturus, & acutius iudicaturus quidquid apud Sacroboscum, Robertum, aut Campanum uideris. Sed nec Robertus, Sacrobosci, nec Campanus Roberti lectionem exclusit, uti fortasse credidit. Sicut nec Theorica Peurbachij, quamvis exactissima, & secundum Ptolemaicam doctrinam tradita efficere potuerunt, ut Alpetragrij dogmata, & Cremonensia deliramenta penitus excluderentur. Satisque fuit Georgio & Regimundo admonuisse lectores, ut quid cauendum, quidue approbandum esset, optime cognoscerent. Sed omnia perperam tradita emendare omnium animos ad rectitudinem conuertere nequidem Atlas, qui Caelum sustinet, totis uiribus ualeret. Toleratur & Nicolaus Copernicus, qui Solem fixum ac terram in girum circunuertere posuit: & scutica potius, aut flagello, quam reprehensione dignus est. Transeamus igitur ad reliqua, ne tempus frustreramus.

COMPUTVS ECCLESIASTICVS IN SVMMAM COLLECTVS.

Et primum de temporis diuisione.



EMPORA mensurantur secundum spacia motuum. Motus autem precipui duo sunt. Conuersio, scilicet cæli ab Oriente in Occidentem super axe polisque mundi, cuius cingulum est æquinoctionalis. Quo quidem motu Sol, Luna, & astra cætera oriuntur, occidunt, & reuolutiones perficiunt quotidie. Alter uero motus fit ab Occasu in Ortum super axe polisque obliqui circuli, qui zodiacus dicitur: per cuius semitam Sol, & astra cætera non iisdem temporum spaciis deferuntur. Dies igitur est integra reuolutio Solis per motum primum, horas 24. continens. Annus autem est spacium, quo Sol percurrit zodiacum, dies 365. & quadrantem complectens. Mensis uero tempus, quo Luna, Sole relicto, ad eum reuertitur: quæ reuersio poscit dies 29. & dimidium. & horæ ferme dodrantem. Quoniam itaque annus comprehendit menses quasi 12. mensis uero dies ferme 30. propterea zodiacus secatur in signa 12. Signum autem in gradus 30. Ut scilicet, sicut circulus totus annum, sic

fic signa singula mensem : diesq; singuli gradū de motu Solis postularent. Hinc & numerus horarum duodenarius pro die artificiali, vel pro nocte. Et horæ vigintiquatuor pro toto die naturali. Licet verò diuisio temporū ad amūssim non respondeat dictæ circuli diuisioni : tamen id ipsum docet nos natura in ipsa circuli descriptione : quodq; ibi per temporū intervalla propè verum inducat, hic iam præcisè determinat. Nam bina signa prædicta suscipiunt circuli sextantem, cuius chorda est ipsa semidiameter : quæ periferiam totam circinabat. Vnde circulus in huiusmodi sex arcus (quæ signa Physica dicuntur) commodè ac quàm facillimè, per circinū sexies repetitū, distinctus habebit in singulis his arcibus 60. gradus, & in toto ambitu gradus 360. sicut prius. Et idcirco poscit ratio, vt & gradus in 60. minutias : & minutie singulæ in totidem secundas, & ita deinceps distinguantur. Vnde Alfonso Rex, perspicacissimus tabularum author, tam diuidendo, quàm colligendo dies sexagenario numero vsus est. Vt videlicet temporis diuisio circuli diuisioni proportionaliter respondens, faciliorem cōputum redderet.

De Die.

DIES est reditio Solis ad Meridianum. Quod & spaciū integræ revolutionis motus primi cum tanto arcu æquinoctialis, quantus respōdeat motui Solis proprio in zodiaco interim peracto. Qui arcus, ppter inæqualitatem motus Solis, & propter obliquitatem zodiaci variatur. Quare dies tales, qui vulgares & apparentes dicuntur, sunt inter se aliquantum inæquales. Astronomi verò vtuntur additamento mediocri, & dies ad æqualitatem redigunt. Sic fiunt dies æquales & astronomici. Aequatio dierum dicitur horum ab illis differentia. Dies artificialis est arcus Solis diurnus, qui cum arcu nocturno naturalem diem consummat. Qui quidem arcus in Sphæra recta semper, in aliis verò locis tantum, Sole existente in æquinoctiali, sunt æquales.

De Hora.

HORARVM aliæ sunt æquales, aliæ temporales. Hora æquinoctialis, siue æqualis est vicesima quarta pars diei naturalis : quæ postulat sibi quindenos æquinoctialis gradus. Hæ sunt horæ, quæ in horologiis per lapsus rotarum indicantur, & in Sciotericis per lineas horarias distinguuntur. Hora verò temporalis, siue inæqualis est duodecima pars, diurna quidem arcus diurni, nocturna verò nocturni. Vnde crescit & decrescit cum ipso arcu : & proinde inæqualis est, & pro tempore variatur. Per has horas planetæ per ordinem suscipiunt dominium, ita vt singulæ feriæ in hebdomada, nomen sortiantur à planeta, cuius dominium in primam diei horam cadit. Quanquam postula

ret

ret ratio, ut huiusmodi horarum diuisio fieret per diuisionem zodiaci, sicut horæ æquales distinguuntur per diuisionem æquinoctialis. Bene igitur dixit Ioannes Sacroboscus, cum diffiniuit horam naturalem, hoc est inæqualem, siue temporalem, esse spacium tēporis, quo peroritur dimidium signi in zodiaco. Quandoquidem in singulis arcibus tam diurnis, quam nocturnis sex signa (quæ faciunt 12. horas) ubiq; peroriantur.

De Anno.

A N N V S est duplex, scilicet solaris dierum 365. & quadrantis. spacium stilum, quo Sol percurrit zodiacum. Et lunaris complectens dies 324. & horas 9. quod est spacium 12. lunationum, siue 12. mensium lunarium. Vnde aliqui, sicut Aegyptij & Romani, vtuntur anno solari. Aliqui autem, sicut Arabes, vtuntur anno lunari tantum. Nonnulli verò, ut Hebræi, dum vtriusq; luminaris rationem amplecti conantur, annos lunares, intercalatis quibusdam mēibus, ad mensuram solarium reuolutionum redigunt. De quibus nunc singulatim aliquid dicemus, scientiæ quidem, non vsus causa.

De anno Arabico.

A R A B E S vtuntur anno lunationum 12. hoc est dierum 354. & $\frac{1}{2}$ quæ fractio per annos 30. repetita fiunt dies 11. quos tãquam intercalares, seu bissexiles interponunt singulos tunc, hoc est in eo anno: quando collectum ex fractionibus præteritis excedit dimidium diei, hoc est $\frac{1}{2}$, ut docet Alfraganus, & Alfonso in tabulis. Sic. n. anni tales 30. cōprehēdūt 360. lunationes, quibus 12. lunationes requirāt dies 354. horas 8. m. 48. 2. 36. $\frac{1}{2}$. At $\frac{1}{2}$ diei sint horæ 8. m. 48. præcisè. Quo fit, ut cētum quibusq; talibus annis Luna tardior fiat per horam: cum lunatio poscat dies 29. hō. 12. m. 44. 2. 3. $\frac{1}{2}$.

De anno Aegyptio.

Æ G Y P T I I vtuntur anno solari dierum 365. absque intercalatione diei bissextilis: ob id scilicet, q̄ 25. anni tales cōprehēdūt dies 9125. in quibus complentur lunationes 309. Quamuis tot lunationes ad amissim calculatæ poscāt sibi dies 9124. hō. 22. m. 51. 2. 48. Atq; ita lunatio retrocedat per horam 1. m. 8. 2. 12. in spacio annorum 25. ut ex calculo colligitur. Et tempora solaria varientur antrorsum in tali spacio per dies 5. fermè. Seruatur tamen in eo spacio vtriusq; luminaris ratio prope verum. Quādoquidem seruari præcisè nullo modo potest, ut scribit Ptolemæus in sexto magnæ constructionis.

De anno Romano.

R O M A N I verò, & nunc Christiani per totum orbē vtuntur anno solari

solari 365. dierum & quadrantis: pro tali quadrante diem quarto quoque anno intercalantes. Huiusmodi annis conuenit ferme cyclus lunaris 19 annorum, qui cum suis quadrantibus faciunt dies 6939. & horas 18. Sed lunationes 235. perficiuntur in spacio dierum 6939. hō. 16. m. 31. 2. 56. 3. 45. sic Luna in tot annorum interuallo anticipat horā 1. m. 28. 2. 3. 1/4. Et in annis 76. anticipat hō. 5. m. 52. 2. 13. Item in annis 311. per diem ferme: Hunc annum primus instituit Caius Cæsar dictator, consilio M. Flauij scribæ, & Soligenis Philosophi vsus, vt scribunt Plinius, & Plutarchus. Quamuis annus solaris præcisè contineat dies 365. hō. 5. m. 49. 2. 16. iuxta calculum Alfonsi. Atq; ita æquinoctia, & Solstitia retrocedant quolibet anno per minutias horarum 10. 2. 44.

De Mense.

MENSIVM alius solaris, alius lunaris. Mensis lunaris duplex. vel scilicet spacium, quo Luna motu proprio peragrat zodiacum: & habet dies 27. hō. 7. m. 43. 2. 7. Vel spacium, quo à Sole digressa eundem repetit. quod postulat dies 29. hō. 12. m. 44. 2. 3. 1/20, vt supra dictum est, quod spacium lunatio dicitur. Solaris item mensis duplex: vel spacium scilicet, quo Sol pertransit signum: & habet dies 30. hō. 10. m. 54. 2. 6. 1/2. quæ est 1/12 pars anni totius. Vel spacium mensis vsualis. Sunt autem tales menses duodecim secundum vsum nostrum, propter duodenarium tam signorum, quàm fortè lunationum numerū. Scilicet Ianuarius habet dies 31. Februarius dies 28. cui in anno bissextili superadditur dies ipse intercalaris in festo S. Matthiæ. Martius habens dies 31. Aprilis dies 30. Maius dies 31. Iunius dies 30. Iulius dies 31. Augustus dies 31. September dies 30. October dies 31. Nouember dies 30. December dies 31. Qui dies collecti conficiunt in anno communi dies 365. in bissextili dies 366.

De Kalendis, Nonis, & Idibus.

MARTIVS, Maius, Iulius, & October, singuli habent sex Nonas. cæteri menses quatuor nonas singuli. Quilibet ex omnibus Idus octo. Quidquid autem restat de mense, Kalendarum sortitur nomen, cum die primo ac nomine sequentis. Dicitur primo succedunt Nonæ: Nonis autem Idus. Kalendæ dictæ, quod in initio mensis calatæ, hoc est, vocatæ in Capitolium plebi indicabatur, quot ad Nonas vsq; superessent dies. Nonæ dicuntur, quasi nouæ obseruationis initium, vel à nouem diebus vsque ad exordium Kalendarum interiectis. Idus demum à diuidendo mense: vel à specie plenæ Lunæ. Kalendis immolabatur Iunoni: Idibus sacrum fiebat Ioui: Nonæ carebant tutela Dei.

De

De ingressu Solis in signa .

SOL ingreditur Arietem Martii decimo. In Taurum Aprilis 10. In Geminos Maii 11. In Cancerum Iunii 11. In Leonem Iulii 13. In Virginem Augusti 13. In Libram Septembris 13. In Scorpionem Octobris 13. In Sagittarium Nouembris 12. In Capricornum Decembris 11. In Aquarium Ianuarii 10. In Pisces Februarii 8. Verum hæ sedes in Calendario retrocedunt, vt dictum est, quotannis per minutias horæ 10. A 44. Et in annis 400. per dies fermè tres. Ita vt in spacio 49. milium annorum redeant ad sedē pristinam. Quod tempus nona Sphæra postulat, vt Alfonso placuit, ad reuolutionem complendam.

De Aequinoctiis, Solstitiis, & quatuor Temporibus .

AEQUINOCTIA duo sunt. Vernal, quod facit Sol in principio Arietis, scilicet 10. Martii. Autumnale, quod fit in principio Libræ 13. Septembris, quando scilicet æquatur nox diei. Solstitia totidem. Aestiuum in principio Canceri 11. Iunii. Brumale in principio Capricorni 11. Decembris. In illo maximus dies, nox minima: in hoc autem nox maxima, dies minimus. Sed Veris exordium communiter in Cathedra Petri 22. Februarii. Aestatis in festo S. Urbani 23. Maii. Autūni in festo S. Symphoriani 22. Augusti. Brumæ tandem in festo S. Clementis 23. Nouembris, statuitur ab authoribus Computi. Quæ tamen exordia cum sedibus Aequinoctiorum, Solstitiorum, & ingressuum Solis insigna, prædicto modo, retrocedunt.

De diebus Aegyptijs.

AD sciendum dies Aegyptios, ediscenda sunt istec carmina :

Augurior, decies, audito, lumine, clangor .

Liquit, olens, abies, coluit, colus, excute, gallum .

In quibus versibus sunt duodecima dictiones singulis mensibus anni per ordinem seruientes, vtpote, augurior, Ianuario. In quarta prima litera a. in alphabeto prima: ergo primus dies Ianuarij est ægyptius. Item g. litera sequentis syllabæ, est septima in alphabeto: ergo septima dies Ianuarij à fine, est ægyptia, hoc est 25. Et similiter in cæteris dictionibus pro cæteris mensibus. Namque in his diebus perhibent Pharaonem & Aegyptios plagis diuinitus afflictos, tandemque submersos. Quæ obseruatio superstitiosa est. Et licet tradatur à Sacrobosco, tamen deridetur à Campano. Romani etiam postridianos dies Kalendarum, Nonarum & Iduum atros & infaustos rebus gerendis habebant, eo quod in illis infelicitate dimicatum fuisse notassent, vt ait Gellius, & Cassius Hemiria. Vel quia sicut Kalendæ, Nonæ & Idus Diis superis: ita postidriani

postidriani Diis inferis dicabantur, vt ait Plutarchus, propter numerum parem, & perinde non felices.

De hebdomada, & Planetarum dominio.

HEBDOMADA, siue septimana habet dies septem, propter numerum Planetarum, qui cum dominium habeant per singulas horas inæquales, siue temporales, siue naturales tam diurnas, quàm nocturnas (de quibus superius diximus,) secundum ordinem suorum orbium ♄ ♀ ☉ ☿ ☿ ☿, semper repetitum; singulæ feriæ, seu dies Septimane nomen sortiuntur à planeta in prima hora diei dominium habente. Quæ observatio à Babyloniis inuenta, ut ait Hermes, ad Ægyptios, vt scribit Dion. inde ad Hebræos propagata est: postremo à Latinis suscepta. Nam Romani prisce non distinguebant ea ratione septimanam. Qui numerus fortasse mouit Alfonso, vt Trepidationem Stellatæ ad motum nonæ spheræ septuplam in uelocitate faceret. Ecclesiastici vt ūtur numero feriarū pro vocabulis planetarum. Et feriam septimam sabbatum (quod Chaldaicè septem significat) appellarunt, diē scilicet quieti attributum: Primam vero dominicam à Domino planetarum.

De Cyclis.

CYCLVS est certus annorum numerus in seipsum, completa varietate, numeroque reuolutionum rediens. In his primo loco consideratur Cyclus solaris annorum 28. in quo redeunt bissextorum & litterarum dominicalium diuersitates. Cyclus dein lunaris habet annos. 19. in quo redeunt lunationes ad pristinam in Calendario sedem. Cyclus verò paschalis ex horum ductu procreatus conficitur in annis 532. reportans omnes diuersitate paschales. Item Cyclus Indictionalis 15. annorum, per quem indicabatur redditio censuum quinquennialium. Et qui adhuc notari solet in actis Scribarum & publicis decretis.

De Cyclo Solari.

CYCLVS solaris fit ex ductu Cycli ferialis in Cyclum bissextilem, hoc est, ex septenario in quaternarium ducto. Namque. 7. literæ alphabeti, a b c d e f g. singulæ indicant in Calendario singulas hebdomadæ ferias. Et index diei dominici, litera dominicalis dicitur. Et quoniā annus communis habet hebdomadas 52. & insuper vnum diem: Bissextilis verò annus addit & alium diem, ad festum S. Matthiæ 25. Februarij: Idcirco propter excreseciam talis diei, fit, ut in anno communi litera dominicalis semel, in principio scilicet Ianuarij; in anno autē bissextili bis, nō solum in dicto principio, sed etiam rursus ad 25. diem Februarii mutetur. Quoniam igitur quartus quisque annus est bissextilis: & literæ dominicales in septenario numero versantur: & mini-

mus

mus numerus ab his duobus inter se primis numeratus est. 28. (eorum scilicet productum) ideo in tali annorū numero necesse est reuerti omnem bissextorum & literarum dominicalium diuersitatem. Quem numerum appellant Calculatores, solarem cyclum, eo quod ad bissextum anni solaris, annuosq; recursus dominicalium literarum pertinet. Illi autem dies, qui super vltimam anni hebdomadam, hoc est, post vltimā anni sabbatum supersunt, efficiunt Concurrentes sequentis anni. Vnde cū postrema dies anni sabbatum est; sequens annus nihil habet de Concurrentibus. Renouatur tamen Cōcurrentes ad Martium, post locum bissexti, vt patebit. Postulat aut ratio, ut Cyclus solaris exordiū capiat à primo die anni, primoq; die hebdomadæ, prima litera alphabeti, primoque anno post bissextum. Ita, vt 4. 8. 12. 16. 20. 24. 28. anni in cyclo semper appareant bissextiles. Quibus suppositis (vt ratio exposcit) necesse est, vt annus præcedens initium Cycli, hoc est 28. Cycli præcedentis, desinat cum hebdomada in sabbatum. Vtque Concurrentes in primo anno sint zifra: quoniam nihil superfuerit integræ hebdomadæ. Quare ordo literarū dominicaliū talis erit. A, g, f, e, d, c, b, hoc est 1. 7. 6. 5. 4. 3. 2. Ordo autem Concurrentium talis. 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. Vnde fit, vt numerus literarum coniunctus numero Cōcurrentium, cōficiat octonarium (in Concurrentibus scilicet pro. 0. sumpto. 7.) Verum in annis bissextilibus singulis binæ literæ percurantur. & duo numeri Cōcurrentium. Et tunc ex literis vna à principio Ianuarij vsque ad 24. diē Februarii reliqua ad residuum anni accommodanda. Bis enim mutatur, ut dictum est. Ex binis vero numeris Concurrentium tenendus est posterior. Namq; is cū Regularibus mensis (vt patebit) coniunctus ostendet feriam, à qua incipit mensis. Itaque cum ad annos Christi propositos quæris Cyclum solarem; appone annis datis 16. & summam partire per 28. Quod enim superest, indicat instantem Cyclum. Si nil super sit, Cyclus est 28. Exempli gratia, instat nunc annus salutis 1567. quæro Cyclum Solis. Annis propositis. 1567. appono. 16. & habeo. 1583. hunc partio in 28. & supersunt 15. igitur instat annus Cycli quindecimus.

*De inuentione Bissexti, Concurrentium,
& literæ.*

Si ad annos salutis propositos vis bissextum, Concurrentes, & literam dominicalem reperirere; partire annos Christi propositos in 4. Si nihil superest, annus propositus est bissextilis: si aliquid, communis. Quod autem ex diuisione profilit, indicat annos bissextiles elapsos. Illud itaque coniungito annis ipsis, quinario etiam superadiecto: summam diuidito per 7. quod enim superfuerit, erunt Concurrentes instantis

stantis anni. Hoc itaque quod supererit, vel 7. si nil superfuit, subtrahito ab octonario. & residuum computa in ordine literarum ab A. Nam desines in literam dominicalem anni propositi; quæ litera in anno communi renouatur à Kalendis Ianuarij: in anno autem bissextili, renouatur à 25. die Februarii: sequens autem in ordine literarum renouatur ab ipso anni exordio. Exempli gratia, hoc anno 1567. volo prædicta comperire. Partior hunc numerum 1567. in 4. & proueniunt 391. supersunt autem 3. igitur tertius annus est à bissexto. Suntque anni 391. bissexiles elapsi. Quem numerum iungo cum annis Christi propositis 1567. & constatur 1958. quibus adiungo 5. & fiunt 1963. Quam summam diuido per 7. & proueniunt 280. atque supersunt 3. Concurrentes scilicet anni propositi. Subtrahò hoc residuum 3. ab octonario. & relinquuntur mihi 5. Igitur quinta litera, hoc est e. est litera dominicalis huius anni. Eodem processu vteris in reliquis casibus. non enim negotium est multi momenti. Illud autem notandum, quod Dionysius Abbas Romanus cognomèto Exiguus, anno salutis. 500. instituit primus computare annos à Christi natali. Cum antea ab imperio Diocletiani computaretur. Hic etiam & Computi paschalis, & cyclorum, quibus Ecclesia vtitur, author fuisse perhibetur.

De inuentione eorundem per Cyclum Solarem.

E A D E M & eodem modo per Cyclum Solarem inuenies. Sed pro quinario, senarium adicies. Exempli gratia: in anno instati Cyclus solaris est 15. Hunc diuido in 4. & proueniunt 3. quod iungo cum 15. & fiunt 18. cui addo 6. & habeo 24. quem numerum diuido, per 7. & supersunt 3. Concurrentes scilicet huius anni. Subtrahò 3. ab octo, & relinquuntur 5. igitur quinta litera, hoc est e. litera est dominicalis huius anni. Et quoniam in prima diuisione supererant tria, idcirco annus est communis, & post bissextum tertius. Vnde constat, quod prima litera scilicet a. nihil habet pro Concurrente. Deinde quotannis additur vnitas, & in bissexto binarius: septenario semper abiecto. In sequentibus autem 4. versibus ponuntur 28. dictiones, quarum primæ literæ sunt literæ dominicales annorum, totidem cycli Solaris, quæ ad anni principium renouantur, & iuxta exordium cyclo Dionysiaci, quo vtitur etiam Sacroboscus in suo computo.

*Fallitur, Eua, Dolo, Cibus, Adæ, Gaudia, Finit,
Et, Cum, Botrus, Adhuc, Germinet, Eua, Dolet,
Christus, Bella, Gerit, Finitur, Eo, Duce, Bellum,
Ad, Grauidam, Fit, Dux, Cuncta, Beauit, Auc.*

C

De

De regularibus Solis.

MARTIVS habet 4. pro regulari, quia d. litera ferialis in principio Martii, est 4. in alphabeto. Hoc idem fit in sequentibus mensibus. Vel iunge 4. cum 31. numero dierum Martii, & sunt 35. quod diuidatur in 7. & superest 0. Igitur regularis sequentis mensis erit 7. Cū relinquitur minus, quā 7. illud capiatur: similiter facies per singulos menses succedentes, vsque ad Februarium; quem pones vltimum.

De ingressu Mensum.

CONCURRENTES iuncti cū regularibus singulorum mēsum indicant ferias, in qua menses singuli ingrediūtur (abiecto tamen septenario, si summa septenariū excedat) Exēpli gratia, huius anni 1567. Concurrentes, vt constitit, sunt. 3. Regulares Martii sunt 4. qui coniuncti cōficiunt 7. ergo septima feria, hoc est sabbato ingressus est Martius. Item regulares huius mensis Decembris sunt 6. qui coniuncti cum 3. qui sunt concurentes anni, conficiunt 9. vnde abiectis 7. supersunt 2. Ergo Decembris intrauit in feria 2. hoc est die Lunæ. Et ita in ceteris procedes.

De inuentione ferie per anno Christi.

INSTAT hodie dies 18. Decembris huius anni 1567. Volo scire feriam huiusce diei. hic erit calculus. Partior annos completos scilicet. 1566. per 4. & perueniunt 391. qui sunt anni bissextiles elapsi, & vltius anni duo, qui supersunt. Multiplico dictos annos per 375. & produco 571590. quibus addo 391. & conficio 571981. Hinc subtrahō vnitatem, & supersunt 571980. quibus addo dies à principio Ianuarij vsque ad hunc diem elapsos, diem scilicet 18. Decembris, qui sunt dies 352. Et sic aggrego dies 572332. à principio Ianuarii immediatè Christi Natalem sequentis ad hunc vsque diem inclisive elapsos. Quos partior per 7. & perueniunt 81761. hebdomadæ integræ: & supersunt dies 5. Et ideo feria quinta hodie instat. Similiter in quolibet anno proposito, & in quouis instanti die calculum tuum diriges.

Aliter per Cyclum Solarem.

QVOD si velim per cyclum solarem id ipsum inquirere, cum huius anni cyclus sit 15. capio 14. annos perfectos, quos diuido per 4. & exeunt 3. inde multiplico eosdem per 365. & produco 5110. quibus addo 3. & sunt 5113. his addo 352. dies scilicet elapsos à principio anni vsque ad diem 18. Decembris instantē, & aggrego 5465. quos partior per 7. & prodeunt 780. supersunt autem 5. Igitur hodie est feria quinta, sicut antea. Memento tamen in anno bissextili tribuere Februario 29. dies. Hæc satis, quæ ad Solis cyclum spectant.

Nunc

Nunc exponetur tabella ipsius Cycli cum literis, bissextris & concurrentibus dictas Regulas compacta.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	Cyclus solaris.
A	g	f	ed	c	b	a	gf	e	d	c	ha	g	f	Litera dominicalis.
0	1	2	4	5	6	0	2	3	4	5	0	1	2	Concurrentes.

15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	Cyclus solaris.
e	dc	b	a	g	fe	d	c	b	ag	f	e	d	cb	Litera dominicalis.
3	5	6	0	1	3	4	5	6	1	2	3	4	6	Concurrentes.

REGVLARES SOLIS.

Martius 4. Aprilis 7. Maius 2. Iunius 5. Iulius 7. Augu. 3. Septemb. 6. Octob. 1. Nouēb. 4. Decēb. 6. Ian. 2. Febr. 5.

De Cyclo Lunari, & quomodo inueniatur.

CYCLVS Lunar, sine aureus numerus, continet spatium 19 annorum solarium (vt dictum est) in quo complentur lunationes ferme 235. Vt igitur habeas hunc cyclum, ad annum salutis propositum; adde numero annorum currentium vnitatem. & totum diuide per 19. Nam, quod superest, indicat numerum cycli instantis. Exempli gratia: quoniam nunc instat annus 1567. hic numerum cum vnitatem conficit 1568. qui diuisus per 19. exhibet in quotiente 82. ac residuat 10. Igitur cyclus lunar huius annis est 10. & litera Martirologii, per quam profertur ætas Lunę, est 10. in alphabeto, hoc est K. Hic cyclus in kalendario indicat diem coniunctionis luminarium: quamuis sedes coniunctionum, propter prædictā retrocessionē annuā, scilicet horę. 1. m. 28. 2. 3. 1/2 hac tēpestare retrocesserunt per 4. dies. De hoc numero meminit Aratus in Phænomenis. Et Rufus Festus eius interpres dicit hunc à Metone adinuentum, sumptumque ab antiquissimo Harpalo.

De coniunctionibus Solis, & Luna.

AUREVS numerus in Calendario indicat, vt dixi, diem coniunctionis luminarium. Sed hac tempestate à loco aurei numeri retrocedendum est per 4. dies, siue 5. inclusiue. Hic numerus primum à Iulio Cæsare in Fastis locatus est, posita vnitatem ad Kalendas Iani. Deinde ab Hebræis, ac priscis Latinis, posito ibi 19. numero. Demum ab Eusebio Cæsariensi Episcopo, ab Alexandrinis, & à Dionysio instauratus habens ibidem ternarium, quo nos in nostris Calendarijs vtimur. Vnde,

C 2 de,

de, si à nostris numeris singulis subtrahatur binarius, supererūt numeri Iuliani. Si minuatur ternarius, relinquetur numeri Hebraici, assumptis 19. vbi subtractio fieri nequit. Et 19. substitutis pro zifra.

De distributione Lunationum.

Cum cyclus Lunaris comprehendat 19. annos solares, vt dictū est, in quo spacio peraguntur 235. ferme lunationes; iam tales anni solares rediguntur ad totidem annos lunares hac ratione. Duodecim anni lunares continent singuli 12. lunationes. sic faciunt lunationes 144. Item 7. reliqui singuli habent lunationes 13. & ideo in totum lunationes 91. Atq; ita omnes anni lunares 19. comprehendunt lunationes 235. Et illi 7. anni dicuntur Embolismi: Et ponuntur in ordine cycli 3. 6. 8. 11. 14. 17. 19. Vnde versus, *Christus, factus, homo, leuat, omnia, reddita, trono.* Totidē scilicet dictionū, quot sunt embolismi. Nā quota est prima litera huius dictionis, *Christus*, in alphabeto, scilicet c. tertia: totus in ordine annorum cycli, hoc est tertius annus est Embolismus. Et sic in ceteris dictionibus. Item versus, *Mobilis, ibo, co-fis, ace, liber, habeto, coeuum.* totide dictionum Embolismorum locos indicantium. Cum primæ dictionis prima litera M. sit 12. in alphabeto; iam lunatio primi embolismi, in 3. scilicet anno tribuitur duodecimo mensi, scilicet, Decembri. Cūq; b. prima litera secundæ, syl-labæ dictionis eiusdem sit 2. in alphabeto; iam lunatio præfata incipit in 2. die dicti mensis. Idemq; faciendum in ceteris singulis dictionibus. Sed nota, q̄ annus in hoc casu, incipiendus est à Septembri. vnde incipit Epacta, & regulares lunares, vt dicam. Item impari mensi datur lunatio 30. Pari autem lunatio 29. dierum. vt maiori numero detur maius spacium: & vt clementum vnius, suppleat defectum alterius. Cū lunatio poscat sibi 29. dies ac dimidium.

De dispositione Auri numeri.

Post hæc tradēdus est modus locandi, aut restituendi auri numeri in Calendario. Quæ regula continetur in sequentibus metris. quos Io. Sacroboscus fecit. Robertus Lingonienſis tranſtulit aliquātum mutatos in suum Computum. Et Campanus, vt erant in suum.

Sequuntur versus:

Aureus hac arte numerus formatur à parte.

Prima dies Iani: quæ Ianua dicitur anni,

Ternarium retinet: ne posterus ordo uacillet.

Per præcedentem numerum dant octo sequentem.

Si decimum nonum superabis sic numerando;

Tolle decem, pariterq; nouem, reliquum retinendo.

Maiori numero debetur tertius ordo:

Siq; minor sequitur, maiori continuatur.

Per

*Per loca biffena non est hæc regula vera.
 Tres februi quarto nonarum continuato.
 Quattuor apponas sub Aprilis pridie nonas.
 Tot Iunius laterat, ubi nonas quattuor aptat.
 Augusti capite tres debes continuare.
 Quattuor Octobris lateratim pone kalendis.
 At quarto nonas duodeni deniq, mensis.
 Linea tredecimum tenet una, simulq, secundum.
 Excipe sex menses, Iulium prius atq, sequentes,
 His, quamuis crescat, undenis summa propinquat.
 Otto minor sequitur numerus, nec continuatur.
 Tali quippe modo describitur aureus ordo.*

Qui versus non indigent expositione. Sed possumus id idem efficere, si subtrahamus vndecim, assumptis 19. vbi subtractio fieri non potest. Et si nihil supersit, substitutis 19. Robertus autem miscuit istam regulam cum regula Io. Sacroboschi. Præcepit enim, si numerus non sit maior, quam 11. vt addantur octo. quando autem maior, vt subtrahantur vndecim. Atq; hoc modo, illic vitat laborem abiiciendi; hic assumendi 19. Laudandus quidem tali artificio. Sed in discussione iunctionum & embolismorum, tam ipse, quam Campanus, & Ioannes sunt nimium curiosi: præsertim cum Ecclesia procedat per integros dies. Mihi verò satis est ostendisse convenientiam 19. annorum solarium cum totidem lunaribus: permissio interim situ auri numeri, sicut disponitur per dictos versus in Calendario. Item retrocessionem sedium æquinotiorum, & lunationum, secundum calculum Alonsi: quem omnes Astronomi sequuntur. Nam differere de suppositione, Albategni, vel Tebitii, superuacuum esse duxi.

De Epacta, & eius inuentione.

EPACTA nihil aliud est, quam excrementa solaris anni super lunarem, hoc est, dierum 365. supra dies 354. Et ideo primus cycli lunaris annus nullam habet Epactam, cum excrementa nondum præcesserit: Sicut primus cycli solaris annus nihil habet concurrentium, cum dies post integram hebdomadam abundans nondum præcesserit. Vnde errat, qui primo cycli lunaris anno vndecim dant pro Epacta, quæ danda est secundo. Vt igitur Epactam anni propositi inuenias, quære cyclum lunarem talis anni: & eius numerum multiplica per 11. (prius vnitate subtracta) & productum partire per 30. nam residuum indicat Epactam anni propositi. Exempli gratia, nunc in anno salutis instanti, cyclus lunaris est 10. hinc minuo vnitatem, & supersunt 9. quod multiplico per 11. & proueniunt 99. quem numerum partior in 30. &

C 3

super-

superfunt 9. Epacta scilicet anni instantis. Vel, si vis per Epactam aliquius anni comperire Epactam anni sequentis; minue ab ea 19. assumptis 30. si subtractio fieri nequit: sic enim superest Epacta sequentis anni. Vel adde propositi anni epactæ 11. abiectis 30. si aggregatum excesserit 30. & conflabis Epactam sequentis anni. Vel sic partire cyclum lunarem anni propositi per 3. & si superest vnum, minue à numero ipsius cycli vnitatem: Si duo, adde eidem numero 9. Si superest nihil; adde ipsi numero 19. abiectis tamen 30. cum summa tricenarium excedit. Sic enim supererit, vel conflabitur numerus Epactæ anni propositi. Vel sic: Vide quota sit Luna ad 22. diem Martii, secundum situm aurei numeri. talis enim erit numerus Epactæ instantis anni. Mutatur autem Epacta ad initium Septembris, quamuis aureus numerus mutetur ad Ianuarii principium. Namq; Epacta est inuentio Græcorum, qui annum indidem exordiuntur.

De regularibus Luna.

INITIVM regularium Lunæ sumitur à Septembri: quia ibi innovatur Epacta. September habet 5. pro regulari: quoniam scilicet Luna quinta est in initio Septembris in anno primo cycli lunaris. quamq; tunc aureus numerus est 19. quoniam exordium capit ab initio anni sequentis, ad Kal. Ianuarii. Iunge igitur 5. regulares Septembri. cū 30. qui est numerus suorum dierum. & fiunt 35. hinc minue Lunam Septembris, scilicet 30. & superfunt 5. regulares, scilicet Octobris. Item iunge 5. cum 31. numero dierum Octobris: & fiunt 36. hinc minue Lunam Octobris scilicet 29. & superfunt 7. regulares scilicet Nouembris. Et sic faciendum successiue per singulos menses vsque ad Augustum. Vel sic. Quota est Luna in Kalendis singulorum mensium, in anno primo cycli lunaris (initio sumpto à Kalendis Septembris præcedentis) tot sunt regulares lunares ipsius mensis.

De ætate Luna.

Si vis habere ætatē Lunæ in principio cuiuspiā mēsis: cōiūge regulares Lunares talis mēsis cū Epacta propositi anni, abiectis 30. si summa tricenariū excedat. Nā aggregatū indicat ætatē Lunæ in primo die talis mēsis. Fallit tamē regula i aliquib. locis De qua fallacia tradunt versus.

Octauo, undecimo, postremo fallit Epacta.

Fallitur octauo cum Maio fulius anno.

Ni sit bissextus Martem fallit decaprimus.

Ultimus Augustum fallit; fallit quarto Maium.

Sed nostra tempestate sunt addendi 4. numero ætatis lunaris prædicto modo inuentæ. Nā regula dat ætatem Lunæ secundum sedē aurei numeri in Calendario. Quod si velis ætatem Lunæ ad datum diem mensis;

sis;

sis; quare per modum prædictum lunarem ætatem in principio mensis: & ei numero iunge numerum dierum de mense elapsum, abiecta lunatione mensis, scilicet summa lunationem excedit. Et habebis numerum ætatis instantem.

De loco Luna in zodiaco.

Si vis scire in quo signo sit Luna, eius ætatem duplica & duplicatam partire per quinq; . Nam ex diuisione prodibunt signa, & in residuo quintæ partes, quantum scilicet Luna tunc distat à Sole. Ex qua regula, per experimentum scies, quod sicut in luminarium coniunctio ne Luna est in eodem loco, cum Sole: sic in prima quadratura (quia tunc ætas eius habet dies $7\frac{1}{2}$) distat à Sole per tria signa. In plenilunio autem, quoniam est ferme 15. distat per sex signa: quoniam oppositur ei per diametrum. In 2. verò quadratura (quando est dierum $22\frac{1}{2}$) distabit per nouem signa.

Quando Luna luceat.

Quod si scire lubet, quot horas Luna luceat: tunc ætatem Lunæ, si non excedat 15. aut si excedit; eius complementum ad 30. multiplica per 4. & productum partire per quinq; . Sic enim exhibunt horas, & quintæ partes horæ, quibus lucet. Namq; (vt ait Plinius) Luna lucet in dies addens horæ dodrantem, & semunciam: quod est paulo minus, quam quatuor quintæ vnius horæ. Aliter multiplica id idē, quod dixi, per 5. & productum partire per 6. Ita enim prodibunt horæ & sextantes horarj, quantum Luna lucet. Namque, vt alibi scribit idem Plinius, tempus dicti luminis crescit indies per dextantem, & sicilicet: quod est paulo plus quam quinque sextæ vnius horæ.

Hic attēde, ingeniosè lector, q̄ ex his duabus regulis prima respicit motū primū simpliciter: Reliqua verò includit additamentum motus lunaris. Et vtroq; intelligendum est de horis temporalibus: quarum 12. semper consummant noctem vel diem, quantacunq; sit. Quæ præcepta, sicut & Plinii verba, non sunt ad viuū refecanda. præsertim cum tale tempus lunaris fulsionis (quæ vespertina est incrementē: matutina verò indecrescētē) cum uelocitate Lunæ ac latitudine septentrionali crescat: decrescat verò, cum tarda est ac meridionalis. Igitur ex Pliniano calculo, experieris Lunam in omni plenilunio lucere 12. horas temporales, hoc est totam noctē, quantacunq; sit. In omni quadratura, sex horas, hoc est, dimidium noctis. Cum Luna quinta est, aut 25. per quattuor horas, hoc est trientem noctis. Si 4. aut 26. per tres horas, quadrantem scilicet noctis, vt calculus primæ regulæ indicat. Nā altera regula videtur addere tpi p̄ primā cōpto, quali vicesimā quartā ipsius partē, quantū fermè Luna contrahitur primo motu.

De clauibus festorum, & earum inuentione.

NU M E R V S clauium, per quas inueniuntur festa mobilia, cum cyclo lunari procedit: neq; inferior est, quàm vndecim, quasi ab Epacta ortum habeat: neq; maior, quàm 39. Nam ascensus Paschæ fit ex numero dierum lunationis Aprilis, & ex numero minimo clauium, scilicet vndecim, quantum distat infimum Pascha à sede clauis: atq; ita maxima clauis debuit habere 40. dies: sed subtrahitur vnitas: quoniã eius numerus desinit pridie festi. Et quoniam infimum Pascha cadere non potest, nisi in annum, cuius aureus numerus sit 16. propterea talis annus (qui sortitur infimam 14. Lunam post æquinoctium vernũ, quæ semper præcedit paschalem dominicam) habet infimum clauium numerum, scilicet 11. quem authores primi fecerunt minimo Epactæ numero parem: vt infimum festum tanto à sede suæ clauis distaret. Sequentes autem clauis fiunt per additionem continuam 19. Ita, vt si summa excedat 39. quæ maxima clauis est, abiciantur 30. & teneatur reliquũ pro clauis: quãuis vbi ad aurei exordium redieris, clauis sit 26. Vel sic: minue à clauis semper 11. Nam relictum (assumpto tricenario, vbi subtractio fieri nequit) erit clauis sequentis anni. Sed adde 30. relictò, si fuerit inferius gradus 11. Vel sic: partire aureum numerum per quinq; in anno proposito. Et si supersit vnitas; adde aureo numero 25. Si supersint 2. adde 13. si supersint 3. adde 31. Si supersint 4. adde 19. Si nihil supersit, adde 7. Sic enim conficies numerum clauium ipsius anni. Si tamen summa excedat 39. abiicito 30. tenens reliquum. Vel sic multiplica aureũ numerũ anni propositi p 19. & producto adiace semper 7. summam verò partire per 30. Nam relictum à diuisione, erit clauis anni propositi: quæ si minor sit vnde nario, adiciantur 30. nam aggregatum erit clauis quæ sita. Vel sic: semper à numero 26. subtrahe anni propositi Epactam, assumptis 30. si subtractio fieri nequeat. Nam relictum erit clauis talis anni. Sed si supersit minus, quàm 11. appone 30. & accipe aggregatum. Vel sic: minue aureum numerum anni propositi de 20. & residuum partire per 3. Si superest 1. residuo prædicto iunge 37. Si supersint 2. iunge 17. Si supersit nihil, iunge 27. & conflabis clauem talis anni. Sed si summa excedat 39. abiice 30. tenens reliquum pro clauis quæ sita. Sic habes regulas seu modos sex comperiendi clauis, ad curiositatem potius, quàm ad necessitatem spectantes.

De clauium equatione.

NU M E R A in Kalendario ab 11. die Martii numerum tuæ clauis per singulos dies: & si desinis in literam a. æquatio tunc nihil est. Scilicet verò, numera sequentes dies vsq; ad a. inclusiue: & tantus erit numerus

æquationis. Vel sic: à clauē anni propositi subtrahe 11. et residuum partitè per 7. et quod superest, aufer de quinq; (appositis 7. si aliter fieri nequit subtractio) & quod remanet erit æquatio clauium. Ab hac æquatione subtrahe concurrentes anni propositi, assumpto septenario, si aliter subtractio fieri nequeat: & residuum, vel 7. si nihil superfit, iunge cum clauē anni tui. Nam aggregatum erit Clauis æquata talis anni.

De festis mobilibus inueniendis.

IN primis statuendę sunt sedes clauium in Kalendario pro singulis festis. Clauis Septuagesimę 7. Ianuarii. Clauis ferię 4. Cinerum 24. Ianuarii. Clauis Paschę 11. Mar. Clauis Ascensionis 19. April. Clauis Pentecostes 29. Aprilis. Clauis Corporis Christi 10. Maii. Cum quęris itaq; horum festorum quodlibet, numera in Kalendario, ab eius sede clauem æquatam. Nam defines in diem ipsius festi quęsiti. Verum in anno bissextili Septuagesima, ac etiam feria quarta Cinerum, si intra Februarium ceciderit, celebranda erit posttridie, quā numerando desieris. Quod si vtaris clauē simplice, hoc est, non æquata: post eum diē, in quē numerando desieris, expectandus est dies sequens dominicus p̄ Septuagesima: pro Paschate, pro Pētecoste. Sed pro Quadragesima capiat prima 4. feria. Pro Ascēlione demū, aut pro corpore Christi, prima feria quinta. Sicuti facere consueuimus in ipsa festorum mobilium tabula: in qua sub aureo numero currentis anni quęrimus primam litteram dominicalem, ē cuius directo habemus Pascha, & cęteras obseruationes. Et in anno bissextili, ē duabus literis posteriorem: procrastinātes tunc Septuagesimam, ac Quadragesimam in Februario cadentem per vnum diem.

De institutione Paschatis.

SEd hæc variatio festorum dependet à celebratione Paschæ. Nam Pasche, id est, Transitum Domini, celebrari, & agnum immolari 14. die mensis primi, præcepit Dominus per Moysen Hebræis, Exodi 12. Leuitici 23. Numeri 9. & 18. Deuteronomii 16. Esdræ 6. Ezechias autem Rex eandem solennitatem obsoleta, magnis sumptibus restitutam institauit, vt patet Paralipomenon 30. Iosias Rex in eadem solennitate largitus est populo pecudum capita 30. millia, boum tria millia. Itaque Asiani olim 14. luna mēsis primi, in feria qualibet, celebrabant Pascha, ita sibi traditum à Ioanne apostolo referentes. Latini verò post 14. lunam diem dominicum expectabāt, normam talem à Petro apostolo Marcum euangelistam, seque à Marco accepisse asserentes. Alii statum festum ponebant, donec Pius. primus Papa statuit hoc festum dominico die post 14. lunam mensis primi celebrandum. Itaque Hermen-

tem

tem hellopolis episcopum oraculo tunc admonitum, vt fieret, fuitque præceptum hoc in Nicena Synodo per Syluestrum & Constantinū congregata, confirmatum. Sed primi mensis exordium Anatholius Laodienſis episcopus anno salutis 280. Dionysius abbas anno Domini 500. Beda presbyter anno salutis 700. declarauerunt esse ipsum verum æquinoctium. Igitur vbicunque ab octauo die Martii in xalendario reperitur anni propositi aureus numerus, ille est index lunæ paschalis. Et à tali die numerando 14. lunam semper defines, aut in 21. diē dicti mensis (vbi Dionysius præditus statuit æquinoctii locū) aut post eum diem. Nota igitur diē 14. lunæ: nam proximè sequens dominica erit Pāscha. Neque obstat, quòd tam æquinoctiorum, quàm lunationum sedes, vt dictum fuerat, retrocesserint. Cum quibus si pāsche locus retraheretur, aut, si intercalatis diebus, anni vel mensium exordia transferentur; omnis fastorum, annorum & temporum supputatio confunderetur. Quare, iudicio meo, seruandum est semel traditum à maioribus præceptum: vt retrocesso prædicta per veteres xalendarii notas signata sit antiquitatis tantæ venerabile testimonium. Tum etiam, quia certum est, non posse Ecclesiam in hoc animaduertere ac speculari astronomicas minutias, suo tantum aureo numero, suaque dominicali nota contentam. Frustra igitur ac multo curiosius, quàm decebat, Paulus de Mildeburgo Forosepronienſis episcopus ingenti volumine, Ioannes Regimontius, Ioannes Stoflerinus, Ioannes Lucidus, Petrus Pitatus: alique quotidie super hac re disputant. Quippe qui magis vt ingenium ostentēt, quàm vt necessitati satisfaciant, laborant. Cognito igitur die pāsche, retrocede per 46. dies, & inuenies feriam 4. Cinerum. A qua per 17. dies rursum retrogradiens venies ad dominicā 70^m. Item à pāschatæ numeratis 40. diebus celebratur Ascensio. Et inde diebus decem exactis, Pentecoste. Postquam 11. diebus interiectis, occurret Eucharistia. Aduentus Domini incipit in ea dominica, quæ à 27. Nouembris vsque ad diem tertium Decembris occurrit. Quatuor autem tempora ieiuniorum occurrunt in feria quarta, sexta & sabbato post festum S. Lucie, post primā dominicam Quadragesimæ, post Pentecosten, post festum S. Crucis in mense Septembri. Cyclus Indictionis innouatur ad Septembrem. Adde autē annis salutis instatibus ternarium, & aggregatū partire per 15. Nam residuum post diuisionem. indicat instantis anni Indictionem. Si nihil superſit, instat inductio 15. Nunc exponam tabellam cycli lunaris, Epactarum, Clauium, Equationis, & literæ Martyrologij ex præhabitis quidem regulis contextam.

1558	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	Aure' num.
	0	11	22	3	14	25	6	17	28	9	20	1	12	23	4	15	26	7	18	Epacta.
	26	15	34	23	12	3	120	39	28	17	36	25	14	33	22	11	30	19	38	Claues.
	A	b	c	d	e	f	g	h	i	K	l	m	n	o	p	q	r	s	t	Litera ma.
	4	1	3	0	4	6	3	5	2	6	1	5	2	4	1	5	0	4	6	Aequatio.

1558 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15.

De cyclo Paschali.

CYCLVS Paschalis continet omnes diuersitates in celebratione paschatis prouenientes: quarum repetitio fit in annis 532. qui numerus est minimus numeratus à cyclo solari & lunari, hoc est, à 28. & 19. à quibus dependet obseruationis paschalis regula. Fuit autem initium cycli paschalis anno salutis 1273. finis autem erit anno salutis 1804. Nam in illo tam cyclus Solis, quam Lunæ, fuit unitas. In hoc autem uterque in anno sui circuitus postremo, Solis scilicet 28. Lunæ 19. Vt igitur scias in hoc anno 1567. cyclum paschalem instantem, ab istuc numero minue 1272. & supererunt 295. Et tantus est hoc anno cyclus Paschæ: Per quem, si vis scire cyclum Solis, partire ipsum 295. per 28. & superfunt 15. & tantus est nunc cyclus solaris. Vt autem scias cyclum lunæ, partire eundem 295. per 19. & relinquentur 10. & tantus est nunc cyclus lunaris. Quibus uti poteris, ut prius: hinc enim scies, literam dominicalē esse e. & pascha incidere in 30. diem Martij.

De dispositione temporum, & obseruationum.

LIBAMEN in ceremoniis Hebraicis constabat ex simila olco mixta, & vino, quæ cum hostia simul adolebantur. Iuge sacrificium quotidie fiebat sumptu publico. Nam mane & vespere offerebatur agnus, pro quibus nunc Ecclesia offert matutinas & vespertinas laudes. Solēnitates Hebræorum legales erāt septem, scilicet Sabbatum, Neomenia, Phasc, Pentecoste, festum clangoris, festum propitiationis, & Scenophagia. Sabbatum, id est, requies, vel septima dies: quia in ea Deus quieuit ab opere, quod in sex præcedentibus diebus patrauerat. Immolabatur duo agni, & cessabat omne opus. Neomenia, id est, Nouiluniū, principium mēsum. Kalendæ legales. Immolabantur vituli duo, aries vnus, agni septem, & hircus cum libaminibus. Phasc, id est, transitus 14. die mensis primi, in memoriam transitus maris Rubri, quod festum dicitur Pascha, id est, immolatio. sequebantur 7. dies azymorum. In paschate per

per singulas domos comedebatur agnus paschalis. Et in singulis diebus azymorum offerebantur hostiæ, quæ in Neomenia, quarum prima & vltima solennis erat. Pêtecoste, id est, quinquagesima, quia exactis à Phasē septem hebdomadis, celebrabatur in memoriam datæ legis, quæ 50. die ab exitu Ægyptii data fuit Moyli: quod festum protelabatur per 7. dies, cum iisdem immolationibus, sicut Phasē. Festum tubarum fiebat prima die mensis septimi, in qua buccinabant cornibus pecorinis: quoniam ea die liberatus fuerat Isaac, ne immolaretur, & pro eo substitutus fuerat Aries. Immolabantur vitulus, aries & agni septem, & hircus cum libaminibus. Festum propitiationis 10. die mensis prædicti: quia tunc rediēs Moyses ad populum, retulit Deum placatum super offensam vituli conflatilis, tunc ieiunabant, & sanguine vitulæ ruffæ expiabant tabernaculum, & immolabantur ea, quæ in festo tubarum. Scenephegia, id est, tabernaculorum constructio 15. die dicti mensis per 7. dies habitabant in tabernaculis, in memoriam 40. annorum in deserto peractorum: octauo die fiebat collatio in pauperes: cum iisdem immolationibus, quibus in Phasē, & Pentecoste. Et sabbatum quod in illis 7. diebus cadebat, sabbatum magnum vocabatur.

De festis noui Testamenti.

N O N dubium igitur, quin ab his legis veteris ceremoniis emanauerint festa temporis gratiæ. Itaque nos Christiani, pro sabbato quieris veteris, Dominicam observamus: quæ quietem æternæ vitæ representat. Pro Neomenia, festum beatissimæ Virginis, quæ sicut Luna Stellas, sic virgines & cælicolas dignitate præcellit. Pro Phasē, Pascha resurrectionis, quæ post cruentum vitæ mortalis transitum, confert beatitudinem nunquam terminandam. Pro Pentecoste legis, Charismatum Sancti Spiritus infusionem, & septiformis gratiæ munera. Pro festo Clangoris & Isaac liberati, Martyrum victoriam ac triumphū, iactura corporis, animæ gloriam adeptorum. Pro festo Propitiationis, Confessorū memoriam, qui meritis & precibus veniam nobis procurant. Pro Scenophegia demum, templorum dedicationem, ne quid prætermittatur.

De distinctione temporum.

D I S T I N G V E N D V S est & annus in partes, Aut enim agimus tempus peregrinationis, aut distinctionis ætatum, Aut aduentus expectati. Tempus peregrinationis potest esse duplex. Aut scilicet vitæ contemplatiuæ: & hoc agimus in eo intervallo, quod Epiphaniæ & Septuagesimæ interiacet, in quo moralia leguntur. Aut vitæ actiuæ, quod representamus à Pentecoste ad Aduentum, quando scilicet historiæ Regum & Prophetarum recitantur. Tempus distinctionis ætatum agimus à Septua-

Septuagesima ad Pascha. Nā in dñica Septuagesimę representatur exordiū Mundi & primę ætatis ab Adamo. In dñica Sexagesimę, initium secundę ætatis à Noe. In dominica Quinquagesimę, initium tertię ætatis ab Abrahamo. In dominica Quadragesimę initium quartę ætatis à Moyse. In sexta dominica, initium quintę ætatis à Dauide. In dominica de passione, initium sextę ætatis à Christo Salvatore. Sic in paschate representatur ætas septima, quę pertinet ad glorificationem. Et in eius octaua vniuersalis Resurrectio, & vita æterna. Qui numerus ætatum representatur etiam per numerum dierum septimanę secundum singulorum proprietatem, & planetarum, à quibus denominantur, qualitatem. Tempus expectationis representatur in Aduentu. Et potest intelligi quadruplex aduentus. Scilicet iudicii nouissimi. Saluatoris mundū terrestrem visitantis, peccatorem reconciliantis. Et ad gloriam vocantis. Quę omnia & singula patent per lectiones & euangelia, quę tunc in officio diuino per dominicas recitantur: & essent pluribus verbis, & multo latius explicanda.

De festorum conuenientia.

Quo autem ad festa particularia tangendę sunt & quędam congruentię. In primis congruum fuit, vt Pascha festorum præcipuum celebraretur, quādo duo luminaria præcipua sunt in situ suo dignissimo, scilicet Sol in pūcto æquinoctii verno: & Luna ex opposito in suo plenilunio. Pentecosten post septies repetitam septimanam: propter septiformem septem charismatum gratiam. Item Christum lucis & ueritatis authorem nasci decuit ad initium crescētis luminis, hoc est, in imo solstitio, & exordio solaris ascensus. Et perinde Pręcursores eius, ad initiū decrescētis lucis, hoc est in æstiuo solstitio, nascentem inferre Saluatoris aduentantis præconium. Quandoquidem hoc decremētum umbrę ac figurę veteris testamenti terminabat. Illud vero lucis cremenū exordium luminis ac significatę gratię denotabat. Quibus suppositis conuenientissimē sequitur, vt Virgo beatissima, ad æquinoctium vernū concepto diuino Verbo, ad montana properaret, cognatā Helisabetam sub sexto mense grauidam visura, & trimestris visitationis officium exhibitura. Post hæc 40. dies à partu Purificationem postulabat. Nam eiusdē Virginis natalem & conceptum oraculo innotuisse, constat. Demum, quando poterat ad gloriam assumi conuenientius, quā ad id tempus, quo Virginis signum recipit Solem e regia domo prodeūtem? Sed Apostolorum ac discipulorum memorię ita kalēdarium, quasi Stellę cēlū, adornant. Et successiuē Theologi cæteri ac pontifices. Matthias diem intercalarem sortitus est, sicut ipse apostolicū numerum pro Iuda intercalatus suppleuit. Philippus, & Iacobus, Maii mensis initium adornarunt,

ant à maioribus denominari. Stephanus, propter martyrii primatum, locus post Saluatoris natalem datus: subsequente Iohannis quatuordecim lecti memoria. Cetera per auctores Fastorum ac Martyrologii, Hieronymum, Bedam, Vsfardum, Oponem, ac reliquos Chronologos literis mandata & in notas signata fuerunt.

De die Resurrectionis.

NOTANDUM, quod secundum Dionysium abbatē, eiusque Computum, Christus passus est 26. Martii; cum pridie pascha cum discipulus egisset. Nec mirum est, si plenilunium per biduum, aut per triiduum precesserat. Nam propter inæqualitatē lunaris motus, non ad amissum respondebat 14. luna festo. Sicut curiositas multorum credit. Itaque secundum verum & simplicem calculum, Christus passus est anno salutis currere 34. instāte litera dominicali C. aureo numero 16. die 26. Martij. ita, ut 28. mensis eiusdē, qui fuit dies dominicus resurrexerit. Falluntur ergo Paulus de Mildeburgo, Io. Lucidus & ceteri, qui aliter sentiunt, & annos ad propositum suum ex industria coaptant & torquēt. Similiter Regula paschæ, qua utimur, supponit verum Aequinoctiū ad 21. diem Martij, in quem cadit Luna 14. index infimæ paschæ. Nunc verò sedem æquinoctiorum retrocessere per dies 12. sedes autem lunationum per dies quinque inclusiue. Vtatur tamen sedibus antiquis per Dionysium Abbatem statutis. Et hæc regula seruanda est, ut retrocessio talis sit testimonium statuti & antiquitatis. Sed & illud est consideratione dignum, quod in lege veteri Pascha celebrabatur 14. die mensis primi: nūc autem in tempore gratiæ cadit (ut calculus poscit) in 28. diem Martij. Sic numerus ille 14. duplicatus euasit perfectus. Namque umbra in luce, figura in significato, & lex in gratia perficienda erat.

De retrocessione Aequinoctiorum.

DIFFERENTIA anni Solaris, & anni vsualis est causa retrocessionis Aequinoctiorum in Calendario. Nam cum annus vsualis sit dierum $365\frac{1}{4}$. annus autem solaris habeat dies 365. horas 5. m. 49. s. 16. iam eorum differentia sit m. 10. s. 44. horæ. & tantum retrocedūt Aequinoctia quotānis. Quo fit, ut in 400. annis per tres aut paulominus dies retrocedāt. In quatuor vero millibus annorū per mensem ferme. In 24. millibus & quingentis annis per sex menses, aut per anni diuiditum. In 49. tandem annorum millibus ad pristinam sedem redeant. Hæc fortasse ratio mouit Alfonsum, ut tantum temporis concederet vni reuolutioni Sphæræ nonæ, ita ut in eo spatio Firmamentum repeteret suum trepidationis circulū, toties epicyclorum per capita Arietis: & Libræ peragrato ambitu: præsertim cum congrueret numerus is septenario

uario planetarū numero: saluata interim per istam suppositionem motus stellarum apparentia: quod in primis est necessarium. Vnde non temerè communis Astronomorum Academia sequitur Alfonso positio nem, cum præfertim allèrnetur motuum connexio. Nam sic Sol, qui Lunæ secundum eccentricum, duobus inferioribus secundum longitu dinem, tribus superioribus secundum epicyclum, motus normam im partitur idem cum fixis etiam constellationibus istanc seruat colligan tiam, vt cum earum reuolutione redirent per ambitum anni ad sedem pristinam æquinoctia. Eiusq; semita Ecliptica secundum illarum loca ta motum esset communis longitudinalium motuum mensura, & periodus, & latitudinum vtrinq; sumptarum exordium.

De Horis canonicis.

SEPTEM sunt horæ canonicæ, iuxta illud, Psalmi: Septies in die laudem dixi tibi. Matutinum, Prima, Tertia, Sexta, Nona, Vesperæ, Completorium. Quoniam autem horæ diei naturalis sunt 24. & lau des recitari solent tertia quaq; hora; sequitur, vt horæ canonicæ de beant esse octo: scilicet tres nocturnæ, totidem diurnæ: & duæ in cre pusculis ortus & occasus. Nam laudes matutinæ, & vespertinæ sunt horæ laudatoriae & extraordinariæ: hoc est, extra numerum octonariū. Sic in totum conflantur horæ canonicæ decem. Ex tribus autem no cturnis prima recolit tempus legis naturæ: vbi recitantur veteres hi storix. Secunda commemorat tempus legis scripturæ: vbi legi solent Sermones monitorii. Tertia representat tēpus legis gratiæ: & tūc Euā gelium incidens cum Homelia pronuntiatur. Dicendum & de tribus horis diurnis, scilicet Tertia, Sexta, Nona: quæ prædictis tribus no cturnis singulæ singulis opponuntur. Harum Tertia Spiritus sancti aduentum, & Iudeos, Crucifige, clamantes. Sexta Crucis eleuationē, & Christi Ascensionem. Nona Saluatoris mortem, & eius ad inferos descensum reminisci videtur. Prima veræ lucis ortum representans, sequentium actuum successum & incolumitatem præfatur. Comple torium, Christi sepulturam recolens, noctis superuenientis tutamen & quietem postulat. Superfunt matutinæ laudes, in quibus Præcurso ris Christum annunciantis, & Agnum Dei demonstrantis præconium, item expectatæ lucis aduentus cum laudatoriis Psalmis, & cātico pro phetico celebratur. Deīn vespere tam instantis diei, ac solennitatis ter minum claudunt, quā posttridui officii exordium (vt vetus scriptu ra præcipit) excipiunt. Vbi Maria Deum salutare, eiusq; potentiam ac misericordiā magnificat. Hæc nūc summam. Plura leges apud Theo logos, ex quorum dictis Ioā. Eius optima ac necessaria quæq; carptim i Enchyridiū suū cōtulit. Et nota, q̄ horæ canonicæ distinguunt p̄ spacia horarū tpaliū, vt similis fiat diuisio lōgarū & breuiū tā dierū, q̄ noctiū.

Sicut multi sunt, ingeniose Lector, tam ueteres, quam recentiores, qui de Astronomicis instrumentis scribunt; ita mihi non fuit intentio (neque enim poteram) omnia in hoc paucillimum compendium conferre. Tractabo hic instrumenta precipua: et singulorum theoriam, fabricam et usum in paucissima uerba coarctabo. Nam prolixitas inutilis est obtusis, et fastidiosa ingeniosis. Illis enim multa nil prosunt: his uero pauca sufficiunt. Sunt autem precipua et necessaria instrumenta, Quadratum, quod Geometris et Astronomis est commune. Quadrans ad captandas altitudines maximè commodum. Astrolabium, quod in plano Sphæram repræsentat, artificiosissimum. Armillare instrumentum, quo maximè in suis observationibus usus est Ptolemaeus. His additur Sphæra solida, quæ cælum totum cum circulis et astrorum locis repræsentat. De his itaque singulis quàm breuissimè potero, agam. Lectoris acumen supplebit ea, quæ ulterius desiderantur: quippe, his intellectis, facillimè sequuntur. Cetera instrumenta curiosioribus relinquo. Illud autem in hoc compendio minimè parui faciendum censeo, quod per descriptionem planam circularum, chordarum, et sinuum, tradidi doctrinam calculi: ut scilicet quiuis per circulum et canonem ea se inuenire posse iactet, quæ alij per sinuum ductus ac diuisiones, non sine labore supputare solent. Itaque post Quadrati ac Quadrantis negocium, quasdam de sinuum descriptione regulas ingessimus: per quas, declinationem, ascensionem, ortus latitudinem, differentias ascensionalem, arcum diurnum ac nocturnum, horam instantem, locum astri, ac distantiam metiri possis. quod à nemine attentatum fuisse uideo.

DE QUADRATO GEOMETRICO.



Quia instrumentum fabricari debet ex tenacissima quâpiâ materia, ut ex lapide, vel metallo; ut tutum sit ab omni extincta iniuria. Tale ita fabricandum est Quadratum geometricum, utque docet Euclides, lineandû. Eius duo latera ad angulû contigua singula in partes æquales diuidenda. At in opposito angulo filum cum perpendiculo applicandum: Et in dextero reliquorum laterum, tabellæ cum foraminibus singulis opponenda: ut inspecto apice vel extremo mensurandi spaci, perpendiculum liberè pendens indicet in vno diuisorum laterum partium siue punctorum numerum. Ut inde notescat umbræ rectæ, seu versæ, siue altitudinis

tudinis cuiuspiam, vel longitudinis spacium. Nec magno negotio opus est, ad intelligendum huiusmodi instrumenti rationem, fabricam vsumq; : quandoquidem hæc non hominibus geometriæ penitus ignaris, aut rubibus scribimus.

CVM igitur per foramina dextri lateris Quadrati inspicitur cacumen altitudinis, vel terminus longitudinis plani : si filum perpendiculari cadat super diametrum Quadrati, facit umbram tam rectam quàm versam æqualem suo gnomoni. Si autem filum abscindit latus dextrum, terminat in eo puncta umbræ rectæ. Si verò filum secat latus sinistrum (quod foraminato opponitur) abscindit ex illo puncta umbræ versæ : illius enim umbræ puncta indicat, quæ minor est suo gnomone. Itaq; si ponatur gnomon, exempli causa 12. partium, vel, vt aiunt, punctorum ; tunc quadratus numerus duodenarij, scilicet 144. per numerum punctorum umbræ cognitæ diuisus, exhibet in quotiente numerum punctorum umbræ ignotæ. Vnde si recta umbra fuerit trium partium, tunc umbra versa habebit partes 48. Hic enim umbra quadrupla est ad gnomonem : ibi gnomon quadruplus ad umbram. Id idem cuenit in cæteris proportionibus.

VND E manifestum est, quod gnomon semper est medius proportionalis inter umbram rectam & versam.

SI solaris altitudinis angulus sit recti dimidium, hoc est graduum 45. Tunc tam recta umbra, quàm versa est æqualis suo gnomoni. Si autem altitudo maior sit, quàm dimidium recti, umbra recta minor est suo gnomone : versa verò maior. Si demum altitudo minor extiterit dimidio recti, umbra recta longior sit suo gnomone ; sed versa breuior. Si altitudo nulla sit, cum videlicet Sol ponitur in horizonte : umbra recta infinita : at versa nulla sit. Si altitudo ponatur maxima, scilicet 90. graduum, cum Sol in vertice loci sistitur : tunc e contrario, umbra recta nulla est : versa verò infinita.

QVAM autem rationem habet umbra recta ad suum gnomonem, eandem habet longitudo plani ad altitudinem plano perpendicularē.

ITEM sicut est gnomon ad umbram suam versam, sic est longitudo plani ad dictam altitudinem.

Vnde sequitur, vt differentia duarum umbrarum rectarum ad gnomonem sit, sicut differentia longitudinum ad altitudinem.

Quæ quidem proportionales ortum habent à similitudine triangulorum, & proportionem laterum correlatiuorum. Nam in obseruatione altitudinis, filum perpendiculari abscindit de Quadrato triangulum orthogonium simile illi triangulo, quod facit altitudo perpendicularis in planum cum ipsa plani longitudine & radio visuali. Hinc ex regula quatuor proportionalium magnitudinum : cum ex tribus co-

D gnotis

gnitis quæritur quartum ignotum, sequuntur hæ regulæ.

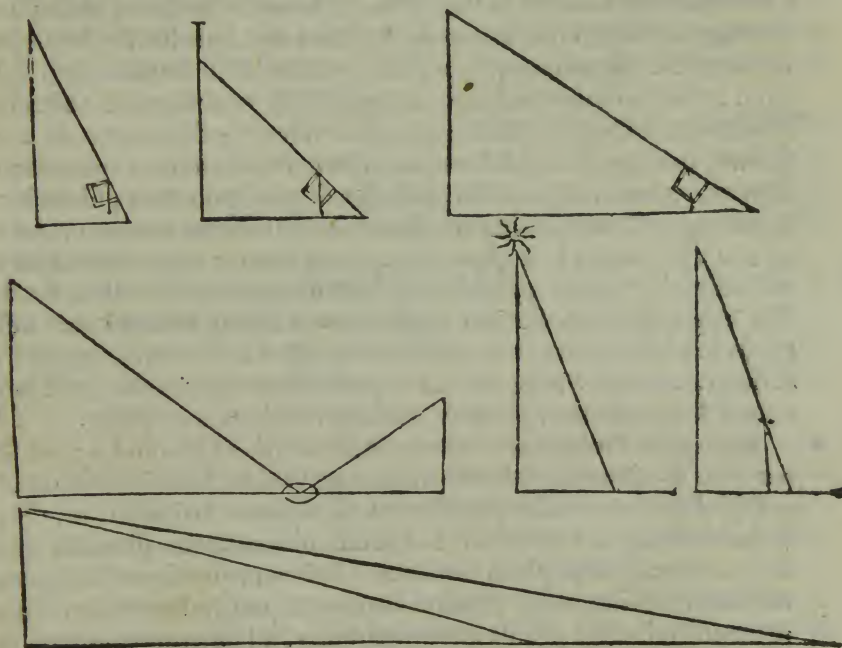
- 5 Vt scilicet, posito gnomone (exempli causa) partium 12. si longitudo plani multiplicetur per 12. & productum diuidatur per numerum punctorum vmbre recte, tunc ex diuisione prodeat altitudo.
- 6 Item si longitudo multiplicetur per numerum punctorum vmbre versæ: & productum secetur per 12. exeat similiter dicta altitudo.
- 7 Adhuc, si altitudo cognita multiplicetur per numerum punctorum vmbre recte, & productum diuidatur per 12. exibat tunc longitudo, plani, cum quæritur.
- 8 Denum si altitudo multiplicetur per 12. & productum secetur per numerum punctorum vmbre versæ: exhibet ex diuisione longitudo quæsitæ. Posito enim gnomone partium 12. si vmbra recta fiat partium 6. vmbra versa tunc erit partium 24. cum gnomon sit medius proportionalis inter vmbas: in quo casu, si longitudo plani ponatur (exempli causa) pedum 50. fiet altitudo pedum 100. Atq; ita regulæ respondent exemplo. Rursum, si ponatur vmbra recta partium 4. tunc fiet vmbra versa partium 36. & in eo casu altitudo erit tripla longitudinis. Et regulæ procedunt.
- 9 QVANDO autem mensuranda occurrit altitudo quæpiam vel propter vallem, seu rupem, vel paludem mediam inaccessibilis: tunc talis altitudo, aut recedendo, aut accedendo ex duobus locis obseruetur: & notentur utrobique recte vmbre partes, & earum differentia. Deinde locorum intervallum multiplicetur per 12. & productum diuidatur in dictam differentiam: exibat enim ex diuisione altitudo quæsitæ ad perpendicularum. Quæ regula sequitur ex corollario quartæ. Notandum etiam, quod cum obseruatur altitudo, terminatur ad oculum inspectoris: & longitudo plani ad pedem obseruantis.
- 10 QVANDO autem quærenda proponitur profunditas putei, tunc consideratur amplitudo, eius quasi longitudo plani, & profunditas, quasi altitudo calculatur.

Aliæ mensurandi regulæ.

- 11 POSSVMVS & aliis viis dimeriri altitudines. Primum, scilicet per vmbra. Nam ea est proportio vmbre ad altitudinem, cuius est vmbra, quæ proportio partium vmbre recte ad suum gnomonem. Vnde si vmbra recta fuerit æqualis suo gnomoni: tunc altitudo rei est æqualis longitudini vmbre. Si vmbra recta sit dimidium sui gnomonis; vmbra quoq; turris, aut arcis erit dimidium eius celsitudinis. Si triens, & hæc triens: Si quadrans, & hæc quadrans.
- 12 SECUNDO licebit & per virgam visoriam id ipsum obseruare. Nam distantie ab oculo ad virgam & ad turrim sunt proportionales virgæ

virgæ longitudini & turris altitudini.

TERTIO id idem considerari & inspicere poterit per speculum iacens, aut per aquam æqualiter librata: quæ speculi fungitur officio: & in qua videatur apex adstantis ædificij, vel mensurandæ cuiuspiam altitudinis. Nam distantia à loco visi apicis in speculo, hinc ad pedem inspectoris, inde ad basim ædificij receptæ sunt proportionales celsitudinibus duobus oculis, scilicet insipientis & ædificij. Unde, cum ex his tria nota sint, notescet & quartum.



DE QUADRANTE.

QVAM simplex ac facile, tã necessarium ac commune instrumentum fuit Quadrans: quod inde nomen sortitur, quod sit quarta circuli pars. In cuius dextra semidiametro bina (vt in Quadrato) foramina sunt applicanda: per quæ dum transmittitur Solaris radius, aut Lunar, siue astrum quodpiam inspicitur: filum cum perpendicularo à centro instrumenti (quod est concursus semidiametrorum) liberè dimissum indicat ipsius luminis, aut astri celsitudinem: quantus sit lum est arcus periferiæ in limbo instrumenti, in 90. gradus distincto, quæ filo, ac reliquæ diametro interiacet.

D 2

Sic,

- 2 Sic, cognita Solis vel aſtri altitudine, ſiue diurna, ſiue nocturna ſit obſeruatio, noſceſcet hora: & cum hora ſimul zodiaci ſtilus, ac planeta- rum loci. Ita nec Arolabo, nec Torquato, nec Armillari, aut alio quolibet difficili instrumento nobis opus erit.
- 3 Verum hoc erit generaliter notandum: quod, cum omne circulare instrumentum repreſentet circulum aliquem in concaua primi mobi- lis ſuperficie deſcriptum ac mundo concentricum, & omnis perife- ria instrumenti referat dicti circuli ſibi ſimilem arcum: propterea neceſſarium eſt in omni obſervatione instrumenti centrum locari, aut locatum intelligi in mundi centro. Sed cum nos, qui aſtra obſeruamus, ſumus in hac terræ marisq; ſuperficie, per terreſtris ſemidiametri ſpa- cium remoti ab vniuerſali centro, neceſſe eſt, vt obſeruatio noſtra nō nihil à vero diſcrepet. Verum cum hæc terræ ſemidiameter ad cicli ſolaris, aut firmamenti diſtantiā collata ſit inſenſibilis: quandoqui- dem terra, tantæ magnitudinis reſpectu, ſit quaſi punctum; idcirco ta- lis diſcrepantiā non ingerit notabilem in illis orbibus errorem. Atta- men in obſeruanda Luna, hæc diſcrepantiā ſentitur aliquantum. Habet enim ſemidiameter terræ ad ſemidiametrum lunaris orbis collata ſenſibi- lem magnitudinem. Sic iam inter verum viſumq; locum Lunæ diſfe- rentia per instrumentum & calculum veſtigata ad ſummum gradus 1. & m. 43. accreſcit. Sed in Sole ad 3. quaſi minutias peruenit. in Marte autem & ſuperioribus planetis, ſtellisq; non bene percipitur.
- 4 Bene igitur Ptolemæus, cæteriſq; Aſtronomi, ad captandas meridia- nas Solis & aſtrorum altitudines, item maximam Solis declinationē, poliſq; eleuationem, ſiue (quod idem eſt) regionis latitudinem, Qua- drante instrumento vtuntur. Sed in tali obſervatione planities qua- drantis ſiſtenda eſt in plana ſuperficie Meridiani, quæ ſuper lineam me- ridianam locatur, ſuper planum horizonſis perpendiculariter. Qua- re inuenienda eſt in primis linea meridiana, ad cæterorum quoq; in- ſtrumentorum locationem neceſſaria.
- 5 Vt autem tradūt Proclus, Viſtruuſius, Io. de Montereſio & alij, li- nea meridiana ſic inueniri poteſt. In plana ac perfecte collibrata hori- zontis ſuperficie Circulus deſcribatur. Et ab eius centro ſtylus perpen- diculariter excitetur erectus, ita brevis, vt eius vmbra interdiu Circuli ſemidiametro ſit breuior. Mox in ſereno die ad Solem obſeruanda eſt ſtyli vmbra, quæ ante meridiem, & rursus poſt meridiē in periferia Cir- culi in duobus punctis terminetur. Tunc arcus inter puncta huiusmo- di diligenter ſignata receptus per æqualia diuidatur. atque per punctū diuiſionis & centrum Circuli linea recta ducatur. Hæc enim erit linea Meridiana loci. Nam vmbra ſtyli ſemper & quotidie ſuper eam lineam cadet in ipſo inſtanti meridiei. et ſuper eam locanda eſt plana ſuperfi- cies

ies Quadrantis in obseruatione meridianarum altitudinum Solis, Lu-
æ, & aliorum. Sic etiam & Astrolabi. in tali obseruatione. Item axis
mundi tam in instrumento armillari, quàm in Sphæra solida locandus
erit in ipso meridiani plano, eleuatus scilicet secundum polarem locis
altitudinem.

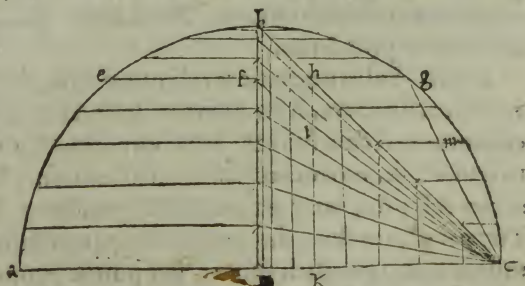
MAXIMAM Zodiaci ab æquatore declinationem inuenire. Ca-
pianur duæ solstitiales Solis in meridie altitudines, & earum differen-
tia: nam ipsa est tropicorum distantia: Et eius dimidium erit maxima
Solis, seu eclipticæ declinatio. Verùm, si obseruatio talis fiat intra tro-
picos habitantibus; ibi talium solstitialium altitudinum aggregatum
auferendum est à semicirculo: vt relictum habeatur pro Tropicorum di-
stantia, eiusque dimidium pro maxima Zodiaci declinatione.

ÆQUINOCTIALIS altitudinem deprehendere. Cum hyemalis solsti-
tii altitudine meridiana iunge maximam Solis declinationem ex præ-
missa repertam. Vel ab æstiuæ solstitii mer^{na} altit^{ne} aufer eandem maxi-
mam declinationem: Nam sic conficies, vel residuabis æquatoris alti-
tudinem.

LOCI latitudinem, siue poli eleuationem indagare. Aequatoris al-
titudinem ex præmissa cognitam subtrahe de circuli quadrante, & re-
linquetur loci tui latitudo: quæ scilicet est distantia tui zenit ab æqui-
noctiali, siue poli mundi super horizonte celsitudo. Sed degentes sub
æquinoctiali habent polos in horizontem, & latitudinem nullam.

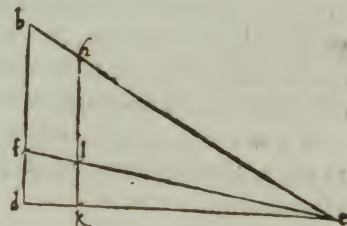
SOLIS vel astri declinationē perscrutari. Capiatur eius altitudo me-
ridiana: quæ, si fuerit æqualis æquatoris altitudini, nullâ Sol vel astrū
patitur declinationem. Si aut tale altitudines fuerint inæquales: tunc
earum differentia erit Solis ipsius vel astri, declinatio. Septentrionalis qui-
dē, si Solis altitudo maior erat. Si minor, meridionalis.

SINUM regulas exponere. Sicut per calculum, ita & per lineamē
ta vti possumus Sinuum, & Mordarum medio. Est autem sinus rectus
chorde dupli arcus ali-
cuius dimidium. Cu-
ius sagitta dici solet si-
nus versus. Vnde sinus
maximus, siue sinus to-
tus, est sinus semicircu-
li, hoc est semidiamete-
ter. Sinus secundus ar-
cus cuiuspiā est sinus
rectus sui completi ad quadrantē. Exēpli gratia: in semicirculo. abc.
cuius centrū d. ac semidiametri ad. dc. db. quadrates ab. bc. ipsius arcus
ebg. corda sit recta efg. punctis bf. diuidētibz arcū & chordā per æqua-
lia.



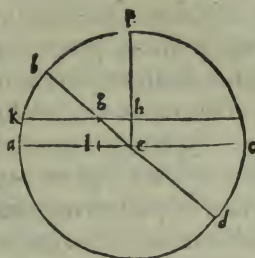
lia. Sic enim recta ef. erit chorda ipsius arcus eb. Sinus autem versus talis arcus erit recta bf. Et sinus secundus fd. recta: quia sinus rectus arcus ea. quod est complementum arcus eb. Deinde, sicut sinus totus seu maximus bd. per rectas ipsius efg. & ipsius adc. diametri parallelos (quæ quadrantes aeb. bgc. in arcus æquos diuidunt) secatur in portiones inæquales; ita & singulæ ipsius bd æquidistantes, utpote ipsam hk. & cætere ipsi paralleli per lineas à punctis singulis sectionum linearum bd. ad punctum c. concurrentes, in totidem partes proportionales distinguuntur. Atque ita, sicut bd. semidiameter; ita & ipsi æquidistans hk. & singulæ ipsarum paralleli (tanquam sinus maximi) distinguuntur in suos sinus per dictas lineas ad c. punctum concurrentes. Ut scilicet, constituto quouis sinu max^o cui debetur circuli quadrans, tunc & singulis eius partibus arcus debiti adscribatur. Ut exempli causa, posito hk. sinu max^o; sinui Kl. debitus arcus sit gc. sicut ipsi hk. respondet quadrans bgc. Item tunc sinus versus arcus bg. erit recta hl. Quod, si ducatur recta gc. cui ad punctum m. occurrat lm. parallelus ipsius fg. ipsa lm. fiet sinus secundus arcus gc. dum sinus hk. ponitur maximus. Quoniam sic secundum quam proportionem breuiatur sinus maximus, secundum eandem breuiantur & sinus particulares.

- 11 PROPOSITIS duabus lineis, ex quibus vna sit diuisa; reliquam ad eandem proportionem diuidere. Vtar triangulo bcd. quorumcunque sit angulorum. In quo, si datarum linearum diuisa sit bc. & punctum diuisionis h. reliqua iam cd. secabitur in puncto k. ad eandem proportionem, propter æquidistantiam linearum bd. hk. Vel si datæ linearum intelligatur bd. bk. ut scilicet bd. diuisa detur in puncto f. tunc & hk. similiter secabitur in puncto l. propter dictam æquidistantiam, & triangulorum similitudinem. Sic facile absoluitur problema.



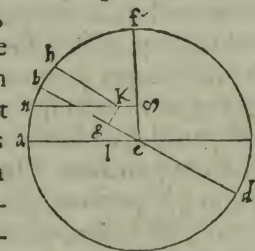
- 12 Loco Solis, siue cuius eclipticæ dato, declinationem & ascensionem rectam adscribere. Esto colurus solstitialis abcd. cuius cum æquatore communis sectio sit recta aec. Cum ecliptica verò, recta linea bed. posita scilicet ab. maxima eclipticæ declinatione. Sitq; recta ef. sinus rectus arcus eclipticæ inter æquinoctiale punctum, & punctum propositum: Tunc per punctum ducatur ipsi aec. parallelus kgh. quæ iam erit communis sectio paralleli solaris, seu puncti propositi cum dicto coluro: & perinde arcus ak. erit puncti propositi declinatio. Mox ducta fhe. perpendiculari ad ipsam aec. quæ perpendicularis est iam axis æquatoris: sicut est kg. linea ad ipsam g h. sic sit per præcedentem al. linea ad ipsam le. Tunc

Tunc enim posito ae . sinu maximo: arcus ipsi le . sinui debitus, erit ascensio recta Solis vel dati pñcti, à dicto puncto æquinocij computanda. Item, posito hk . sinu maximo, arcus sinui gh . sinui recto respondens erit eandem recta ascensio. Hoc pacto ex doctrina sinuū per ante præmissam tradita, tam Solis declinatio, quàm recta ascensio notescet.



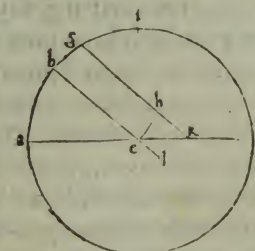
14

STELLÆ, cuius lōgītudo ac latitudo notæ proponuntur, declinationem ac rectam etiam ascensionem determinare. In eodem Coluri plano, $abcd$. intelligatur similiter, æquatoris quidem diameter aec . Eclyptici vero diameter bed . & ponatur eg . linea sinus rectus arcus eclypticæ inter punctum æquinocij proximum, & locum stellæ. Itē arcus bh . latitudo stellæ: & linea hk . ipsi b & d . parallelus, cui gk . perpendiculariter occurrat: sinus scilicet rectus dictæ latitudinis bh . mox per punctum k . ipsi aec . parallelus eat mkn . quæ iam erit communis iunctio paralleli stellæ propositæ cum dicto Coluro. Et idcirco arcus. an . erit quæsitæ stellæ declinatio. Quod, si punctum k . caderet super æquatoris diametrū aec . tunc stella in æquatore esset absq; declinatione. Itē, posito axe æquatoris sine. sicut est, linea mk , ad ipsam km . sic sit linea al . ad ipsam, l e. eritque le . sinus rectus ascensionis rectæ altri debitus, dum scilicet sinus maximus est ae . linea. Vel km . fiet sinus prædictæ ascensionis: si supponitur sinus maximus mn . linea. Itaque ex notis sinibus, iam per doctrinam decimæ propositionis, tam declinatio, quàm recta stellæ ascensio notæ uenient.



15

SOLIS vel stellæ cuiuspiam ortus latitudinem, ac differentiam ascensionalem sciscitari. In meridiani plano $abcd$ intelligatur diameter horizontis aec . diameter autem æquatoris bed . Ita, ut arcus meridiani. a b . sit altitudo æquatoris: quod est complementum latitudinis loci, ad quæ quærentur prædicta. Arcus autem bg . sit declinatio Solis vel stellæ per præmissas comperta. Ducatur recta gk . ipsi bed . parallelus. cui perpendicularis occurrat eh . portio scilicet axis æquatoris. Deinde sicut linea gh . ad ipsam hk . sic sit linea be . ad ipsam el . Et habes lineam ek . sinum rectum latitudinis ortiæ. Et rectam el . sinum differentie ascensionalis; posito sinu maximo be . Item si lubet, lineam hk . sinum eiusdem differentie,

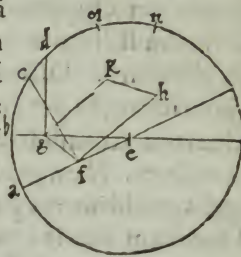


D 4 rentia,

quidem pacto interdiu per Solem, noctuq; per stellam potes horas ante vel post meridiem supputatas ad instans propositum, in quavis regione, per Quadrantem, absq; alterius instrumenti usu comperire.

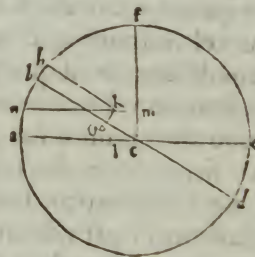
Drarum stellarum cognitos in longitudine locos habentium distantiam dimetiri. Distantia talis est arcus circuli magni inter stellas ipsas interiectus, ac per gradus computatus. Quæ doctrina inferuiet etiã ad duarum vrbiũ seu locorum in terra positorum intercapedinem captandam. Nam gradus conuerti possunt ad stadia, vel milliaria: si singulis gradibus 70. passuum millia vendicaueris. Si ergo stellarum, vel locorum fuerit vna longitudo, & latitudines eiusdem nominis: tunc latitudinum differentia erit earum distantia. Si latitudines diuersorum nominum: earum congeries constabit remotionem. Si autem longitudes differant per semicirculum, & latitudines sint eiusdem nominis: tunc latitudinum congeries subtracta semicirculo reliquet distantiam. Si latitudines fuerint diuersorum nominum, earum differentia dempta de semicirculo residuabit distantiam. Quod si tunc latitudines sint diuersorum nominum & æquales: in eo casu astra, vel vrbes erunt oppositæ per diametrum: qualis est in terra situs Antipodum. Hic & illud attende, quod si fortè stellarum altera iaceat in eclyptica, & longitudinum differentia sit quadrans circuli (tunc quantacumq; & quorsumcumq; sit latitudo reliquæ stellæ) iam in eo casu earũ distantia semper habet circuli quadrantem. Nam tunc locus stellæ in eclyptica iacentis est polus circuli latitudinis reliquæ stellæ: & perinde per quartam circuli ab eo vndiq; remouetur. Id idẽ dic de locis duobus vel ciuitatibus, si earum vna sit sub æquinoctionali, & longitudinum differentia sit quadrans, quantacumq; sit reliquæ latitudo. Quod si astrorum vel locorum situs aliter se habeat: tunc eorum distantia in globo astronomico seu geographico, poterit captari officio circini: sicuti fieri solet in charta nauigatoria per scalam milliariam. Quod si globo astronomico, seu Pappi mundo spherico careas, cũ descriptione astrorum aut vrbiũ, oportebit te vti calculo sinuũ: sicut in astronomicis quæstionibus assatim tradidimus, ad habendam ipsam stellarum seu locorum distantiam. Sed nos hic geometrico lineamento in planitie vna, talem distantiam eliciemus, sic: Describatur circulus a b c d. super centro e. tanti spaciũ, vt in gradus bene distingui possit. Sitq; arcus a b. differentia longitudinum stellarum vel locorum: ductisq; diametris a e. b e. Ponatur arcus a c. latitudo loci vel stellæ a. arcus verò b d. latitudo loci vel stellæ b. Mox à punctis c d. ducantur perpendiculares c f. quidem ad a e. & d g. ad ipsam b e. Quæ perpendiculares sunt ipsarum latitudinum sinus recti, inde ducatur g f. super quam erigantur perpendiculares f h. & g k. singulæ suis conterminis f c. g d. æquales.

æquales. Demum ducatur recta h k. quæ tanquam chorda respōdeat
 arcui m n. Hic enim arcus erit distantia quæsitæ stellarum seu locorū.
 Cuius operationis ratio facilis est intellectu. Nā
 puncta k h. representant stellarum siue urbium
 locos in ipsa globi seu Sphæræ superficie, in quā
 caderent si ppēdicales g k. fh. perpendiculares
 in planum circuli a b c. sisterentur. Quod quidē
 lineamentum supponit latitudines locorum seu
 stellarum sumptas versūs eundem polum. Nam
 cum sunt diuersarum partium; perpendiculares
 quoq; g k. fh. in diuersum erunt deducendæ.



Debētur autem vni gradui terrestris ambitus (vt superius dixeramus)
 millia passuum 70. ita vt passus habeat pedes quinq; . Sic totus am-
 bitus habebit millia passuum 25200. Diameter autem millia passuū
 8018 $\frac{2}{3}$. secundū Eratosthenem. Quod si facias passum pedum qua-
 tuor, tunc totus ambitus habebit milliaria 31500. siue stadia 252000

- 18 Stellæ locum per Quadrantem inuestigare. Stellæ declinationem
 per nonam, & horam, in qua cælum mediat, per 16. Item punctum zo-
 diaci cælum hinc medians, & per 11. ascensionem rectam talis pun-
 cti disce: quæ est ascensio recta talis stellæ. Itaq; ex ascensione recta,
 & declinatione stellæ potest elici longitudo & latitudo ipsius in eclipti-
 ca: sicut per 13. ex longitudo & latitudine eliciabatur declinatio &
 ascensio. Hoc autem fiet, mutatis officiis & nominibus circulorum
 vt scilicet in ipsa descriptione 13. b e d. intel-
 ligatur Aequator. linea e g. sinus ascensionis. ar-
 cus b h. declinatio. a e c. zodiacus. Eritq; arcus
 a n. latitudo stellæ. & linea l e. sinus longitudi-
 nis stellæ. hoc est arcus eclipticæ inter æquino-
 ctium proximum & locum Stellæ. dum sinus
 maximus supponitur a e. Vnde ex noto sinu,
 per 10. notescet ipsa longitudo. Ita neq; Astro-
 labo plano, neq; armillari, ad captanda loca stel-
 larum indigebimus. Simulq; constat Quadrantis vsum posse ad mul-
 tas vtilitates adcommodari. Sed cum multa tradantur à variis autho-
 ribus de Quadrante, quæ passim nota sunt studiosis: nos ab aliis
 omissa tractamus: cætera summam percurrentes.



- 19 Longitudines autem locorum, quæ ab aliquo Occidentis termino:
 quem Ptolemæus meridianum insularum fortunatarum posuit, vesti-
 gari possunt per vnam lunarem eclipticam diuersis in locis obseruatam.
 tanta enim erit intercapedō meridianorum, quanta temporum in ipsis
 meridianis obseruatorum differentia. Vnde in quot urbibus siue locis
 fiet

fiet vnus eclipsis lunaris obseruatio, totidem locorum longitudo notescet. Quod etiam per intervalla itinerum & distantias locorum deprehendi via geometrica poterit. Sed idem perpendi potest à nauigantibus ortum, vel occasum versus per horologium rotarum, vel per clepsydras, siue ampullas harenarias. Nam tempus inter nauigandum elapsum per tales machinas cognitum docet, quantum, nauigando, sit de longitudine æquinoctialis, aut eius paralleli peractum. Exempli gratia: si quis à Gadibus, instante meridie, & horologio motum exordiente, versus Orientem nauiget, donec rursus videat Solem ad meridiem loci, ad quem appulerit, reuersum: certus erit, Solem vnā reuolutionem primi mobilis peregrisse, & ulterius arcum meridianis Gadium & loci, ad quem appulerit, interiectum. Qui quidem arcus indicabitur per tempus, quod ultra 24. horas horologium vel clepsydra transegerit: vt puta, si tale tempus fuerit trium horarum: non dubium erit, locum in quem naus appulerit, à meridiano Gadium elongari per spaciū triū horarum, hoc est per arcum æquinoctialem 45. graduum talibus meridianis interiectum. Vnde, si Gadium longitudo ponatur graduū $5\frac{1}{6}$. iam loci, ad quem naus appulerit, longitudo fiet graduum $50\frac{1}{6}$. Quod si Sol nondum accessisse ad meridiem dicti loci comperiat: tunc spaciū, per quod distat à meridiano, adiiciendum erit 45. gradibus: subtrahendum verò, si Sol præterisse meridiem coniiciatur. Quod spaciū, obseruato per instrumentum Sole, sicut & instans meridiei deprehendetur. Sed inditium Eclipsis lunaris certius est, ac melius. quod per plures obseruatores plurium locorū longitudes indicabit.

Terrestri orbis ambitum dimetiri. Comperienda est per 17. duorum locorum vel ciuitatem sub eodem meridiano iacentium distantia. Illi autem loci habent eundem meridianum, qui eandem longitudinem fortiuntur, vel quorum longitudes semicirculo differunt. Sed dum Geometra incedit per meridianam lineam in superficie terræ, per quintæ doctrinam delineatam, semper locos eiusdem meridiani peragrat. Itaque huiusmodi locorum distantia per gradus numerata, & per stadia, vel passus mensurata questionī satisfaciet: diuisio enim numero stadiorum, vel passuum per numerum graduum, prodibit ex diuisione numerus stadiorum, vel passuum vni gradui debitus, qui per numerum graduum totius ambitus, hoc est per 360. multiplicatus producet numerum stadiorum, vel passuum totius terrestris circuitus. Quod quidē exemplo quopiam apertius constabit. Rhodus & Alexandria sub eodē ferme sunt meridiano: distantia talium vrbiū habet gradus $7\frac{1}{2}$. Quoniam Canobus stella insignis (quæ in remone Argus) apud Rhodum obseruata incipit apparere horizontem radere, cum in locis Septentrionalioribus nusquam videatur. Alexandria verò eleuatur supra horizontem

20

rizontem in meridiano per gradus $7\frac{1}{2}$. Tanta est igitur earum vrbium in gradibus distantia: mensurata verò stadiis, habet stadiorum quinque millia: vt ait Posidonius. Sed cum talis distantia $7\frac{1}{2}$. graduum, sit pars quadragesima octaua totius circuli; iam 5000. stadia quadragies octies multiplicata, exhibebūt totū ambitū per stadia, scilicet stadia 240000. Cum verò stadia 8. milliariūm conflent; diuisa in 8. præstabūt milliaria 30000. posito, scilicet passu quatuor pedum. Cui si dentur quinque pedes, tūc fient milliaria 24000. Hæc Posidonii obseruatio indicat, Rhodi latitudinem esse graduum $38\frac{1}{2}$. cum Alexandria latitudo per Ptolemæum suum ciuem proculdubio habeat gradus 31. quarum differentia sit graduum $7\frac{1}{2}$. Et est error notandus in Ptolemæicis numeris circa latitudinem Rhodi, quæ ponitur graduum 36. Hoc idem confirmatur per certissimam hydrographorum descriptionem. Quoniam à freto Siculo directè versus Orientem nauigantes relinquunt Gnidum, & Ielyssum vrbem Rhodi: (vbi incipit apparere Canobus) versus Septentrionem. Porro fretum Siculum, cui adiacet Mellana, habet in numeris Ptolemæi latitudinem graduum $38\frac{1}{2}$. sicut & nos obseruauimus: maiorem ergo necesse est Gnidi & Ielyssi latitudinem. Adducam nunc aliud exemplum, per distantiam duarum ciuitatum Alexandria & Syenes: cuius latitudo habet gradus 23. m. $51\frac{1}{2}$. quanta est maxima Solis declinatio secundum Ptolemæum. Cum autem latitudo Alexandria (vt dictum est) sit graduum 31. sintq; vrbes sub eodem meridiano: ita earum distantia fiet graduum 7. m. $8\frac{2}{3}$, hoc est graduum ferè $7\frac{1}{2}$. in stadiis autem mensurata, sit quinque millium stadiorum: quæ diuisa in $7\frac{1}{2}$. exhibet 700. & tot stadia debentur vni gradui. Vnde totus ambitus comprehendet stadia 252000. Quibus per 8. diuisis, exeunt milliaria 31500. dum passus supponitur pedum quatuor. Si verò passus habeat pedes quinque, fiet milliaria 25200. Atq; ita gradus poscet milliaria 70. Hæc est obseruatio Eratosthenis.

Globi terrestris diametrum sciscitari. Terræ ambitum ex præcedenti cognitum multiplica per 7. & productum partire in 22. exibit enim inde diameter. Exempli gratia: Terræ circuitus habet secundum Eratosthenem milliaria 25200. Hunc numerum multiplica in 7. & produco 176400. Quod productum partior per 22. & prodeunt ex diuisione 8018 $\frac{2}{11}$ & tot milliaria complectitur diameter globi terrestris. Semidiameter autem milliaria 4009 $\frac{2}{11}$. Ptolemæus autem ponit ambitū terræ milliariū 22500. Alfraganus verò & Tebit. 20400. Hipparchus 34625. Neq; alia est discrepantiæ causa, quàm diuersitas mensuræ, quæ vtuntur. Nam qui ponit plura milliaria, vtitur minore passu. quemadmodum latius in dialogis Cosmographiæ tradidimus.

21 Quod si semidiameter ducatur in dimidium ambitus, producetur plana

plana superficies circuli maximi terrestris. Quæ si quadruplicetur, vel si diameter in totum ambitum ducatur: producetur spherica superficies globi. Quæ demum in trientem semidiametri multiplicata, producet globi soliditatem siue corpulentiam. Item notandum quod circulus ad Quadratum suæ diametri se habet, sicut 11. ad 14. Sphæræ verò soliditas ad cubum sphericæ diametri, sicut 11. ad 21. Verū hæc & alia huiusmodi pertinent ad geometriam.

Hinc magnitudo molis terrestris conici poterit: & simul certissimè 23
concludi multo maiorem esse terræ, quàm aquæ corpulentiam; & proculdubio decipi aliter sentientes. Verū de magnitudinibus terræ, luminarium, astrorum & distantis scripsere Aristarchus, Ptolemæus, Alfraganus, Tebitius, & alii recentiores. Quorum sententias nos in summam collegimus, & in calce Cosmographiæ dialogorum exarauimus.

Cognitis autem duorum locorum longitudinibus ac latitudinibus, 24
& quantum ab his singulis distat terris locus; poterit ex distantis perpendi longitudo ac latitudo tertii loci. Idq; per scientiam triangulorum sphericalium. Vel si distantiarum arcus parui sunt, vti possumus geometria linearum rectarum: sicut in calculo Eclipsium, pro minutis casibus, per latitudines ac visuales diametros, supputandis, propter paruitatem arcuum facere consueuimus. Id idem intellige, si per loca duarum stellarum cognita, & earum distantias ad tertiam, volueris & ipsius tertie locum in longitudine & latitudine indagare. Vnde Corollarium Corol.
illud inferitur Ioannis Regimontii magnum. Si duarum stellarum tantum, aut ciuitatum constet longitudo ac latitudo, omnium verò distantia inter se notæ sint; notescunt etiam singularum longitudes ac latitudes, stellarum scilicet respectu zodiaci: ciuitatum verò, respectu Aequinoctialis. Sed hæc satis, quo ad locupletandam practicam Quadrantis. Nam scientia triangulorum planorum, quo ad speculationem, in elementis Sphæralium in Sphæricis. Quo ad praxim & calculum, in quæstionibus Arithmeticis & geometricis, ac simul Astronomicis copiose traditur. Nunc libanda est instrumentorum reliquorum maximè communium materia.

DE ASTROLABI THEORIA ET FABRICA.

DE astrolabo multi tum veteres, tum recentiores scripsere. Messealla fabricam instrumenti huius, vsumq; satis tradidit, parcius autem speculationem. Hanc dum Ptolemæus explicat in Planisphærio, lectorem laborioso calculo fastigat potius, quàm docet. Nicephorus & Proclus apud Græcos adeò sunt obscuri & mutili, vt vel ipsi nō intellexisse speculationem, vel intellectam exprimere nescisse indicetur.

Solus

Solus Iordanus videtur attigisse theoriam: quæ tota ferè ex Apollonii Conicis propagatur. De Stofferino nihil audeo dicere: nemo enim negare potest tam fabricam quàm vsum ab eo luculenter traditum. Miror tamen Ptolemæum, sicut Theodosii ac Menelai, ita & Apollonii studiosum, in tali negotio (quod in Speculi Vsterii libello fecit) Conicorum doctrina non vsum: præsertim, cum ex geminis eius conclusionibus tota speculatio Astronomi labi dependeat. Id nos paucis, ad ingeniosorum satisfactionem, in hoc Enchyridio exequi conabimur. Ita ut ex hoc fabrica & vsum facilius lectoribus innotescat.

Si polus Sphæræ Septentrionalis tangat planum: tunc, quoniam axis Sphæræ perpendicularis est plano, locus omnis stellæ, vel puncti in sphærica superficie constituti proiicitur in planum per lineam à reliquo polo per stellæ centrum punctumue propositum ductam.

Vnde manifestum est, quòd polus Septentrionalis in plano est ipsum punctum contactus. Cætera verò puncta & loca stellarum sphæricæ superficie, in planum alicubi (hoc est in aliquo puncto, proiecta terminantur: excepto duntaxat meridionali polo, qui nusquam in plano apparet.

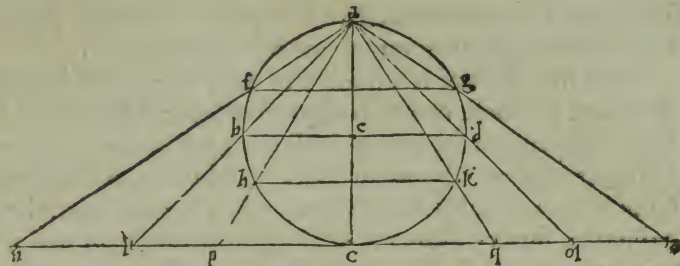
Quod, si lumen à meridionali polo radiare intelligatur: tunc umbræ circulorum per dictum polum in sphærica superficie descriptorum in planum proiiciuntur per lineas rectas. Nam plana superficies in cultum spectata, per quam scilicet iacentes feruntur visuales radii, tanquam recta linea visui apparet.

Vnde manifestum est, quòd Meridianus, Coluri, & omnes declinationum circuli (qui sub polo degentibus sunt altitudinum circuli) & omnis horizon rectus, representatur in plano per lineas rectas se inuicem in puncto contactus interfecantes. Item omnis circulus minor, per polum meridianalem (sicut prædicti) in superficie Sphæræ deductus, in rectam quoque proiicitur lineam in plano, sed extra polum contactus ductam.

Circulorum autem in eadem sphærica superficie descriptorum, & plano tangenti æquidistantium umbræ in ipsum planum proiiciuntur in circulos concentricos, & commune centrum in puncto cōtactus habentes. Verùm circulus polo meridionali propinquior in maiorem periferiam proiicitur, & umbræ circumferentiarum sunt ipsis circumferentiis similes. Nam si recta à polo dicto indefinita per circumferentiam alicuius ex dictis circulis in Sphæra, semel circumducatur, Coniunctum rectum describet. Et perinde planum ipsi circulo (qui basis conicus est) æquidistans circulum in cono, quem secat, facit: sicut in cono is ostensum est.

Vnde manifestum est, quòd Æquinoctialis, horizon pro vertice polum

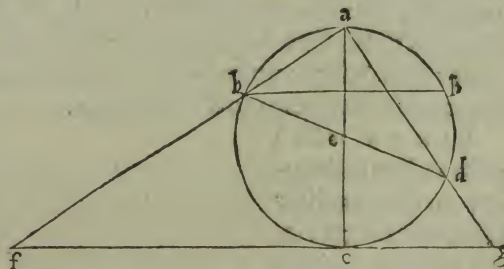
lum habens, duo Tropici, circulus arcticus, antarcticus, & omnes eorum paralleli siue per Solem, siue per Stellas, aut quæcunq; puncta in Sphæræ superficie descripti, & Climated, prædicto modo in planum tagēs proiecti, vmbra faciant circulares, hoc est circulos concentricos, & commune centrū in



polo contactus (quod est Astrolabi centrum) habentes. Verū hanc circulorum projectionem Astronomi terminant in Tropico Capricorni, pro vsu instrumenti: ne descriptio moderatum excedat terminum.

Vt si Sphæra intelligatur a b c d. in qua polus meridionalis sit punctum a. Centrum Sphæræ e. Axis Sphæræ a e c. Polus borealis & punctum contactus in plano sit c. Diameter æquinoctialis b e d. cuius vmbra plano erit l c m. Hyemalis Tropici diameter f g. Et eius vmbra n o. quæ terminat limbum instrumenti. Diameter æstiu Tropici h k. Cuius vmbra p q. rectæ. Quæ diametri, sicut & omnium parallelorum sunt inter se æquidistantes. Quod autem vmbrae in plano similes sint suis periferiis patet per collationem & æqualitatem triangulorum sub lineis radialibus & chordis arcus subtendentibus contentorum.

Obliquorum quoque circulorū in Sphæra existentium vmbrae in planum subiectum circulares proiciuntur. Intelligat in meridiani a b c. planitie circulus siue maior, siue minor in planū subiectum obliquus: cuius diameter b d. & plana superficies in rectum insistens ipsi meridiano. Dico, q̄ talis circuli vmbra in planū tangens proiecti circulus est. Producantur enim radiales lineæ à polo meridionali a. vsq; ad planū tangens. rectæ a b f. a d g. Et agatur ipsi f g. parallelus b h. Eritq; angulus f. æqualis angulo a b h. & perinde angulo a d b. (quia super æquos arcus a b. a h. sunt) & ideo simile est triangulum a f g. triangulo a d b.



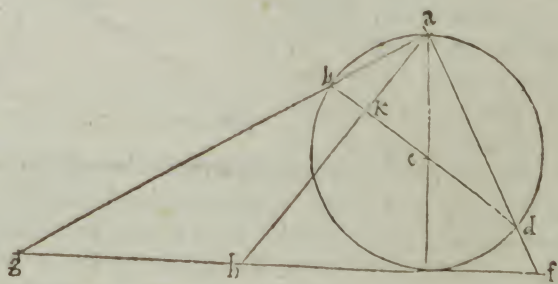
a d b. Quam ob rem, in cono, cuius vertex punctum a. basis autem circulus b d. planum subiectum subcontrariam facit sectionem ipsi basi. Et perinde sectio in plano facta (quæ umbra est basis circularis b d.) circulus est, cuius est: cuius diameter fg. sicut in Conicis ostensum est. Et similiter, si pro meridiano a b c. quilibet circulus maior per polos a c. incedens sumatur. quod erat demonstrandum.

Vnde manifestum est, quod tam ecliptica, quam horizon obliquus & eorum paralleli, & omnis alius circulus in Sphæra, siue maior, siue minor in planum subiectum inclinatus, proiicitur in plano ipso in vmbam circularem. Quoniam scilicet (vt dictum est) subcontraria sectio Coni scaleni, circulus est. Verum vmbre circumferentiales non sunt arcibus suis similes. Nam umbra longius proiecta, in maiorem circumferentiam proiicitur. Vnde semicirculus Eclipticæ meridionalis proiicit vmbam in plano semicirculo maiorem: borealis verò minorem. & circumferentia vmbre Capricornum representans maior est, quam duodecima pars circuli. Cancrū verò representans umbra, est minor, quam duodecima pars. Signa verò à Solstitio equaliter remota proiiciunt arcuales vmbas æquales. Quæ omnia sequuntur ex collatione triangulorum sub lineis radialibus & chordis arcus singulos subtendentibus contentorum: & ex eorum inæqualitate, aut æqualitate.

Circulorum in Sphæra plano subiecto equidistantium vmbre in plano ipso circulares, tam centrum, quam polum sortiuntur in ipso contactus puncto, qui polus est Sphære, & Astrolabii centrum. Patet hoc, quoniam axis Sphære est talium circulorum communis axis & communes poli. sicut in antepremissa fuit ostensum.

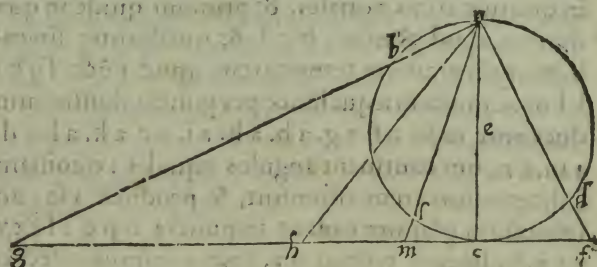
Vnde horizon habens pro zenit ipsum mundi polum sortitur centrum & polum in centro instrumenti. Namq; est vnus & idem cum æquinoctiali. Nec secus equatoris paralleli, scilicet Tropici, Arctici & Antarcticus: quandoquidem communes polos, & in plano instrumenti commune centrum habent.

L I N E A recta à polo radiante deducta, orthogonaliter secans diametrum circuli obliqui maioris in Sphæra descripti, cadit in centrū vmbre circularis dicti circuli, in plano: & est æqualis semidiametro ipsius vmbre. Vt, si in plano meridiani a b c d. intelligatur diameter circuli ad planum subiectum inclinati, quæ



quæ sit b d. quam linea recta a k h. orthogonaliter secans in puncto k. cadat in punctum h. in planò. Dico tunc, quòd punctum h. est centrū vmbre circularis à circulo b d. in planum proiectæ. Producatur enim recta a b. a d. in planum ad puncta f g. cadentes: eritq; fg. diameter circularis vmbre proiectæ. Namq; vt in antepremiis ostensum est, triangulum a b d. equiangulum est triangulo a f g. & perpendiculares a c. a k. diuidunt dicta triangula singula in bina triangula sibi inuicē & totis similia. Hinc sequitur, vt anguli a g h. g a h. sint æquales: & ideo, vt lineæ g h. h a. sint æquales. Item sequitur, vt anguli a f h. f a h. sint æquales. & perinde lineæ f h. h a. æquales. Igitur centrum circuli g f. (quæ est vmbra circuli b d. proiecta in planum) erit punctum h. & ipsa linea a h. quæ indicat centrum equalis ipsis g h. h f. Semidiamentis singulis: sicut demonstrandum proponitur.

Recta verò, quæ angulum sub radiis per extrema diametrorum duobus comprehensum per æqualia diuidit, producta in planum cadit in polum circularis vmbre in ipso plano factæ. In eadem enim descriptione angulum b a d. per æqualia diuidat linea a l m. cadēs in planū ad punctū m. Dico itā,



punctum m. polus est circuli in planum proiecti: cuius diameter fg. Nam, cum anguli b a l. l a d. sint æquales, erunt susceptæ ab eis periferiæ b l. l d. æquales. cumq; l. punctum in semicirculo b l d. medium sit polus circuli b d. secantis ipsum a b c. circulum orthogonaliter; iam & punctum m. in plano, in quod cadit a l. linea erit polus circuli proiecti.

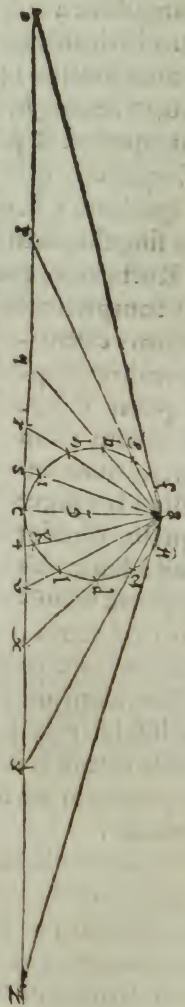
Vnde manifestum est, quòd in omni circulo obliquo ad planum subiectum, vmbra proiecta polum habet à centro diuersum. Sequitur hoc Corollarium ex præsentis & præmissa: quoniam centrum & polus determinantur à diuersis lineis. Verum præsens propositio cum Corollario verificatur etiam de circulo minori: quandoquidem circulus maior cum suis parallelis habet communes polos: & paralleli obliqui contra semper à polo diuersa. Item linea poli circuli maioris per æqualia diuidit angulum sub lineis centrorum circuli dicti & Astrolabi contentum, hoc est angulum h a c. Item si in circulo a b c. capiatur punctū n. diametraliter oppositum puncto l. erit l e n. axis circuli b d. cuius vmbra

E bra

bra proiicitur in plano. & ideo n. polus reliquum talis circuli. Quare linea recta a n. producta cadet in planum, & indicabit ipsum polum in plano.

Vnde patet, quod tam duo radii a b. a d. terminantes diametrum circuli obliqui maioris, quam duo radii l a. a n. indices polorum in plano, continent angulum rectum.

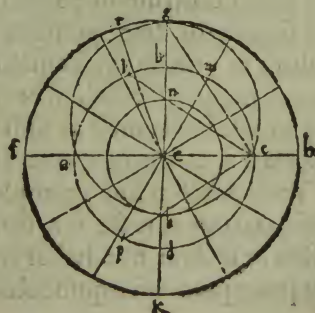
CIRCULI per polū radiantem in Sphæra incidentis (qui recti lineam umbram proiicit) æquales periferiæ per radios, sub quibus æquales anguli comprehenduntur, in spacia inæqualia in subiectū planum proiiciuntur: quorum à contactu remotius maius est. Duo autem spacia æque à contactu remota sunt æqualia: siue ille circulus sit maior, siue minor. Sit polus radians punctum a. & circulus per eum ductus a b c d. centrum e. Punctum, in quo Sphæra planū tangit c. Secetur circulus a b c d in quotuis arcus æquales. & primū quidē in quadrantes, apud puncta a b c d. & quadrantes singuli, exempli gratia, in ternos arcus apud puncta f g h i k l m n. inuicem æquales. & per puncta diuisionum ducantur radii a f. a g. a b. a h. a i. a c. a k. a l. a d. a m. a n. qui continent angulos æquales: quoniam scilicet æquos arcus assumunt, & producti vsq; ad subiectum planum cadant in puncta o p q r s t v x y z. in lineam rectam o z. quæ communis sectio est plani circuli a b c. cum plano subiecto. Iam ostendendum est, quod spacia o p. p q. q r. r s. s c. & totidem reliqua, sunt inter se inæqualia, in quæ scilicet quasi umbras proiiciuntur arcus æquales, singuli singulas. hoc est, quod spaciū o p. maius est spacio p q. & hoc maius spacio q r. & hoc maius spacio r s. & hoc demum maius ipso s c. Nam per tertiam sexti elemetorum: sicut a q. a d. ipsam q r. sic est a f. ad ipsam r s. cunq; a q. sit maior, quam a f. erit & q r. maior, quam r s. Et similiter de duobus cæteris collateralibus spaciis ad eandem partem puncti c. ostendā. Bina verò spacia f c. c t. & bina sequentia quæque à puncto c. equaliter remota, erūt inter se equalia, propter æqualitatem laterum in triangulis. Quod erat demonstrandum. Sed nota, quod si a b c. est circulus maior in Sphæra; ipse tanget planum in puncto c. & centrum commune cum ipsa Sphæra habebit



bit c. punctum. Si autem circulus a b c. ponatur minor, tunc non tanget planum: sed habebit c. punctum plani inter puncta projecta sibi proximum.

Vnde manifestum est, quod tam meridianus, quam Colurus Solstitialis, & æquinoctius, & quam horizon rectus, & circuli per polos mundi, qui diuidunt æquinoctialem, & sunt circuli altitudinum sub polo degentibus, & habentibus pro horizonte æquinoctialem: & quam omnis circulus minor incedens per polum inspectorem, proiiciuntur in planum subiectum in umbram linearem rectam: & eius circuli partes seu arcus æquales in spacia inæqualia & correlatiua, sicut ostensum fuit.

HORIZON habens pro vertice polum mundi: qui & vnus & idē est cum æquatore, diuiditur per circulos magnos per vtrunq; polum ductos. Qui proiiciuntur in planum subiectum per lineas rectas se inuicem in astrolabi centro secantes, & æquatorem ac omnem eius parallelum in arcus æquos partientes. Periferiæ autem diuidentium circulo- rum, proiiciuntur in spacia inæqualia distincta per æquatorem, eiusq; parallelos. Constat hoc totum per præmissam, eiusq; corollarium, & per tertiam. Exemplum habes in hac descriptione: in qua circulus a b c d. est æquator. e. centrum: in quo diametri a c. b d. & cæteræ se inuicem interfecantes repræsentant circulos singulæ singulos per polū, vel zenit ductos: & tam ipsum æquatorem, quam ipsum f g h k. & ipsum n o. Tropicos in arcus æquos distinguunt. Itē arcus l b. b m. d p. singuli, æquales maxime declinationi zodiaci. Meridiana linea g k. umbra meridiani. Cui recta c m g. occurrit in puncto g. & ipsa c l. in puncto n. Item c p. in puncto o. per punctum g. incedet periferia tropici hyemalis. Per puncta n o. Tropicus æstiuus. Sic enim seruat quantitas angulorum sub lineis radialibus contentorum: sicut tertia propositio in suo processu & lineamento docuit. Qui Tropici cum æquatore concentrici sunt. Et quoniam p a m. arcus est semicirculus, iam angulus g c o. rectus est: quē continēt radii c g. c o. terminantes g o. diametrū zodiaci a g c o. per puncta Solstitialia g o. & per puncta æquinoctialia a c. incedentis. Quæ quidē lineæ radiales in lineam meridianam incidentes deduci à puncto h. in periferia extremi Tropici, sicut postea declarabimus. Siquidē recta linea h b. ipsi c l. iam æquidistās & producta absceindet de tropico arcum g r. æqualē maxime declinationi.



E 2

Quare

Quare linea h r. ostenderet in linea meridiana punctum b. per quod ducenda est periferia æquatoris.

RECTVS horizon, qui in Astrolabo representatur per colurum æquinoctiorum (quæ in plano ipso instrumenti linea recta est) diuiditur per circulos ductos per vtrunq; ipsius polum in æquatore dimetraliter constitutos): de quorum numero est meridianus, qui proiicitur per lineam rectam alterius coluri. Et ipse æquator habens centrum in sectione rectarum, & circulorum proiectorum in planum & diuidentium lineam rectam horizontalem minimus. Et ipsius horizontis recti æquales periferiæ proiiciuntur in spacia ordinata, quemadmodum in antepremissa ostensum est: quæ sunt partes dictæ rectæ horizontalis: quæ transit per centra circulorum. Quorum tam periferiæ, quàm centra & poli cadunt in puncta diuidentia. Repeto descriptionem antepremissæ, in qua circulus a b c d. representet horizontem rectum distinctum, exempli causa, in arcus æquos duodecim. per quorum puncta diuisionum ducantur circuli sex. in primis videlicet meridianus a c. projectus in rectam, quæ secat ipsam o z. quæ umbra est horizontis recti in plano, orthogonaliter. Secundus Aequator, cuius diameter b d. & eius projectio in planum q x. Item alij quatuor circuli: quorum diametri in plano horizontis recti sunt f k. g l. h m. i n. & quorum semi-circuli projecti in planum assumunt spacia c r. p v. r y. f z. Quam ob rem, per secundam meridianus (vt dictum est) proiicitur in rectam. Aequator autem, cuius diameter b d. per quintam habet centrum, polumq; in puncto c. contactus. Reliqui autem quatuor, scilicet circulus, cuius diameter f k. projectus in spacium o r. in plano habet centrum in puncto p. per sextam, polos autem in punctis r y. per septimam. Circulus, cuius diameter g l. projectus in spacium p v. in plano habet centrum in puncto r. per sextam, polos autem in punctis f z. per septimam. Circulus, cuius diameter h m. projectus in spacium r y. habet centrum in puncto v. per sextam, polos autem in punctis o t. per septimam. Circulus demum, cuius diameter i n. projectus in spacium f z. habet centrum in puncto y. per sextam, polos autem in punctis p v. per septimam. Itaq; periferiæ, centra, & poli circulorum diuidentium, cadunt in puncta diuidentia rectæ o z. in plano hic rectum horizontem representantis, secundum ordinatam distinctionem radiorum per arcus æquos horizontis in Sphæra descripti ductorum, & in planum ad rectam o z. cadentium: quemadmodum demonstrandū proponebatur.

Vnde patet in hoc exemplo, quod in vndecim punctis diuisionum ordinarum in recta o z. sunt quinque centra, nam meridianus projectus in rectam, non habet centrum, vel habet in puncto c: Et vndecim poli: quoniam æquinoctialis in plano habet vnum polum b. & ceteri

teri

teri quinque circuli singuli binos polos. Similiter procedere potes, si rectus horizon adhuc in plures æquas diuisiones partiatur. Nam multiplicatis diuisionibus, multiplicantur circuli, & perinde centra & poli. Paralleli autem circuli habent eosdem polos cum suo maiori.

Sic ut autem linea recta meridiana, siue recti horizonis, (quæ in plano astrolabij coluros representant, & ad rectos angulos se inuicē in centro secant) distinguuntur, ut dictum est, in spacia ordinata per radios, qui comprehendunt angulos æquales in periferia meridiani, siue recti horizonis in cultrum erecto super planum Astrolabij: Sic etiam eadem linea meridiana, uel recti horizonis in planitie instrumenti, distinguere poterit per diuisionē circuli in planitie dicta iacentis; ut puta per diuisionem Aequinoctialis, aut Tropici extremi, ut in antepremissa dictum est.

Item similiter linea recta, quæ in plano Astrolabij ducitur per centra circulorum diuidentium Eclipticam, uel horizontem obliquum, per eius polos incedentium; poterit distinguere per diuisionem circuli medij inter ipsos diuidentes, & habentis centrum in linea meridiana. Sic enim producentur radij æquas periferias assumentes, & eiusdem ordinatæ proportionis spacia in linea diuidentia ita, ut in diuisionum puncta cadant periferiæ, centra & poli circulorum diuidentium, quemadmodum canones fabricæ præcipiunt.

ITAQUE, quoniam tam Ecliptica, quam horizon obliquus (ut dictum est) diuiditur per circulos per utrumque polum suum ductos; idcirco, iam sicut diuisimus in antepremissa horizontem rectum, sic &

E 3 Eclipticam



70 DE INSTRUMENTIS

Eclypticam & horizontem obliquum distinguemus : hoc excepto, quòd linea recta, quæ in ipso plano Astrolabi per centra circulorum diuidentium ducta, in distinctione horizontis recti, representat ipsum horizontem rectum: In distinctione autem Eclypticæ, aut horizontis obliqui, prædicta linea est umbra circuli per polum radiantem, incedentis, & ipsi eclypticæ vel horizonti æquidistantis. Quod ut intelligatur, ponatur meridianus a b c d. in Sphæra, cuius centrum e. & in eo axis Eclypticæ b d. & eius poli b d. qui proiiciuntur in planum ad puncta f g. Diameter eclypticæ n o. cui æquidistans & perinde ipsum b d. secans orthogonaliter ducatur a k h. Eritq; punctum h. per sextam, centrum circuli in plano Astrolabi: cuius diameter f g. circuli, inquam, incedentis per f g. polos eclypticæ, per quos incedent alij circuli diuidentes ipsam Eclypticam: per quorum centra omnia incedit linea recta in plano Astrolabi ducta per punctum h. & orthogonaliter secans ipsam f g. quæ linearis umbra est paralleli ipsius Eclypticæ: in cuius paralleli plano iacet linea recta a k h. Sed Eclypticæ diameter n o. proiicitur in planum per radios a n. a o. productos ad puncta p q. terminantes eius diametrum. p q. in plano instrumenti. Item linea a l m. orthogonaliter secans diametrum n o. & cadens in plano ad punctum m: indicat ipsum punctum m. centrum circuli, cuius diameter n o. proiicitur in rectam p q. Quippe quæ in ipso puncto m. per æqualia secatur, per sextam. circuli, inquam, vel Eclypticam vel horizontem obliquum representantis: cuius axis (ut diximus) b d. poli q; b d. Hoc itaq; pacto diuidetur tam Eclyptica, quàm horizon obliquus per circulos per utrumq; polum ductos. qui Arabicè azimuth uocantur.

PARALLELI autem circulorum maiorū ducuntur per terminos diuisionum in linea meridiana: & singuli centrum habent in medio puncto sui diametri. Ex quibus quidem parallelis vnus, qui incedit per polu m radiantem, proiicitur in lineam rectā, quæ transit in plano Astrolabi per centra circulorum descriptorum per polos ipsius circuli maioris & ipsum diuidentium. Cateri verò paralleli proiiciuntur in umbras circulares hinc & inde à dicta



dicta recta polum ipsius circuli maioris circumambientes, nec concentricos, propter inæquales differentias diametrorum. Inspice præcedentis descriptionem, in qua circulus a b c d. repræsentat meridianum: in quo b d. sit axis horizontis obliqui: cuius poli b d. proiciuntur in planum subiectum ad puncta f g. Cumq; n o. sit diameter ipsius horizontis, iam radij a n. a o. producti, (vt dictum est) indicabunt in plano puncta p q. per quæ incedet periferia horizontis in planum proiecta.

Vnde ipsius paralleli describentur ordinatim per sequentia puncta diuisionum: vt puta proximus parallelus intra ipsum horizontem per puncta r s. & deinceps sequentes vsq; ad minimum citca polum f. Ita & extra horizontem: quamuis in horizonte paralleli exteriores non soleant describi: quemadmodum in Eclyptica fieri solet ad distinguendas vtrinq; stellarum latitudines. Vnus autem exteriorum parallelorum tantum per punctum h. describetur per lineam rectam orthogonaliter secantem ipsam g f. & incedentem per centra polosq; circulorum diuidentium horizontem: qui vocantur (vt dictum est) Azimut. Ipsi autem paralleli nuncupari solent, Almucantarar, si Arabinis terminis vri lubet.

STELLARVM loca in Aranea siue Reti statuentur aut per diuisionem zodiaci, aut Aequinoctialis. Per zodiacum scilicet, vt ducatur circulus Azimut per polos zodiaci & per locum longitudinis Stellæ. & deinde Almucantarar parallelus zodiaco abscindens de azimut arcum latitudinis stellæ à zodiaco versus partem sui nominis. Nam vbi Almucantarar & Azimut se interfecant, in eo sectionis puncto locanda est stella. Per Aequinoctialem verò facilius. Ibi enim locabitur stella, vbi circulus parallelus Aequatoris, qui terminat declinationem Stellæ, ab æquatore ad partem, ad quam declinat, sumptam interfecat semidiameter instrumenti, quæ terminat ascensionem rectam stellæ, in limbo computatam. Itaq; quod in zodiaco fit per longitudinem & latitudinem; in æquatore fiet per ascensionem rectam & declinationem. Solent autem notari stellæ insigniores, præsertim primi ordinis. Aranea verò tota constet ex Tropico Capricorni, ex zodiaco in signa cum suis nominibus & in gradus distincto, cum coloris ad rectos se inuicem secantibus, cum parte aliqua Aequatoris: quæ in medio foramen habeat, & per illud inserta, clauo per centrum Astrolabi transmissò, super faciem instrumenti faciliter circunduci possit. Radij quidam siue appendices indicent loca stellarum. Clauus autem ex dorso habeat Regulam cum pinnulis foraminatis versabilem ad captandas altitudines.

DORSVM verò Astrolabi habeat limbum in quatuor quadrantes distinctum, duabus diametris se inuicem orthogonaliter in centro secantibus. in quo Regula (vt dudum dixi) clauo inserta & circa centrū

E 4 volubilis,

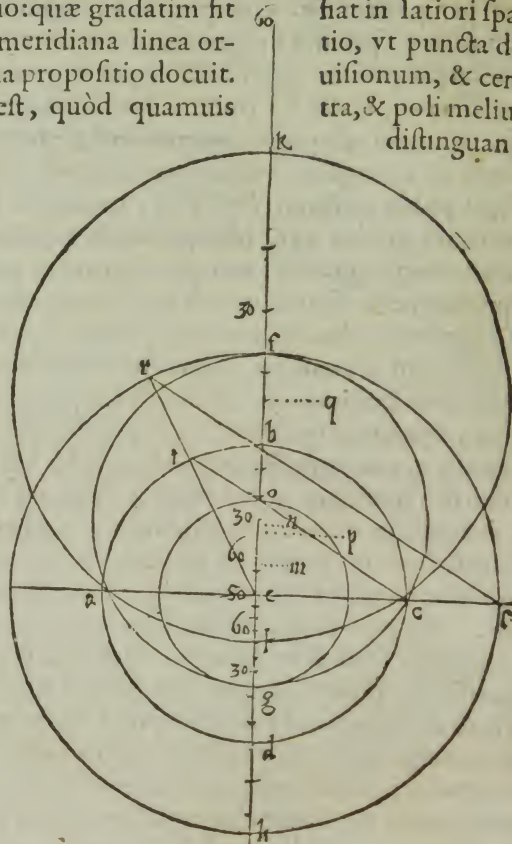
punctum o. ibit Tropicus Cancrī. Vnde periferia zodiaci deducetur per puncta fg. quæ puncta includunt gradus 180. Sumatur sub polo e. spacium l e. graduum 40. vt tanta sit, exempli causa, latitudo proposita regionis. & supra æquatorem linea b k. graduum 50. Sic per puncta k l. ducetur periferia talis horizontis. Et quoniam fg. diameter eclipticæ comprehendit gradus 180. sit punctum medium m. relinquens vtrunque gradus 90. eritq; per septimam m. punctum polus zodiaci. Similiter, quoniam k l. diameter horizontis, continet gradus 180. ideò punctum medium n. relinquens nonagenos vtrunque gradus, erit per septimam polus horizontis. Deinde quoniam e m. spacium inter polos æquatoris & zodiaci, habet gradus $23\frac{1}{2}$. ponatur huius duplum spacium e p. scilicet gradus 47. eritque per sextam p. centrum, super quo describetur zodiacus. Similiter, quoniam spacium e n. inter polos æquatoris & horizontis habet gradus 50 ponatur spacium e q. duplum scilicet gradus 100. eritque per sextam q. centrum, super quo lineandus est horizon. Quæ duplatio ideò fit: quoniam in descriptione septimæ angulus h a c. duplus erat ad angulum c a m. vbi punctum c. repræsentat centrum instrumenti, punctum m. polum. & punctum h. centrum circuli habentis in plano istoc astrolabi diametrum fg. pro zodiaco, k l. autem pro horizonte. Sic ergo linea meridiana ordinatè diuisa per octauam, iam per regulas in sexta & in septima traditas suscipit in punctis diuisionum periferias, polos & centra circularum Æquatoris, Zodiaci, & Horizontis, & circulum per horum polos incedentium: quorum periferiæ se inuicem secant in punctis a c. æquinoctialibus. Itaque pro diuisione zodiaci describendus erit circulus ductus per m. polum zodiaci, & per puncta a c. & per alium polum, cuius diameter orthogonaliter secans lineam meridianam h k. suscipiet periferias, polos, & centra reliquorum circularum diuidentium zodiacum, & per eius polos ductorum. Similiter, pro diuisione horizontis, delineabitur circulus per n. polum horizontis, & per ipsa a c. puncta, & per alium polum, cuius diameter ad rectos item secans ipsam meridianam h k. & ordinate diuisa suscipiet in punctis diuisionum periferias, polos, & centra reliquorum circularum diuidentium horizontem, & per ipsius polos euntium, sicut duodecima ratiocinatur. Item, si de Tropico Capricorni fh. sumatur arcus fr. graduum $23\frac{1}{2}$. Tunc recta r f. ibit per punctum b. Est autem f. punctum, in quo a e c. diameter occurrit Tropico. Item recta r e. secet æquatorem in puncto t. Nam tunc recta t c. transiet per punctum o. Atq; ita descripto primum Tropico Capricorni, habebis punctum b. p quod circinabitur æquator, & punctum o. per quod circinatur Tropicus Cæcri: super e. centrū. Sicut in q. factū est.

SUPEREST

SUPEREST parallelorum tam zodiaci, quam horizontis delineatio: quæ gradatim fit per puncta diuisionum in meridiana linea ordinatarū: sicut decimatertia propositio docuit.

AD HVC notandum est, quòd quamuis instrumenti descriptio non egrediatur (vt diximus) Capricorni Tropicum: tamen nō ideo Astrolabū imperfectionis argui potest, vel debet. Nam Spharæ portionem à dicto Tropico abscissam ad polum australem, quæ in instrumento nō apparet: supplere potest portio, quæ à Cancrī Tropico ad reliquum polum, quod instrumenti centrū est, sumitur: vt scilicet hæc illius vice fungatur, mutatis tantum signorum nominibus & latitudinum partibus. videlicet, vt Cácer Capricorni, & cætera cæterorū, singula singulorum oppositorum signa nomen induant & officiū. & vt latitudo septentrionalis appelletur australis; & econtrario. Nam, si cum isto nostro Astrolabio ad antæcos nostros migraremus: hanc permutationē per totum instrumentum facere cogeremur. Nec magnus labor, si cæteris intactis, opposita quæq; bina signa commutent inuicem nomina: vtq; polum tangens planum Astrolabi sit australis; & superstans, vnde radij ad planum fluunt, septentrionalis. Huc accedit, quòd si portio illa relicta describeretur in planum, postulare immensum spaciū.

Hæc descriptio fiat in latiori spatio, vt puncta diuisionum, & centra, & poli melius distinguant.



a b c d. Aequator: centrum, & polum e.
f a g c. zodiacus, polum m. centrum p.
f h. Tropicus Capricorni, o g. Tropicus Cancrī.
k a l c. horizon r s. Polum q.
Centrum f r. arcus gr. 23.
x. t b. totidem b d. diam. æquatoris gr. 180. f g. diam. zodiaci gr. 180.
K l. diam. horizontis gradus 180. spacia f b. b o. g d. d h. singula gradus 23. x. m e. gradus 23. x.
b n. spaciū vel e l. gradus 40. altitudo poli in dicto horizonte.
e p. gradus 47. p n. gradus 3.
e n. gradus 50. n q. gra. 50.

De

De quadrato, quod in dorso Astrolabi describitur, ad captandas umbras rectas seu versas, & ad obseruandas turrium celsitudines, vel planetarum longitudines, siue puteorū profunditates, nihil hic dicam. Nam de hoc in □^{to} instrumento geometrico satis actum est.

Item de lineis horarum inæqualium satius tacere duxi: quoniam neque periferiæ, quoniam neq; periferiæ, quæ in dorso, neque illæ quæ in sanè Astrolabi delineari solent, certis innituntur geometriæ fundamentis. Vnde melius existimo, eas ex supputatione horarum æquinoctialiū elicere. Adde, quod horæ, in quibus distinguitur successuum dominiū planetarum, nō sunt 12^æ partes arcuum diurnorum ac nocturnorum, ut communiter astronomi opinatur; sed debent esse spacia temporum, in quibus quindenī gradus de zodiaco peroriūtur. Vt sicut horæ equales sequuntur Aequinoctialis eodem semper tenore procedentis distinctionem; ita horæ inæquales, siue temporales cum arcubus zodiaci successiue orientibus computentur. Quo fit vt horæ temporales vnius diei, uel noctis non sint 12^æ partes diei uel noctis: sed inter se inæquales: quantas postulat singulorum arcuum zodiaci æqualium mora ad exoriendum. Quod & si ratio uideatur postulare, nihil tamen decerno: esset enim res longiori tractatu discutienda. Quem ad modum in ipsa domiciliorum 12. diuisione non parua inter Astronomos controuersia uersatur. Et adhuc sub iudice lis est. Sed de his alibi.

Regula uolubilis in dorso circa clauum centralem instrumenti Arabicè uocatur Allidada. In qua linea recta per centrum ducta dici solet linea fiducia, super quam directe locari debent foramina tabellarum, ipsi regulæ in cultrum inhærentium. Quæ transitum solaris, lunaris uel radij, uel stellæ uisionem transmittant ad obseruandam altitudinem.

Almuri autē uocatur index in Aranea principio Capricorni in limbo adhærens, ad iudicandos, supputandosque gradus exterioris limbi, per quos Aranea tota circum cētralem clauum uersata circumducitur.

Hæc de Theoria, structuraq; Astrolabi pro modulo compendij satis esse duxi: arbitratus prolixitatem sicut non prodesse crassis, ita obesse acutis ingenijs. Nunc ad usum paucis explicandum ueniamus.

Usus Astrolabi.

SUSPENSIO igitur ex armilla instrumento, ut libere, atque ad perpendicularum pendeat; vertatur sic pendens, in cultrum versus astrum, quod obseruat. Et eleuata aut depressa Regula, ita ut Solis, Lunæ, aut astri radius perforamina tabellarum transmittatur: capiatur in limbo graduum numerus inter regulam & diametrum dorsi transuersam cōprehensus: tanta enim erit Solis, lunæ, aut stellæ altitudo. Mox in faciē Astrolabi uoluatur super clauum suum centralem Aranea, donec
locus

locus Solis vel aſtri cadat ſuper parallelum ſiue Almucātarat horizon-
tis, qui determinat altitudinem in dorſo cludion acceptam, ſuper partē
quidem horizonſis orientalem, ſi obſeruatio fuit meridiana: aut occi-
dentalem, ſi fuit poſt meridianam. Sicenim Aranea cum zodiaco, &
locis ſtellarum in ipſo inſtrumento liſtetur ad ſitum cæleſtis zodiaci: &
quidquid de Aranea in Aſtrolabo ſuper horizonte extat: ſic & in calo
extat. Et quidquid ibi latet ſub horizonte: latet etiam de cælo. Vnde
gradus zodiaci in inſtrumento tangens periferiam orientalem horizon-
tis (quæ ſcilicet ad leuam tibi ſtat) erit gradus aſcendens ad inſtās ob-
ſeruationis. Gradus autem oppoſitus cadens ſuper periferiam horizon-
tis occidentalem, erit cuſpis ſeptimæ domus. Duo autem gradus ſuper
lineam meridianam cadentes, & oppoſiti erunt gradus mediæ cæli ſu-
praterraneus, & mediæ noctis; quæ ſunt cuſpides, ſiue anguli decimæ
& quartæ domorum. Voluatur deinde Aranea donec locus Solis ca-
dat ſuper horizontem occidentalem: nam periferia limbi, per quam
mouetur almuri ſiue index, indicat tempus inter inſtans obſeruationis,
& occaſum Solis elapſum vel elapſurum. Similiter habebis tempus
inter inſtās dictum & ortum Solis, aut inter inſtans ipſum & meridiē,
ſiue mediam noctem cadens, loco Solis illuſuſq; per motum Araneæ
deducto: & arcum limbi, per quem mouetur almuri capiēdo: ſi pro
quindenſ gradibus horas ſingulas, & pro ſingulis gradibus quaternas
horæ minutias acceperis. vnde & arcus diurni, ac nocturni Solis &
aſtrorum in horizonte tuo noſceſcent. Item aſcenſiones ac deſcenſio-
nes Solis, ac ſtellarum tam rectæ, quàm obliquæ: & differentiæ ipſarū
aſcenſionum: Nec non declinationes in ipſa linea meridianā, vtrinque
ab æquatore computandæ.

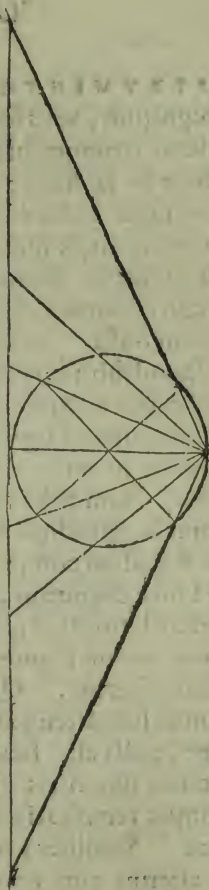
ACCEPTA denique hora, poteſ præciſius, ſi lubet, ad ea loca
planetarum cum aſcendente, ceteriſq; domibus per Diarium, ſiue per
qualuiſ tabulas ſupputare. Sed ex aſcendente noſceſcent aliæ domus,
ſcēto in 12. arcus æquales zodiaco. Quæ diſtinctio ab Hieronymo Car-
dano comperta, mox à Ioāne Schonero, à Nicolao Copernico, alijsq;
commendata fuit, ac probata, & meo quidem iudicio, imò ipſa ratio-
ne dictante, hæc ſolaris orbita, per quam annuo & perpetuò motu fer-
tur hic vniciuſ mundi oculus, hæc unica & admirabilis uniuerſi lam-
pas, hic venerabilis aſtrorum princeps, Naturæ miniſter, & temporis
inſenſurator. Quam ſcilicet Luna & planetæ ceteri hinc inde ad eius
nutum & obſeruataſ regulam, obambulant: Hæc, inquam, notabilis
ſemita, & arte, ac prouidentia diuina obliquatus, & ad generationes re-
rum adcommodatus circulus tantæ eſt excellentiæ, tantæ dignitatis,
tantæ prærogatiuæ, ut non ſolū 12. domorum diuiſio, ſed etiam aſpe-
ctuum ac radiationum dimenſio, item omnis directionum ac profe-
ctionum

tionum computatio in eius periferia & arcibus computanda & numeranda ac distribuenda sit. Quamquam si directio consideretur in æquatore, vt præcipit Alberagel, parum discrepet à zodiaco. Abraamus & Trapezuntius omnia referunt ad zodiacum.

Vnde sequitur, vt omnis alius calculus, siue secundum Campanum, siue secundum Galzulum, siue secundum Io. Regimontium circa æquandas domos, omnisq; labor circa positionis circulos ad dirigendos significatores, siue promissores, sit frustratorius & inanis. & vt omnia secundum zodiaci longitudinem sint considerata. Sed hæc alibi sunt latius discutienda.

DE ARMILLARIS INSTRUMENTI fabrica.

DVAE Armillæ fiant, quarum vna zodiacum, altera colurum Solstitiorum representet. In polis zodiaci, qui scilicet in ipso coluro iacēt, duo clauiculi interius & exterius prominentes figantur: in quibus clavis duæ armillæ, vna interior, altera exterior, ipsi zodiaco contiguæ, super ipsos clauos (qui poli sunt zodiaci) facile circumduci possint. Zodiacus & interior armilla distinguatur in gradus: & interior habeat Regulam cum pinnulis foraminatis circa centrum volubilem. Mox in polis Mundi, qui sunt in dicto coluro, & à polis zodiaci per arcum maximæ declinationis solaris distant, duo clavi figendi sunt, axem Mundi representantes. Qui clavi sunt inferendi in foraminibus duobus diametraliter oppositis in quinta armilla totum instrumentum complectente & meridianum representante. Quæ armilla in ipso meridiano vrbs tuæ sistenda est, ac firmanda in basim, ita quidem, vt poli mundi eleuati sint secundum situm & latitudinem loci. vnde sequetur, vt axis instrumenti æquidistet axi Mundi, super quo fit motus diurnus Cæli. Et ipse meridianus perpendiculariter instet horizonis plano.



usus.

Usus instrumenti.

INSTRUMENTO ita, vt dictum est, collocato, si per locum Solis cognitum, velis locum Lunæ cognoscere; quando scilicet interdum videtur vtrunque luminare: Pone armillam exteriorem super locum Solis in zodiaco: & ibi eam firma. Inde volue totum instrumentum super polos mundi, versus Solem, donec vtraque armilla, scilicet zodiacus, & dicta exterior, sese obumbreret. vt scilicet linea loci Solis iaceat in diametro communi harum duarum armillarum: quæ sectio communis est zodiaci cum armilla tunc determinante longitudinem Solis. In tali enim situ zodiacus instrumenti zodiaco cœlesti respondebit: hoc est situs huius illius situi. Tunc itaque instrumento sic fixo ac firmato, volue armillam intrinsecam cum Regula sua, & pinnulis ad Lunam, donec per foramina, aut acies pinnularum Lunam in cœlo videas, siue Lunæ radius transmittatur per ipsa foramina. Nam tunc armilla ipsa interior in periferia zodiaci indicabit locum longitudinis Lunæ. Et eiusdem armillæ arcus inter zodiacum & Regulam comprehensus, erit latitudo Lunæ. Non aliter per locum Lunæ cognitum, planetarum & Stellarum loca singula in longitudine ac latitudine nancisceris. Sed locum Lunæ hic intellige visum, non verum: quorum locorum diuersitas seu differentia dicitur diuersitas aspectus. Quod, si observatio fiat, Luna existente in medio puncto semicirculi zodiaci extantis: tunc diuersitas aspectus in longitudine, nulla est. Item quanto Luna fuerit vertici horizonis vicinior; tanto diuersitas in latitudine minor erit. Tamen instrumentum semper rectificari poterit, secundum visum Lunæ locum in longitudine. Similiter per locum alicuius Stellæ cognitum, poterit inueniri alterius astri tam in longitudine, quam in latitudine locus. Namque in astris superioribus, ac fixis Stellis diuersitas aspectus est insensibilis. Quandoquidem terra firmamenti respectu puncti quasi vicem habeat, & perinde centrorum instrumenti & terræ distantia nullam sensibilem differentiam observationibus dictarum Stellarum ingerat. Hæc de instrumento armillari ex quinto magnæ Ptolemæ constructionis in summam redacta sint satis. Nam Ioannes de Monte regio in libello quodam suarum observationum, huiusmodi instrumenti, ac Torqueti, & Quadrati fabricam, vsum & descriptionem satis exposuit. Nobis tamen, qui tam instrumentorum, quam librorum penuria in hisce regionibus & hac tempestate laboramus, satis superque fuerit Quadrans: & pro miraculo Astrolabum vix intellectum ostentatur, adeo terrenorum curis inuoluimur.

DE

DE SPHAERA SOLIDA.

SPHAERA construatur ex metallo, aliave tenaci materia: in qua statuatur duo puncta diametraliter opposita, qui sint poli zodiaci. & zodiacus super vnū polorū descriptus diuidatur in gradus 360. & in 12. signa nominibus adscripti. Mox laminam in semicirculū curuabis: qui polis zodiaci, clauis affixis, per duo foramina insertus applicetur, ita vt sup polos ipsos circūuolui possit per totū ambitum zodiaci. Qui semicirculus hinc inde à periferia zodiaci, in 90. gradus distinguitur, ita vt positus super longitudine astri, in termino latitudinis Septentrionalis, vel australis indicet astri locum in superficie Sphaeræ signandum. Hoc modo loca singula stellarum firmamenti per obseruationem, (vt præcedentis doctrina nos instruit) vel per calculum siue Ptolemaicum, siue Alfonsinum cognita, in superficie Sphaeræ, vt in cælo iacent disposita locabuntur. & imagines singularum constellationum graphice depingi poterunt. Mox per polos eclypticæ & puncta Solstitialia describatur circulus colurum solstialem representans: & in eo duo puncta per maximā Solis declinationem à polis eclypticæ remota referant mūdi polos. In quibus duo clauis figantur: sup quibus Sphaera circūuolui possit inter armillā p gradus diuisam, quæ meridiani vicē gerat: & in meridiani plano fixa statuatur. Sed inter aliā armillā, quæ horizontis officio fungatur, in horizontis plano iacentē, eleuari ac deprimi possit cū tota Sphaera, secundū altitudinem poli cuiuslibet regionis ac loci. Deniq; opus erit quadrāte cuiusdā quartæ armillæ, qui à vertice horizontis (quod summū in meridiano punctū est) ad horizontē descēdēs, inq; 90. partes diuisus, terminet stellarū altitudines supra horizontē. Nā reuoluta Sphaera, donec stella (cuius nota sit prius altitudo) statuatur in pūcto suæ altitudinis in periferia dicti quadrantis terminato; iam tota Sphaera sistetur, in eo instanti ad sitū Sphaeræ cælestis, hoc est, Firmamēti. Vnde tūc cōstabit in instrumēto, quæ stellæ ad talē horizontē, oriantur, quæ occidāt, quæve in meridiano cōsistāt. Item, quæ in ppetuū delitescāt, & quæ occasum nesciāt. Et quo pacto, dū poli mūdi sistuntur in horizontē (hoc est in Sphaera recta) vniuersa astra oriātur, & occidāt: & quo demū pacto, dū polus Sphaeræ collocatur in vertice summo meridiani, dimidiū cæli nunquā occidat, ac reliquū dimidium (qm̄ ibi Aequator vnitur horizonti) nūquā oriatur. Itē cōstabūt stellarū declinatiōes, ascēsiōes, arcus diurni ac nocturni: & reliquæ reliquorū situū passiones, q̄ in astronomicis rudimētis exponunt. Hæc ex 8. magnæ Ptolemaicæ cōstructionis. Hæc cōpendio nostro sunt satis. hinc enim curiosus lector poterit sibi vnūquoduis ex dictis instrumētis fabricare. aut si instrumētū paratū habeat, hinc speculationē ad ingenij sui ornamentum, addiscere, & vsum instrumento adcommodare.

DE

DE LINEIS HORARIIS

BREVIS TRACTATUS,

D. Franc. Maurolyco Authore.

PROLOGVS.



E Gnomonica ratione, lineisq; horariis complures, tum antiqui, tum neoterici scripsere. Anaximenes Milesius fertur primus, Lacedæmone Sciotericum horologium inuenisse. Romæ primum in xij. tabulis, ortus & occasus tantum Solis notabatur. Post aliquot annos, meridiæ per Accensum consularem pronunciabatur, in serenis tantum diebus. Post primum bellum Punicum, M. Valerius Messala Consul Solarium secundum rostrum in columna posuit; ut scribit Varro. Post captam Catanam hemicyclium excauatum fecit Berossus Caldæus, Aristarchus Samius scaphæ, siue Hemisphærium, & Discum Planum; Eudoxus Araneam in Astro-labo, siue Apollonius antiquior. Scopas Syracusius plinthus, siue lacunar, quod Romæ in Circo Flaminiæ positum erat. Scipio Nasicam clepsydram, anno ab urbe condita quingentesimo nonagesimo quinto. Ctesibius Alexandrinus horologium ex aqua, & hydraulicas machinas. Arenariæ ampullæ sunt multo recentiores: sicut horologia, quorum rotæ dentatæ uersantur ui ponderum per funes: Quæ autem sine ponderibus, per inuolucra laminarum ex chalybe rotas per uim intrinsecam mouentium: tum & aliæ machine innumera æstorum motus & loca inditantes, uel imaginum incessum facientes sunt recentissima: nisi quis Archytæ columbam uolatilem & Archimedis Sphæram (ut Claudianus putat) uersatilem pro ueris adducat. Sed loquamur de lineis horariis. hæc enim est compendij nostri materia. De his recentiores quidam scripsere. Sebastianus quidam fabricam earum tradidit: sed speculationem neglexit. Federicus noster Urbinas, dum theoriam nimis affectat, obscure locutus est. Sunt & alij, qui non succurrunt, huiusmodi negotium tractantes: qui ad praxim fabricæ ac descriptionis usui esse possunt. Nos autem rem ipsam tribus olim libellis complexi sumus, fundamentum Theoriæ & praxim exponentes. Labet hic summâ, & quasi hypothesim quandam totius operis tradentes repeterem: idq; ut prolixitatem uitemus, & tam breuiori, quam faciliiori uia studiosis satisfaciamus. Oportebit autem lectorem in hac nostra speculatione prænoscere terminos Conicorum elementorum, & diffinitiones ac proprietates Conicarum Sectionum, circuli; Ellipsis, Paraboles, & hyperboles, atque Non tangentium.

Theoria

Theoria Solarij.

HO R A R I I circuli, qui horas à meridie cœptas distinguunt, & quorum medius est meridianus, sunt duodecim: qui per mundi polos incedunt: & Aequatorem in 24. arcus æquales (quæ horæ æquinoctiales dicuntur) diuidunt, in omni horizonte. Sed in recto, iidem horas ab occasu & ortu inceptas determinant: quoniam rectus horizon est vnus de numero horum circularum, quandoquidem per polos incedit.

I N obliquo autem horizonte, prædicti circuli spartuntur in 24. portiones æquas duos circulos (sicut Aequatorem eiusq; alios parallelos) maximum, scilicet extantium integre, & maximum integre occultorum: quos tangit horizon in illis punctis, in quibus secat Meridianum. Deinde in punctis diuisionum singulis tangunt dictos duos parallelos 24. circuli magni: de quorum numero est ipse horizon tangens dictos parallelos, in quibus eosdē secat Meridianus. Hi 24. circuli distinguunt horas ab occasu vel ortu exorsas. Nam, sicut dictorum parallelorum arcus inter puncta contactuum sunt inuicem æquales: ita arcus æquatoris & cuiuslibet eius paralleli, dictis circulis tangentibus interiecti sunt æquales, scilicet quindenorum graduum (vt in sphæricis elementis ostensum est: quæ sunt horaria spacia, per motum diurnum, in quolibet parallelo computata. Itaq; circulos, qui horas à meridie cœptas distinguunt, appellabimus secantes. Eos autem qui horas ab occasu, vel ortu exorsas determinant, vocabimus tangentes. Quod, si duo Coni communem verticem in centro mundi, & pro basibus dictos parallelos (qui horizontem tangunt) fortiti intelliguntur; iam tunc circuli secantes, qui super axe mundi (qui & axis est conorum) se inuicem interfecant: & ipsos conos secabunt super 24. latera singulos: in quibus & circuli tangentes tangunt conos. Hinc pendet tota linearum horariarum theoria. Nam quodcunq; planum horologij solaris secuerit siue vnum, siue vtrunq; conum; tunc communes sectiones plani secantis cum planis circularum secantium factæ: erunt lineæ horariæ, quæ horas à meridie cœptas distinguunt: de quarum numero est linea meridiana, à meridiano facta. Quæ quidem lineæ in plano horologij Aequinoctialis, horologij horizontalis, & etiam verticalis in ipso axe se inuicem interfecant: sed in horologio meridiano, & horizontis recti æquidistant. Communes autem sectiones plani secantis cum planis circularum tangentium, erunt lineæ horariæ: quæ horas ab occasu, vel ortu cœptas indicant. De quarum numero est linea horizontalis, vnde sumitur exordium. Demum communis sectio plani secantis cū vna vel vtraq; conica superficie fiet curuilinea periferia, in horologio qui-

F dem

dem æquinoctiali circulus : in cæteris sectio aliqua ex conicis, cuius periferia, quam lineæ à meridie horas partitæ, secant : & in ipsis diuisionum punctis tangunt lineæ horarum ab occasu vel ortu ceptarum terminatrices. Nam huiusmodi curua periferia in horologio horizontis obliqui, & in horologio verticali loci latitudinis 45. graduum est Parabola. In verticali autem maioris latitudinis, & in meridiano horologio, sunt duæ periferiæ contrapositarum hyperbolarum. In horologio verticali minoris latitudinis est Ellipsis. Itaq; sicut lineæ, quæ horas à meridie discernunt in obliqui horizontis horologio, in æquinoctiali & verticali se inuicem super vnum punctum axis interfecant, & in horologio meridiano & horizontis recti æquidistant; ita lineæ, quæ horas ab occasu distinguunt, tangunt ductas periferias: hoc est, in horologio æquinoctiali circulum: in horizontali omni, & in verticali 45. grad. latitudinis, Parabolam. In verticali minoris latitudinis Ellipsim. In verticali maioris latitudinis: & in omni meridiano horologio Hyperbolas contrapositas: tangunt, inquam, in illis punctis, in quibus easdem periferias secant lineæ horarum à meridie ceptarum terminatrices. Item illud nota dignum, & minimè omittendum, quòd in horologio meridiano, linea horæ 12. & linea horæ 24. ab occasu vel ortu, sunt duæ lineæ, quæ in conicis appellantur Non tangentes, siue Non coincidentes. Quæ scilicet in infinitum productæ semper approximant, & nunquam concurrunt ipsis Hyperbolarum contrapositarum periferijs. Quæ Non coincidentes sunt quandoq; in horologio verticali ultra latitudinem 45. graduum. Item in omni horologio horizontis euanescit linea horæ 24. Nam horizon faciens talem lineam, æquidistat plano horologij horizontalis. & in horologio meridiano euanescit linea horæ meridianæ, quam facit meridianus æquidistans plāno horologij. & in horologio verticali latitudinis 45. graduum, euanescit linea horæ duodecimæ ab occasu. Nam planum circuli horæ talis equidistat ipsi horologio. Demum in horologio quocunq;, si quis circulus horarius æquidistet ipsius horologij plano, in illo linea horaria circuli talis euanescit. Ex prædictis pendet omnis horologij Scioterici speculatio & fabrica.

De parallelis. Cap. II.

EX præmisso igitur capite constat circulos horarios meridianos, qui per mundi polos, esse 12. Qui secantes vocantur. Circulos autem horarios occasuales tangentes esse 24. Qui cum Aequatore simul sunt 37. Conos autem duos, quorum bases sunt duo Aequatoris paralleli, horizontem tangentes. & quemadmodum planum horologij, dum secat ipsos circulos, facit lineas horarias eiusdem nominis: dum autem
secat

secat conicas superficies, facit curuas periferias, quas lineæ horariæ meridiana, per vnum axis punctum ductæ secant, & in 24. sectionum punctis tangunt lineæ horariæ occasuales. & quoniam 24. circuli tangentes secant in 24. punctis æquatorē, in quibus cum secant duodecimam circuli secantes, & tangunt dictos duos æquatoris parallelos in 24. punctis, in quibus eisdem secant circuli secantes; Idcirco, (sicut eorum situs poscit) ipsi 24. circuli sese inuicem cancellatim vtrinque ab Aequatore interfecant. Intelliges ergo 22. æquatoris parallelos, vndecim, scilicet septentrionales, & totidem australes: qui cum duobus extremis horizontem tangentibus & cum ipso æquatore sunt. 25. ex quibus ipsi minores 24. iuncti cum 37. maioribus faciunt 61. Qui paralleli dum deducuntur per puncta sectionum, in quibus circuli tangentes sese cancellatim interfecant, hunc seruant ordinem: vt Aequator, qui medius est, habeat semicirculū super horizontem, & semicirculum sub eo: hoc est duodecimam arcus horarios supra, & totidem subter horizontem. Deinde sequentes duo correlatiui hinc & inde paralleli, & deinde duo sequentes successiue, vsq; ad extremos minimos, qui tangunt horizontem: & qui parallelorum integre apparētium sunt maximi (quæ sunt 12. paria) vt coalternos arcus habeant æquales: hoc est, vt quot horas parallelus borealis habet super horizontem, totidem australis habeat sub horizonte: & e contrario: quot hic super, totidem ille subter. Igitur primi paris parallelorum hinc & inde post Aequatorem sumptorū coalternos arcus intelliges habere horas 13. & 11. Secundi autem paris, horas 14. & 10. Tertijs paris horas 15. & 9. Quarti paris, horas 16. & 8. Quinti paris, horas 17. & 7. Sexti paris, horas 18. & 6. Septimi paris, horas 19. & 5. Octaui paris, horas 20. & 4. Noni paris, horas 21. & 3. Decimi paris, horas 22. & 2. Vndecimi paris horas 23. & 1. Duodecimi paris (qui scilicet hinc & inde tangunt horizontem) horas 24. & 0. Nam ex his duobus borealis totus extat, australis totus delitescit, in puncto tangentes. Quæ omnia paruo negotio, ex æqualitate sphaeralium triangulorum demonstrantur. Quod, si sicut in præcedenti capite imaginati sumus duos conos, quorum bases sunt circuli paralleli tangentes horizontem, vertex verò communis centrum mundi; ita nunc & in vnoquoque, pari dictorum parallelorum faciamus; iam adipiscemur vndecim alia paria conorum singula pro basibus correlatiuos parallelos, & pro vertice communi vniuersale centrum habētia, relinquētia in medio æquatorem: cuius superficies plana per dictū centrum sibi commune incedit. Quibus ita intellectis, sequitur, vt sicut in capite præmisso, planum horologij secās circulos horarios, hoc est superficies eorum planas, faciebat lineas horarias eiusdem nominis: & secans conicas superficies parallelorum tangentium horizontem.

F 2.

faciebat

faciebat curuas periferias, quas lineæ horarum meridianarum secant, & in sectionum punctis tangunt lineæ occasuales; Ita nunc ipsum horologij planum secans Aequatorem faciat lineam rectam æquinoctialem: in quam desinunt umbræ per totum diem æquinoctij. & secans vtrinq; ab æquatore conicas superficies dictorum conorum, faciat hinc & inde curuas periferias hyperbolarum, in quas desinunt umbræ hinc æstiuæ, inde hyemales: ita vt Sol in oppositi, hoc est, correlatiui paralleli periferiam iaculetur umbram. Et notandum quod hæ sunt periferiæ, & curuæ lineæ in horologiorum planis notandæ: quia sunt à parallelorum conicis superficiebus ordinatorum secundum crementa horarum. Sed infra, in quinto & sexto capite dabitur modus describendi Aequatorem & lineas huiusmodi curuas hyperbolicas vtrinq; ab Aequatore, quæ pertinent ad parallelos tropicos, & per initia duorum mediorum signorum productos hinc & inde. Quo videlicet umbra desinens in lineam rectam æquinoctialem indicet Solem esse in principio Arietis, aut Libræ: desinens autem in hyperbolem Tropici æstiuæ, ostendat Solem esse in principio Cancræ, desinens in contrapositam, in principio Capricorni. Desinens in contrapositam iuxta æquatorem, hinc in principio Tauri, aut Virginis: inde in principio Piscium, aut Scorpionis.

In contrapositiones sequentes, hinc in principio Geminorum, aut Leonis: inde in principio Aquarii, aut Sagittarii. & sic distinguitur zodiacus in plano horologij: sicut in duobus dudum memoratis capitibus inferius docebimus. Sed distinctio superior parallelorum vsq; ab tangentibus horizontem facta pertinet ad totam arcuum diurnorum diuisionem, etiam si Sol, aut astrum quodlibet inde radiaret, umbramq; proijceret. Quamquam habentibus zenit in Arctico, vel Antartico tangentibus horizontem sunt ipsi Tropici: qui tangunt zodiacum. qui ibi quotidie vnitur horizonti. Qui verò habent zenit inter arcticum, & polum, sortiuntur circulos tangentes horizontem maiores Tropici. & extra tangentes habent parallelos aliquot Solis, aut integros super horizontem, aut integros subter eum, vt nox, vel lux continua completatur plures dies. Vnde tunc vsu veniunt illis lineæ horariæ se inuicem in axe secantes, quandiu Sol non occidit.

Vltius notatu dignum est, quod si duo circuli per polos, quasi coluri, qui sunt de numero horariorum secantium, cum Aequatore faciant in spherica superficie, octo triangula ex quadrantibus circulorum composita: hæc erit prima diuisionem, in qua considerantur 7. puncta, scilicet centrum mundi & sex puncta, in quibus periferiæ dictorum trium circulorum se intersecant: & qui sunt sex poli eorum. His tribus adde quatuor alios per mundi polos, qui cum coluris æquatorem in 12. arcus diuidunt: qui singuli comprehendunt duas horas. Adde sex parallelas.

rallelos hinc & inde totidem ab Aequatore, per crementa binarum horarum dispositos: & est secunda diuilio, quæ habet 19. circulos. Adhuc, si per polos ducantur 12. circuli secantes, per singularum horarum spacia; & per puncta diuisionum 24. tangentes (vt dictum est) eū Aequatore facient 37. circulos magnos. Demum accumula sup hos etiam numerum parallelorum 24. per singularum horarum crementa (vt diximus) distributorum, in quorum medio Aequator maximus incedit. & constabis 61. Quod mirabile mihi videtur: quoniam hi numeri 7. 19. 37. 61. sunt numeri hexagoni æquianguli, dignitatis eximia: quoniam super unitatem successiue aggregati, cōstruunt cubos p ordinē.

Denique Regula hæc obseruanda: quod vbicunq; se inuicem secant duo circuli horarij in sphaera, communis eorum sectio est diameter vtriusq; ac mundi. & tunc, si planum horologij secet talem diametrum, in eodem puncto secant se inuicem lineæ horariæ talium circulorum in ipso plano. Si autem planum æquidistet diametro, secans tamen planities circulorum: tunc lineæ horariæ sunt æquidistantes in plano horologij. Si verò planum æquidistet vni ex circulis horarijs: tunc eius lineæ horaria euanescit, apparente reliqua.

Super linearum sectione, & Aequidistantia

Regula. Cap. III.

His prelibatis, sequuntur regulæ. Prima. Omnes lineæ, quæ horas à meridie ceptas distinguunt, in horologio horizontis obliqui, & verticali & Aequinoctiali, se inuicem super axe interfecant. Sed in horologio meridiano & horizontis recti sunt æquidistantes. Secunda Regula: duæ lineæ ex his quæ horas ab occasu distinguunt per quadrantem remotæ à lineæ ex his, quæ horas à meridie terminant, in omni horologio, in vno se inuicem puncto, cum tali lineæ super lineam æquinoctialem interfecant: sed in horologio æquinoctiali æquidistant.

Tertia Regula: duæ lineæ horariæ tangentes vtrinq; æqualiter remotæ à lineæ horaria secante cum ipsa in vno se inuicem puncto secant.

Quarta Regula: sequitur ex secunda lineæ horariæ ab occasu secant lineam æquinoctialem in ijs punctis, in quibus eandem secant lineæ horarum à meridie ceptarum. Quinta Regula sequitur ex tertia. Nam quando tres circuli, duo tangentes à medio secante æqualiter remoti habent communem lineam pro sectione; tunc duæ lineæ horariæ, (quas faciunt duo circuli ex illis) in plano horologij æquidistantis reliquo circulo, sunt æquidistantes. & huius circuli lineæ euanescit in dicto plano: quia non secat ipsum. Sexta Regula est, quod distantia linearum tangentium à lineæ secante, considerantur in punctis contactuum periferiæ, & in puncto sectionis. Septima Regula: Planum horologij sistē-

dum est ad æquidistantiam alicuius notabilis circuli: cuius situs est facilis cognitu. vt pote planum horologij æquinoctialis sistetur ad æquidistantiam æquatoris. Planum horologij horizontalis ad æquidistantiam horizontis. Planum horologij verticalis ad æquidistantiam circuli verticalis. Planum horologij meridiani ad æquidistantiam meridiani. Octaua Regula: linea horæ vigesimæ quartæ & horæ duodecimæ ab occasu: & linea horæ sextæ à meridie in horologio verticali sunt æquidistantes, sicut in horologio æquinoctiali. & tamen in plano circuli verticale & in plano horologij meridiani concurrunt. & est exceptio secundæ regulæ. Nona Regula. Omnes duæ lineæ horariæ in plano cuiuslibet horologij æquidistantes, in plano tamen circuli, cui horologium æquidistat, concurrunt. Decima Regula: vertex styli seu gnomonis projicientis umbram, statuendus est in centro mundi, in quo concurrunt duo coni, de quibus in præcedenti. Atq; ita vertex styli horarum indicis statutus in centro communi omnium circularum horarum, semper proicit umbram in planum circuli horarij à Sole possessori: & perinde in lineam horariam, quam facit planum talis circuli secans planitiam horologij cuiuslibet. Quæ omnia ideo adducta sunt, vt speculatio melius intelligatur, & situs linearum intellectus ad fabricam vsu ueniat. Nunc his iam regulis præscriptis, & iactis fundamentis, veniemus ad modum descriptionis ipsarum linearum. & vt à facilioribus exordium capiamus, eas, quæ horas à meridie discernunt, primò tractabimus.

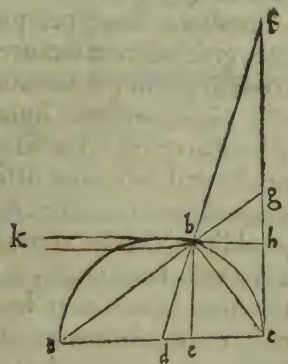
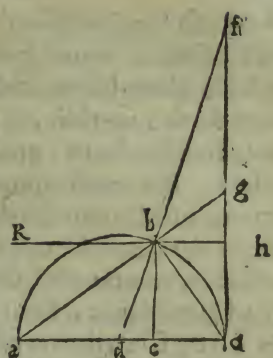
De lineis horariis à meridie incipientibus ..

Cap. IIII.

CIRCVLI horarij meridianarum horarum terminatores (vt dictum est) incedunt per polos mundi, & secantes Aequatorem, faciunt in eius plano 12. diametros: quæ productæ in communem sectionem Aequatoris & horologij meridiani cadentes terminant puncta, per quæ ducendæ sunt lineæ horariæ æquidistantes quòd, (quoniam dictum horologium plano meridiani æquidistat) quæ horas à meridie distinguunt in dicto horologio, & in horologio recti horizontis. Quarum linearum media in illo, est linea horæ sextæ vel decimæ octauæ: in hoc autem ipsa linea meridiana, hoc est, communis sectio meridiani cū horologij plano. Ex qua consideratione facillimè sequitur modus huiusmodi lineas describendi, sicut postea docebimus. Nam prius horologium horizontis, dein verticale tractandum est. Hæc enim sunt magis necessaria, & vsui frequentiora.

Et in primis intelligatur semicirculus meridiani a b c. super diametro a c. centroq; d. Ponaturq; angulus b a c. latitudo loci, vt puta graduum

Num 38. quanta est latitudo Messanæ hic
 in freto Siculo. At b e. perpendicularis ad
 diametrum a c. ad quam & perpendicularis
 sit c f. cui ad punctum f. cōcurrat linea d b.
 & a b. producta ad punctum g. Demū b h.
 perpendicularis ad ipsam c f & connecta-
 tur b c. Ex hac enim descriptione pendet
 speculatio & fabrica horologij tam horizō-
 talis, quā verticalis. Nam recta a b g. est
 axis mundi, a c. linea meridiana in horolo-
 gio horizontali c f. linea meridiana in ver-
 ticali plano horologij b c. communis sectio
 meridiani & æquatoris b e. stylus perpendicularis ad planum horolo-
 gij horizontalis b h. stylus perpendicularis ad horologium verticale.
 a. quoq; punctum, in quo lineæ horarium à meridie in horologio hori-
 zontali se interfecant. g. autem punctum, vbi lineæ prædictæ sese in
 plano horologij verticalis inuicem dispescunt. De quarum linearum
 numero est ipsa meridiana linea a c. in plano horizontalis. & ipsa c f.
 in plano verticalis horologij. Ipsum autem c. punctum, in quod ca-
 dit vmbra meridiana æquinoctialis, in confinium vtriusq; horologij.
 Hic notandum, quòd si a g. axis sit funis intentus; iam eius vmbra iu-
 dicabit horam à meridie. Nā ad instans meridei cadet super ipsam a c.
 meridianam, & successiue super reliquas lineas antemeridianas & post-
 meridianas, vel in earum interstitijs. & similiter in horologio verticali,
 in merdie cadet super c f. meridianam, & super alias eiusdem plani ver-
 ticalis, vel in earum interstitijs. Vnde vmbra talis funis erit commu-
 nis iudex in vtroq; horologio, horizontali, scilicet & meridiano. (quod
 & fieri poterit pro horologio meridiano, in quo lineæ horariæ prædi-
 ctæ sunt æquidistantes.) Igitur & punctū
 b. quod est vertex tam styli b e. quā styli
 b h. iacens in ipso axe a g. proiciet extre-
 mitatem vmbre ipsius styli in lineam hora-
 riam horæ instantis, vel in earum intersti-
 tium: & iudicis officio fungetur pro vtroq;
 horologio. Quo si conos in primo capite
 memoratos recolis, intelliges rectam h b k.
 iacere in lateribus conorum continuatis: &
 esse tactum communem horizontis & cono-
 rum. Item intelliges lineam d b f. conti-
 nuare latera opposita eorundem conorum:
 ubi planum circuli horæ duodecimæ

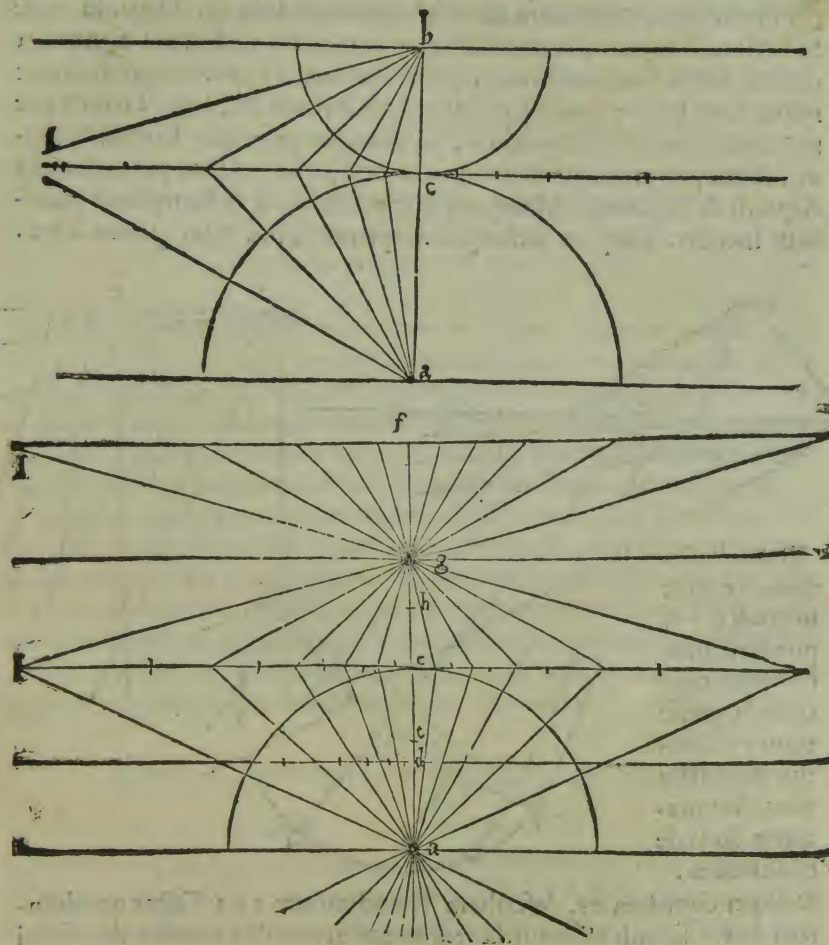


ab occasu tangit eosdem conos. Quæ d b f. iacet in plano meridiani a b c. secante conos prædictos per axem a b g. Item aduertendum, quòd in plano horizontalis horologij, per punctum a. incedit linea horæ sextæ à meridiæ. & per punctum g. in horologio verticali transit linea eiusdem horæ: quæ singulæ secant meridianas a c. c f. orthogonaliter. Per puncta quoque d f. in iisdem horologijs transeunt lineæ significantes horam duodecimam ab occasu, vel ortu: & dictas meridianas in rectum secantes. Adhuc per punctum c. incedit linea æquinoctialis, communis sectio dictorum horologiorum, & perpendicularis ad meridianas. Sunt autem hæ quinque lineæ per totidem puncta a d c g f. incedentes ad describendū faciles: quoniam, scilicet perpendiculares ad meridianam. & vsu venient ad lineas horarum ab occasu vel ortu ceptarum describendas. Sicut post meridianarum descriptionem pedetentim docebimus.

Sumo in præhabita descriptione lineam b c. pro semidiametro paralleli integre apparentium maximi. & lineam a c. pro semidiametro horizontis. quas in vnā rectam b c a. coniungo. Deinde super centris a b. describo semicirculos se inuicem in puncto c. tangentes. Sectaq; periferia semicirculi b c. in 12. arcus æquales, duco per centrum b. & per puncta sectionum lineas, donec occurrant lineæ l c. tangenti vtrinq; semicirculum. Dein puncta occursum iungo cum centro reliqui semicirculi a. ductis totidem lineis. Nam ipsæ secabunt periferiam semicirculi a c. quæ est periferia horizontis. sicut eam secant linea meridiana a c. & cæteræ horariæ sequentes. & angustiora spacia erunt propinquiora meridiano. Quo peracto, coniungo semidiametros a c. horizontis, & c g. circuli verticalis in vnā rectam: linea l c. vtriusq; periferiam tangente. & vt docuimus, diuisa, & puncta diuisionum coniungo cum puncto g. productis vtrinq; rectis quinq;. Produco & a m. g n. ad rectos ipsi a c g. Sic enim in horologio horizontali duodecim lineæ per punctum a. & in verticali totidem per punctum g. se inuicem secantes. (de quorum numero est a c. c g. meridiana) distinguunt per ambitum tam horizontalis, quàm verticalis horologij vigintiquatuor horarum spacia, circulis horarijs interiecta.

Signabo etiam ad mensuram primæ figurationis, in linea meridiana punctum d. per quod describetur in horologio horizontali linea horæ duodecimæ ab occasu. & in linea meridiana verticalis punctum f. per quod lineabitur in verticali linea eiusdem duodecimæ suscipientes illa in plano horizontis, & hæc in plano verticalis horologij spacia diuisionum inter lineas horarias. Partior quoq; periferias horarias circuli b c. singulas per æqualia: & similiter per lineas actas per puncta diuisionum, partior horizontale, & verticale horologium: sicut in integris

integris horis feceram . Sic enim tam in horizontali, quàm in verticali horologio , linea horæ duodecimæ per punctum ibi . d. hinc per punctum f. deducta suscipiet dimidiatas horarum in lineis diuisiones .

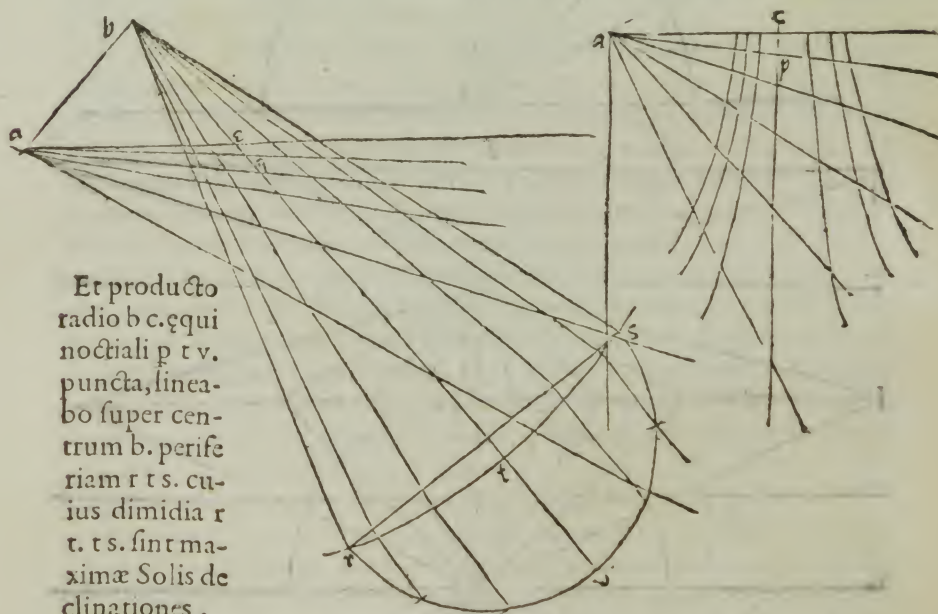


Demum signabo in linea meridiana hinc & ibi puncta e h. in quibus styli singuli ad plana sua perpendiculares erigendi sunt , scilicet e b. h b. ex primo lineamento . cuius umbræ extremitas hinc & ibi erit horarum index .

De

De parallelorum per initia signorum descriptione. Cap. V.

SOLE existente in æquatore, umbra iudicis per totum diem definit in utroque Solario in lineam æquinoctialem l c. Quando autem Sol erit in Tropici, ac parallelis per principia mediorum signorum ductis, umbra terminabitur in periferijs curvis hyperbolarum. Sicut igitur linea l c. æquinoctij, per principia Arietis, & Libræ; Tropici per principia Cancræ, & Capricorni. Ita alius per principia Tauri & Virginis. Alius per principia Geminorum & Leonis. Alius per principia Aquarii & Sagittarii. Alius per principia Piscium & Scorpionis parallelus incedet. Itaque ex descriptione prima sumo triangulum a b c.



Et producto radio b c. æquinoctiali p t v. puncta, lineabo super centrum b. periferiam r t s. cuius dimidia r t. t s. sint maximæ Solis declinationes.

& super chordam r s. describam semicirculum r v s. Cuius quadrantes r v. v s. singuli secantur in tres æquos arcus. & à punctis diuisionū cadant perpendicularares ad chordam r s. occurrentes ad periferiam r t s. & puncta occursum copuletur cum centro b. per 7. lineas rectas. quarum una est b c t. radius Solis æquinoctialis. Extremæ autem b r. b s. radij Solis in Tropici. Binæ verò, & binæ mediæ, radij Solis in principijs mediorum signorum constituti. Qui radij in arcu r t s. determinant Solis declinationes in eisdem locis. Hunc circuli sectorem cum suis radijs ad Solis parallelas per principia signorum ductas terminatis,

tis, voco Zodiacum horologij. Quem intelligo circunduci circū axem mundi a b g. ita vt radius æquinoctij b t. semper instet perpendicularis ad axem a b g. Nam per talem motum, radius vt qui semper fertur in plano Aequatoris, describet in plano horizontalis horologij rectam, quæ dicitur æquinoctialis linea. Radij autem b r. b s. Cum reliquis medijs describēt singuli in dicto plano curuas lineas, seu periferias hyperbolarum vtrinque ab æquinoctiali linea. In rectam æquinoctialem definit umbra styli per totum æquinoctij diem. in cæteras curuas vtrinque singulas definient umbræ, dū Sol existet in Tropiciis, & in principijs mediorum signorum à quatuor parallelis radij descendunt. Ecce habes hęc Theoriam. Et quoniā super lineam meridianam a c. describitur linea æquinoctialis c p. cum ipsa a p. & cæteris lineis horarijs à meridie continuatis: faciam ipsi a p. lineam in zodiaco, lineam æqualem a q. in alia figuratione. Nam a q. producta secabit radios zodiaci. inde sumam portionibus lineam a q. inter radios cadentibus æquas portiones in linea a p. vtrinque ab æquinoctiali linea. & similiter faciam in cæteris lineis horarijs, in dicto horologij plano sub ipsa a p. descriptis. Nam per puncta tales portiones diuidentia delineabuntur dictæ curvæ periferiæ, in quas umbræ ad signorum initia pertinentes definient ultra citraque, lineam c p. æquinoctialem: tã infra, quàm supra a c. meridianam.

Similiter operabor pro parallelis in plano verticalis horologij delineandis supra & infra lineam æquinoctialem, & vtrinque à meridianam. Sed tunc pro linea meridiāna a c. ducam lineam meridianam g c. in tali plano, quantuncunq; opus fuerit. & lineis horarijs in puncto g. se inuicem secantibus productis vnā cum linea cū linea æquinoctiali p punctum c. orthogonaliter meridianam secante, eadem omnia faciam. Quorum demonstratio haudquaquam. obscura est.

De Solario recti horisontis. & meridiani. Cap. VI.

N V N C pro horologio horizontali Sphæræ rectæ intelligo in ipsa horologij planitie lineam æquinoctialem l c. stylus autem horologio perpendicularis sit a c. super quo semidiameter, atque super centro a. describam circuli quadrantem c p o. Cuius periferiam partior in sex æquos arcus. & per puncta diuisionum centrūque a. ducō rectas a l. a p. & reliquas cadentes in ipsam l c. æquinoctialem Spacijs autem l c. lineam ponatur ex alia parte ultra punctum c. totidem spacia singula singulis æqualia. & per puncta diuisionum ducam lineas in rectum angulum ipsi l c. hoc per punctum c. lineam m c n. meridianam per puncta q. sequentium spaciorum rectas v q x. y & z. & per sequentia puncta.

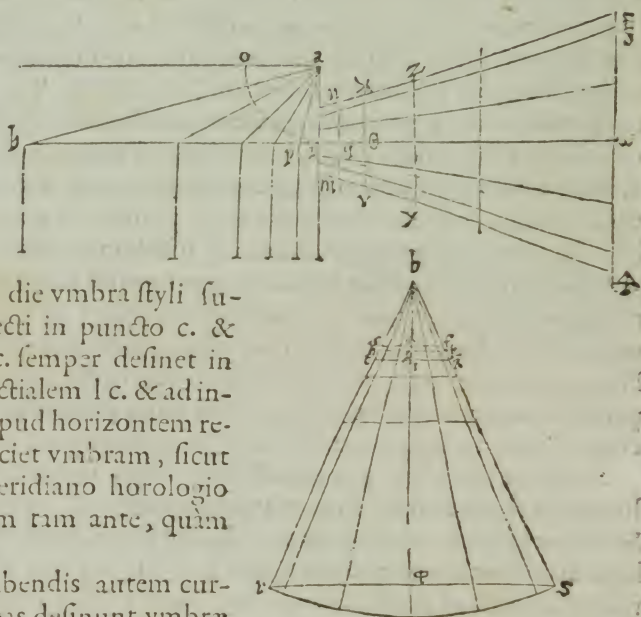
cta cæteras vtrinq; à meridiana m n. ad rectos ipsi l c. ipse nanq; erunt lineæ horariæ horizontis recti.

Et hæc eadem descriptio est cuiuslibet horologij meridiani. Sed tunc ipsa linea æquinoctialis l c. debet sisti in ipso plano meridiani horologij secundum situm latitudinis loci, vbi constituitur horologium.

Atque linea m c n. ibi eleuabitur secundum altitudinē poli (quoniam æquidistant axi mundi) igitur in

ipso æquinoctij die vmbra styli super planum erecti in puncto c. & æqualis ipsi a c. semper desinet in lineam æquinoctialem l c. & ad instans meridiei apud horizontem rectum non proiciet vmbra, sicut in quocunq; meridiano horologio ad horam sextam tam ante, quam post meridiem.

Pro describendis autem curuis lineis, in quas desinunt vmbre Solis tropicæ, & quatuor mediorū vtrinq; parallelorum; repeto zodiacum dudum compactum, in quo ex radio æquinoctiali b t. sumo ipsi a c. æqualem lineam l d. & per punctum d. duco e d f. ad rectos ipsi radio, cui facio æqualem m c n. in horologio. Item ipsi a p. siue a q. facio æqualem b g. & ducta similiter b g k. pono ipsi æqualem v q x. Adhuc ipsi a θ. facio æqualem b i. & similiter pono ipsi æ i α. æqualem γ θ z. & sic deinceps, donec ipsi a f. fiat æqualis b δ. ductæq; similiter r δ s. ponatur æqualis in horologio p o ξ. Nam per puncta m v y r. & per puncta n x z ξ. ibunt curvæ peripheriæ, in quas desinunt vmbre tropicæ. & per alia puncta media, in quibus sumuntur spacia de zodiaci figuratione vtrinq; à radio æquinoctiali b t. ad laterales radios, ibunt curvæ peripheriæ, in quas terminabuntur vmbre reliquorum parallelorum per principia mediorum signorum. Nam dum totus sector b r s. circunducitur super axem mundi per motum primum: ipse b t. radius æquinoctialis fertur semper in ipsa linea l c o. æquinoctiali. & radij tropici b r. b s. feruntur per curuas



nas periferias *m y z.* & *n z z.* & radij mediorum parallelorum per principia mediorum signorum, ibunt simul per medias periferias, singuli scilicet radij singulas, sicut æquinoctialis æquinoctialem lineam, describentes in plano ipsius horologii: quemadmodum idem sector *b r s.* similiter circa mundi axem circumductus cum suis radijs, in horologio horizontis obliqui, & eius verticali, lineam æquinoctialem, & easdem curvas periferias describebat. Vnde talis descriptionis Theoria, per situm, motum, & mensuras satis notescit acutis ingenijs.

Potest quoque in meridiano horologio recti horizontis fieri horarum descriptio similis & eadem penitus, quæ dudum facta est in ipsius Sphæræ rectæ horizonte. Omnis enim meridianus est rectum horizon alicuius loci: cum transeat per polos mundi, sicut horizon rectus: Vnde suscipit eandem penitus lineationem.

Sed horologium verticale horizontis recti sistendum est ad æquidistantiam æquatoris, qui vicem gerit verticalis in Sphæra recta: in quo quidem horologio lineæ horariæ 12. secantes se inuicem in centro (de quarum numero sunt lineæ meridiana, & lineæ horæ sextæ) partiuntur periferiam æquatoris seu verticalis horologii in 24. arcus æquales. Et stylus ibi, est portio axis, per tale centrum incedentis, siue æquidistans axi.

Vnde huiusmodi horologium æquinoctiale in quolibet horizonte obliquo constitui potest, secundum inclinationem æquinoctialis, & situm axis, ad elevationem poli. Et tunc in punctis diuisionum dictorum 24. arcuum totidem rectæ circulum tangentes determinabunt horas ab occasu numerandas: ubi styli indicis vertex (qui portio est axis) statuendus est in plano horæ vigesimæ quartæ. qui stylus vtrinque promineat à centro æqualiter. Nam Sol existens in sex signis septentrionalibus illuminabit faciem horologii superiorem: in australibus inferiorem.

Demum horologium verticale Sphæræ rectæ pro habitantibus sub polo, fungatur officio horizontalis: & vicissim horologium horizontale recti horizontis his, qui sub polo habitant, conuertetur in verticale. Quæ omnia perspicacibus ingenijs tam facilia intellectu, quam iucunda situ videbuntur. Sed hæc hæcenus. Post hac de lineis horas ab occasu, vel ortu exorsas distinguendis tractabimus: ut occasuales seorsum descriptæ facilius & distinctius intelligantur. Nam hæc vnâ cum meridianis locatæ confusionem lectoribus ingerunt. Sed prius oportunum fuerit Regulas tertij capitis de sectionibus, & æquidistantijs linearum in tabellam exponere.

per

per 4^a B^{li}. per tertiā. per tertiā. per tertiā. per tertiā 3^{ij} cap.

Æquinoctialis ī vno pūcto secat horas ab à occasu mer.	Hora. 24. ab occasu in vno puncto secat horas ab à occ. mer.	Hora. 12. ab occasu in vno puncto secat horas ab à occ. mer.	Hora. 6. à meridie in vno pun- cto secat ho- ras ab occasu	Meridiana linea in v- no puncto secat ho- ras ab occasu
24 . 6	24 . 12	24 . 6	24 . 12	24 . 0
23 . 5	23 . 11 $\frac{1}{2}$	23 . 5 $\frac{1}{2}$	23 . 13	23 . 1
22 . 4	22 . 11	22 . 5	22 . 14	22 . 2
21 . 3	21 . 10 $\frac{1}{2}$	21 . 4 $\frac{1}{2}$	21 . 15	21 . 3
20 . 2	20 . 10	20 . 4	20 . 16	20 . 4
19 . 1	19 . 9 $\frac{1}{2}$	19 . 3 $\frac{1}{2}$	19 . 17	19 . 5
18 . 0	18 . 9	18 . 3	18 . 18	18 . 6
17 . 11	17 . 8 $\frac{1}{2}$	17 . 2 $\frac{1}{2}$	17 . 19	17 . 7
16 . 10	16 . 8	16 . 2	16 . 20	16 . 8
15 . 9	15 . 7 $\frac{1}{2}$	15 . 1 $\frac{1}{2}$	15 . 21	15 . 9
14 . 8	14 . 7	14 . 1	14 . 22	14 . 10
13 . 7	13 . 6 $\frac{1}{2}$	13 . 0 $\frac{1}{2}$	13 . 23	13 . 11
12 . 6	12 . 6	12 . 0	12 . 24	12 . 12
11 . 5	11 . 5 $\frac{1}{2}$	11 . 11 $\frac{1}{2}$	11 . 1	11 . 13
10 . 4	10 . 5	10 . 11	10 . 2	10 . 14
9 . 3	9 . 4 $\frac{1}{2}$	9 . 10 $\frac{1}{2}$	9 . 3	9 . 15
8 . 2	8 . 4	8 . 10	8 . 4	8 . 16
7 . 1	7 . 3 $\frac{1}{2}$	7 . 9 $\frac{1}{2}$	7 . 5	7 . 17
6 . 0	6 . 3	6 . 9	6 . 6	6 . 18
5 . 11	5 . 2 $\frac{1}{2}$	5 . 8 $\frac{1}{2}$	5 . 7	5 . 19
4 . 10	4 . 2	4 . 8	4 . 8	4 . 20
3 . 9	3 . 1 $\frac{1}{2}$	3 . 7 $\frac{1}{2}$	3 . 9	3 . 21
2 . 8	2 . 1	2 . 7	2 . 10	2 . 22
1 . 7	1 . 0 $\frac{1}{2}$	1 . 6 $\frac{1}{2}$	1 . 11	1 . 23
æquidistan- tes in horo- logio æqui- noctiali.	æquidistātes in horolo- gio horizon- tali.	æquidistan- tes in horo- lo. verticali graduū 45.	æquidistan- tes in horo- logio horę se- xtę.	æquidistan- tes in horo- logio meri- diano .

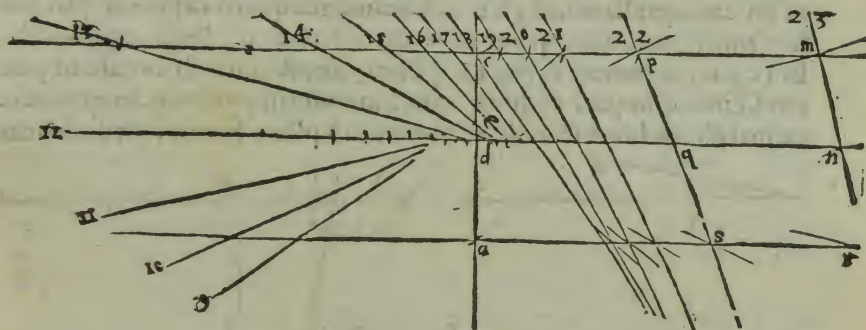
per 5^a B^{li}. per quintā. per quintā. per quintā. per quintā. 3^{ij} cap.

Hęc tabula vsu ueniet deinceps descriptioni linearum occa-
suales horas indicantium. Sicut per ordinem docebimus.

De

*De lineis occasionalibus describendis.**Cap. VII.*

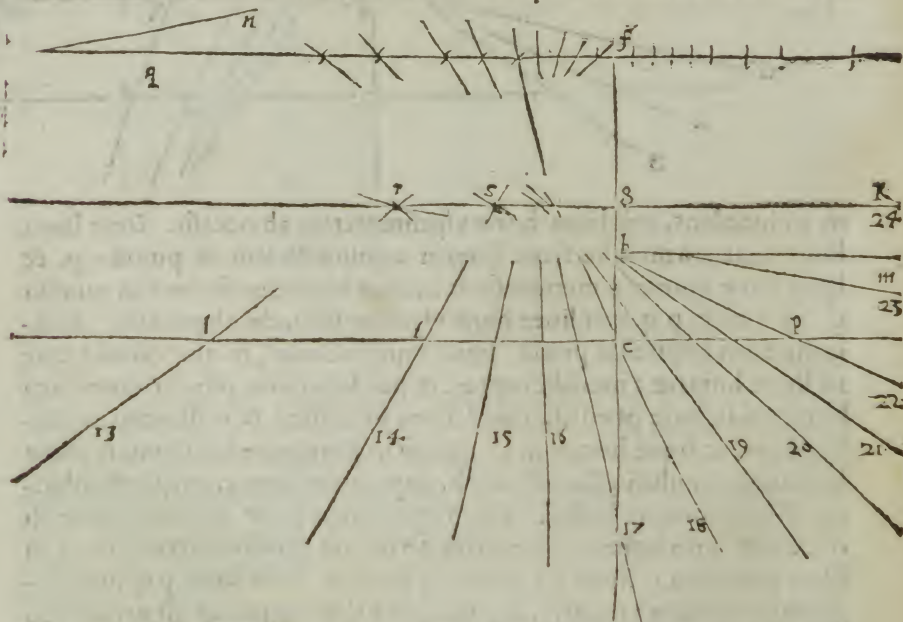
SECTIO & æquidistantia linearum supra scriptæ tabellæ sumuntur ex regulis tertij capitis. Hinc pendet modus describendi lineas horarum ab occasu exorfarum terminatrices. Exempli gratia, pro horologio horizontali latitudinis gr. 38. assumo ex descriptione quarti capitis lineam meridianam c e d a. lineam æquinoctialem l m. lineam horæ duodecimæ ab occasu d q n. lineam quoq; horæ sextæ à meridie a s r. cum suis singulas spacijs ac diuisionibus. Et in linea æquinoctiali sit m. punctum, per quod incedit quinta linea à meridie. In linea verò d q n. horæ duodecimæ ab occasu sit n. punctum, per quod transit linea horæ quintæ ac dimidiæ à meridie. Nam recta linea per puncta



m n. incedens, erit linea horæ vigesimætertæ ab occasu. Item linea horæ quartæ à meridie secet lineam æquinoctialem in puncto p. & linea horæ quintæ à meridie secet lineam horæ duodecimæ in puncto q. Nam recta p q. erit linea horæ vigesimæsecundæ ab occasu. Et similiter per sequentia puncta lineæ æquinoctialis, in quæ cadunt cæteræ lineæ horariæ à meridie ceptæ: & per sequentia puncta dimidiarū horarum in linea prædicta duodecima successiue & ordinatim transibunt cæteræ lineæ horarum ab occasu in horologio horizontali dictæ latitudinis graduū 38. cū stylo e b. super punctum e. perpendiculariter ad horizontem erecto. Quin etiam linea horæ vigesimætertæ ab occasu, & linea horæ decimætertæ ab occasu productæ, coincident in idem punctum r. lineæ a s r. sextæ à meridie. Item linea p q. horæ vigesimæsecundæ ab occasu, & linea horæ decimæquartæ ab occasu productæ coincident in idem punctum s. dictæ lineæ sextæ. & sic per ordinem cætera linearum paria in cætera puncta sextæ prædictæ lineæ concurrent. Adhuc in m. puncto, vbi vigesimatertia linea secat æquinoctialem

ctialem lineam, coincidit & linea horæ vndecimæ ab occasu. Sicut linea vigesimæsecundæ vnâ cum linea decimæ ab occasu coincidunt æquinoctiali dictæ in puncto p. Sicutiâ lineæ vigesimæprimæ & nonæ horarum ab occasu in vno simul puncto concurrunt æquinoctiali lineæ, & deinceps successiue binæ sequentes. Item, si à puncto a. ducatur linea horæ dimidiæ ante meridiem; siue $11\frac{1}{2}$. post meridiem (quod idem est) ipsa æquidistabit lineæ in n. quæ indicat horam 23. ab occasu. & similiter linea horæ vnius ante meridiem, siue vndecimæ post meridiem æquidistabit lineæ p q. quæ horam vigesimamsecundam ab occasu significat. & cæteræ cæteris eodẽ ordine sequentes singulæ singulis æquidistabunt. Quæ sectiones & æquidistantiæ linearum sequuntur ex regulis tertij capitis: & in tabella præmissi apparent.

PONAM nunc exemplum pro lineis ijsdem occasualibus in horologio verticali supradictæ latitudinis graduum 38. Et in primis reposito lineam meridianam fghc. ex lineamento quarti capitis, in planitie horizontis verticalis, quam ad rectos interfecent, linea æquinoctialis lcpm. in puncto c. linea nqf. horæ duodecimæ ab occasu in puncto f. Linea quoque rsg. horæ sextæ à meridiem in puncto g. in quo cæteræ meridianæ horæ se inuicem in verticali plano secant. Et diuidatur



æquinoctialis linea, sicut ibi, in spacia horarum à meridiem cæptarum. Linea verò nqf. horæ duodecimæ in spacia dimidiata dictarum horarum: sicut in horologio verticali per doctrinam quarti capitis.

Quibus

Quibus paratis, per punctum h. in quo figebatur stylus h b. agatur linea h k. æquidistans ipsi l c. Nam ipsa erit linea horæ vigesimæ quartæ ab occasu. Deinde in linea æquinotiali l c. sit punctum m. in quo secatur à linea quinta meridiæ. & in linea n q. f. horæ duodecimæ punctum n. in quo secatur à linea horæ $5\frac{1}{2}$. à meridiæ. Nam recta m n. erit linea horæ vigesimæ tertie ab occasu: item in linea æquinotiali sit p. punctum horæ quartæ à meridiæ. At in linea horæ duodecimæ sit q. punctum horæ quintæ à meridiæ. Nam recta per puncta p q. incedens erit linea horæ vigesimæ secundæ ab occasu. Similiter deinceps successiue per bina quæque puncta sequentia in lineis l c. & n f. describentur per succedentia ordinatim spacia, cæteræ lineæ horarum ab occasu. sicut docet tabella sub titulis Aequatoris, & horæ duodecimæ. Quin etiam linea m n. horæ vigesimæ tertie, & linea l r. horæ decimæ tertie ab occasu, secabunt lineam horæ sextæ r g. in vno puncto r. & linea p q. vigesimæ secundæ cum linea s t. decimæ quartæ horæ ab occasu, in vno puncto s. coincident in lineam dictam sextæ. Et sic per ordinem cætera linearum paria in singula puncta sextæ concurrent: quamuis decima-octaua non habeat comparem: sicut in tabella sub titulo sextæ horæ patet. Sed hic non sequitur æquidistantia linearum, sicut in horologio horizontali excepto verticali loci latitudinis 45. graduum. Nam eius loci verticale horologium æquidistat circulo horæ duodecimæ ab occasu. & ideo per quartam regulam tertij capitis suscipit æquidistantiam duarum linearum, quarum vna numeratur ab occasu: altera à meridiæ: sicut docet tabella sub titulo horæ duodecimæ.

Item quòd linea h k. horæ vigesimæ quartæ ab occasu secat in vno puncto singulas occasuales iam descriptas, & singulas meridianas lineas: sicut in tabella patet sub titulo horæ vigesimæ quartæ non opus est hic exprimere: cum puncta diuisionum Aequatoris & lineæ duodecimæ ab occasu satis sint ad descriptionem linearum ab occasu: quam nos hic intendimus. & talis coincidentia in linea vigesimæ quartæ horæ necessario sequatur.

*Alia notanda.**Cap. VIII.*

PRÆTEREA, quòd lineæ horarum occasualium in horologio horizontali tangunt Parabolam, cuius vertex est punctum d. diameter autem ipsa meridiana linea a d c. & in horologio verticali tangunt Ellipsim, cuius diameter est f h. hoc iam in primo capite conclusum, & satis discussum est in Theoria. Sed pro fabrica horarum occasualium in horologio meridiano, procedendum est per puncta diuisionum, in quibus lineæ horarum meridianarum ibi iam æquidistates secant æquatorem & lineas vigesimæ quartæ & duodecimæ horarum ab

G occasu:

occafus : quæ sunt Non coincidentes duarum hyperbolarum contrapofitarum. Quarum diameter communis orthogonaliter fecat Aequatorem, & eius lineam in communi fectione Non tangentium dictarum. Quas hyperbolas facit planum horologij meridiani, fecans contrapofitos conos. Quorum vertex communis eft in axe, centroq; mundi: qui & axis eft ipforum conorum. & quorum bafes funt duo circuli æquales æquatoris paralleli, tangentes horizontem : ficut in primo capite latius differvimus. Item ad latitudinem graduum 45. tam in horologio horizontali, quàm verticali, horarum occafualium lineæ tangunt parabolam vtrobiq; fimilem, & æqualem in punctis, in quibus eandem fecant lineæ horarum meridianarum: ficut in primo capite dictum eft.

Vltcrius notandum, quòd in horologio æquinoctiali, quod eft verticale in Sphæra recta, fi circa mundi axem circunducatur zodiacus quinti capitis : radij tropici, & per capita mediorum signorum incedentes, defcribunt in plano horologij circulos concentricos ei, quem fecant lineæ meridianæ, & tangunt occafuales, & maiores eodem. Sed radius æquinoctialis non defcribit periferiam, quoniam æquidiftat plano ipfius horologij.

Item notandum, quòd quando vmbre ftyli vertex cadit in punctum, in quo fe inuicem fecant duæ, vel tres lineæ horariæ : in illo instanti terminatur fimul hora fingularum linearum. Exempli gratia, in lineamento feptimi capitis, in puncto m. fecant fe fimul tres lineæ, fcilicet lineæ horæ quintæ à meridie, lineæ horæ vigefimæ tertię, & lineæ horæ vndecimæ ab ortu. Si igitur ab occiduo Sole proiciatur vmbra ftyli in punctum m. tunc inftat hora quinta poft meridiem vigefimæ tertię ab occafu, & vndecima ab ortu. Similiter in quolibet puncto alterius coincidentia dicendum.

Regule generales. Cap. VIIII.

DE N I Q U E in omni horologio notandum, quòd planum fui circuli æquidiftantis (qui circulus in horologio horizontali eft horizon, in verticali verticalis, in meridiano meridianus : in æquinoctiali Aequator) tranfit per cacumen ftyli proijcientis vmbra & per planitiem labrorum vasis ipfius horologij (quæ labra funt fummitates parietum horologij eiuſdem altitudinis cum ftvlo.) Vnde fi ponatur fuper cacumen ftyli filum radens planitiem labrorum, & æquidiftans alicui lineæ horariæ in fundo vasis defcriptæ; tale filum fignabit lineam horæ eiuſdem in planitie dicta. & tunc lineæ fundi cum lineis labrorum connectenda eft, per lineas in parietibus lateralibus ductas. Nam circulus talis lineæ horariæ fortitur planam fuperficiem ductam per cacumen ftyli, & facientem in fundo, labris & parietibus lineas prædictas: quæ

quæ sunt membra continuantia dictam lineam horariam in talibus superficiebus. Vnde Sol existens in plano dicti circuli proiciet umbram dicti stili in lineam talem horariam per fundum, parietes, & labra horologii deductam. Atq; ita umbra stili semper desinet intra vas horologii siue in fundum, siue in parietes. Quam ob rem, si super planum horologii horizontalis erigantur quatuor parietes secundum celsitudinem stili, duo quidem æquidistantes meridiano: & duo circulo verticali; habebis in ipsis parietibus singulis lineas horarias prædicto modo descriptas. Et si à cacumine stili in fundo (vt dictum est) erecti, ducantur quatuor stili singuli ad singulos dictos quatuor parietes perpendiculariter: iam tunc in singulis parietibus singuli stili erunt indices horarum: sicut & ipse stylus primum super horizontalem fundum erectus. Sic habes quatuor horologia cum stylis singula suis: binam verticalia, & totidem meridiana. Quod si parietes prædicti ponantur aliorsum vergentes, aut quomodocumq; inclinati ad fundum horizontis: eodem modo penitus, hoc est, per filum & eius æquidistantiam ad lineas fundi, sequetur in talibus parietibus singulis linearum horariarum (secundum situm parietum) descriptio: ita vt semper stili habeant communem verticem cum primario stylo super fundum horizontalem fixo.

Cum his nota, quod stylus in parietalibus horologijs semper sistendus est in loco supremo, per quod incedit linea horæ vigesimaquarta ab occasu: quandoquidem umbra semper proicitur deorsum. In horizontali autem horologio stylus figendus est in puncto lineæ meridiane superius assignato: ita vt umbra verticis stili desinat in lineas horarias, aut inter earum spacia: & in parietalibus conuenit, vt stylus excitetur ex linea meridiana. Quamquam non refert vbi configatur, sed vbi cacumen habeat, vnde delabitur umbra.

Deniq; quoniam Sol semper versatur inter parallelos Tropicos: & idcirco in plano horologii omnis, necesse est umbram stili terminari inter periferias talium parallelorum in ipso plano delineatorum per doctrinam quinti & sexti capitum: propterea satis erit lineas horarias intra tales periferias quasi limites terminari: quod tamen non est necessarium: semperq; licebit omnem lineam horariam produci per fundum parietes, & labra totius instrumenti. Sicut planum circuli talis horæ productum, & secans quamcunque planitiem facit in sectionem lineam horariam sui nominis. Vnde si ponatur imaginarius parallelus extra tropicum, atq; ibi positus Sol, aut astrum radiare intelligatur; sic iam necessaria est prædicta linearum extra Tropicos productio.

Si quis porro vult horologium iam descriptum coarctare, idem


breviet omnia proportionaliter. Exempli gratia: si dimidiet stylum, dimidianda erunt singula spacia, seruatis angulis. & sic in augmento.

De locatione Solarij. Cap. X.

CIRCVLVS in plano horizontis describatur: & ab eius centro stylus perpendiculariter erigatur. cuius umbra ante meridianam in periferiam circuli desinat: & post meridianam rursus in periferiam. Mox arcus punctis periferiarum interiacens per aequalia secetur. Nam linea per punctum sectionis, & circuli centrum ducta erit linea meridiana: sicut docent Vitruuius, Proclus, & Ioannes Regimontius. Nam dum umbra styli cadet quolibet die super istam lineam, erit instans meridiei. In quo instanti umbra cuiuslibet perpendicularis fili in quodcunq; planum proiecta faciet lineam meridianam. Super quam locanda est linea meridiana tui horologii per regulas superiores constructi, siue ad eius aequidistantiam, ut in situ debitum sistatur horologium. Sed & sagitta, vel acus nauticae pyxidis per magnetem lapidem attemperata (quod est recentiorum inuentum) indicat meridianam. Conuertitur enim, quasi res animata, vel sensibilis, ad Septentrionem, sicut lapis, à quo virtutem talem recipit.

Tandem scito, quòd in describendis horarijs lineijs praesertim occasionalibus, opus est instrumentis optimis & magna diligentia, planoq; & amplo spacio: quod recipiat linearum concursus, quantumcunque opus est. Nunc aliqua occurrunt circa magnetis proprietatem, (quando consideratio talis huc pertinet) dicenda.

CIRCA MAGNETEM PROBLEMAT.

- 1  **V**R magnes attrahit ferrum? An propter similitudinem lapidis cum metallo, cum vix aliunde causa petenda sit, quàm ex hac vniuersali naturae lege, quae similia semper copulat, & experientia causam quaerit?
Num & vicissim magnes à ferro trahitur? Haud dubium id quidem: cum experientia id doceat. Nam, sicut lapis paruum acum: ita & ferrum maius exiguum lapidem attrahere probatur. Nam parua sunt ad mouendum faciliora. Vnde si magnes par ferro appropinquet, (dum à singulis funiculis pendent) fit ut vicissim utrumque alterum attrahat, & vicissim in vnum accedant.
- 3 An & magnes magnetem attrahit? Vtique non aliter quàm lapis ferrum, aut hoc illum.
- 4 Cur ferrum instans attractionis virtutem per contactum lapidis acquirit,

quirit non autem lapis per contactum ferri? An quia prior est natura lapidis, qui mineræ vnde abscinditur, naturam sapit: & inde ferrum, sicut riuus à fonte, propagatur? Vnde fit vt & acus acum attrahat. & ordine longo concatenet.

Cur cætera metalla lapidem, à quo trahantur, vel quem trahant, non habent? An quia id proprium ac peculiare fit tenacissimi metalli: quod natura fecisse videtur ad terendum, acuendum, & collimandum cætera? An forte, quia cum cætera recipiant mixturam aliorum, idcirco non sortiuntur aliquem suæ puræ proprietatis, quæ imitentur, sibi que adscribant, lapidem? solumque ferrum mixturæ alienæ immune, similem sibi lapidem, & alterius proprietatis nesciū nanciscitur?

Vnde dictus Magnes? Siue ab inuentore, qui eum in India inuenit, teste Nicandro Poëta; siue à Magnesia regione, in qua sit inuentus, nihil refert. Nam & in Aethiopia, & in Cantabria, & alijs in locis inueniri, certum est. Quo fit vt neque naues in Indico pelago periclitari, neque in Aegypto simulacrum ferreum Arsiones Regiæ in medio tholo ex magnetibus constructo, per Democratis artificium: Neque in Arabia ferreum Mahumetti sepulcrum in ædis medio similiter pendere, & si fabulosum esset, incredibile putandum est.

Cur magnes in vase ligneo innatante positus, determinatam sui partem semper ad Septentrionem (quamuis aliorsum detortus) conuertitur? An quia, cum corpus homogenum sit, naturam totius imitatur: & rupis, siue mineræ de qua fuit abscissus, situm semper querit: hoc est, vt pars lapidis, quæ ibi ad Septentrionem vergebat (eo iam tralato) eodem respiciat, & eundem amet: vnde & lapide in quocunque frustra diuiso, vnumquodque frustum naturam totius imitatur?

Cur & lapidis fragmentum id ipsum facit? Quia scilicet, vt dictum est, pars in homogeneis naturam totius imitatur.

Cur & acus seu sagitta, vel lanceola, siue obelus ferreus, post contactum lapidis id idem facit? An quia per contactum partes etiam metalli hauriunt, & imbibunt singulæ cognati lapidis partium proprietates: quo fit, vt partes contiguæ ament contrarias mundi plagas, cum separantur?

Cur magnes, vel acus ad eius contactum attemperata non respexit potius Ortum, vel Occasum? An quia Ortus, vel Occasus non est locus fixus, sed secundum habitantium situm mutabilis: solusq; polus in cælo stabilis est: quem secundum mineræ suæ naturam & positionē lapis appetat, & ad eum vergens cum quiescente quiescat?

G 3

Cur

- 81 Cur nautæ vtuntur istoc artificio, & obelo tali ad magnetem temperato? An quia, cognito Septentrione, quem acumen sagittæ indicat, inoscunt & cæteros per ambitum ventorum tractus, vt sic certi sint, quorsum sit nauigandum? Vnde maiores nostri, quibus ignotum erat huius nauticæ pyxidis mastichamentum, vt scirent in medio pelago quorsum tenderent; stellas circa polum Arcturum, Helicen, & Cynosuram obseruabant. atque ita polarem locum notantes, plagas reliquas coniiciebant.
- 82 Sed cur sagitta, vel obelus à vero Septentrione, quandoque ad dextram, quandoque ad sinistram declinat? An quia sagitta, sicut magnes (cuius est simia) non verum Septentrionem, sed insulam quandam (quam Olaus Magnus Gothus in sua geographia vocat insulam magnetum) semper ex natura inspicere cogitur? Vnde, quoniam insula dicta ponitur ab authore prædicto aliquantum remota à polo, sub longitudine graduum 49. meridianoque transeunte per Peloponesum, urbemque Coronen; idcirco citra talē meridianū, obelus nauticæ pyxidis Græcizat (vt vulgato, nauticoque more loquar) ultra verò dictū meridianū maistrizat: sub ipso verò tali meridiano, recta Septentrionē, quorsum insula, respicit. Hæc ego declinationē obeli sepius olim admirabar. Sed postquā vidi Olai geographiā, hac mihi ratione satisfeci, siue quietiorē animū reddidi. Existimo tñ sup istoc negotio cōsulēdos esse peritiores nautas, vtrū expiētīā dictā causam cōprobet. aut fortasse certius quidquā assignēt. Quāquā scio quosdā de arte nauigandi scribētes rē in dubio reliquissē, adeo nō solū antiquis ignota, sed nobis quoque alicubi dubia sit. Nec mirū, cū multa præterea sint artificia mechanica à recētoribus inuenta, & indies inueniant. Talis est ars separandi aurū ab argēto. inuētio bōbardę, ars Impressoria, Saccari ex arūdinibus excoquēdi, Speculorū vitreorū planorū mixtura, Machina pistorū cribratoria, Ignis excussio per collisionē sclopertis additus. Omitto propugnaculorū structuras, machinarum genera, & quidquid quotidie noui hominū malitia, cupiditasque, & vter artifex excogitat: Adeo nimirum facile est adinuenire, aut inuentis addere.
- 83 Cur sagitta pyxidis seu magnes poculo natati impositus, detortus à situ suo nō statim ad eū rediēs quiescit, sed præterit semel, iterū & deinceps? Nōne facit hoc impetus virtutis ferrū aut lapidē monētis: quēadmodū pōd^o appēsū si à situ ppēdicularitatis dimouet, nō quiescit, statim ad eā rediēs, sed ab impetu proprio impulsū aliquoties ultra citraque reuertēs, tādē remissā vi ī ppēdiculo stabilit. quēadmodū & res grauis ad cētrū vniuersale liberē dimissā faceret, donec in eo quiesceret.

37. Febr. 12 Indi. 1569. aduersa fronte die Iouis
quem vñum aut saginatum vocant.

EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER TREDECIMVS,

Solidorum tertius, & Regularium
corporum primus

EX TRADITIONE MAVROLYCI,

PRÆFATIO.



QUINQUE sunt solida regularia Geometrarum, scilicet cubus, siue hexahedrum, quod sex basibus quadratis, & octo angulis solidis clauditur. Octahedrum, quod octo triangulis basibus, & sex angulis solidis finitur. Unde hæc duo sibi inuicem correlatiua sunt: quia quot bases habet unum, tot solidos angulos habet reliquum. Sequitur Icosahedrum viginti triangulis basibus, & duodecim angulis solidis constructum. Inde Dodecahedrum sub duodecim basi bus pentagonis & viginti angulis solidis clausum. & est aliud par correlatiuorum corporum vicissim alternans basium & angulorum numerum. Quintum verò solidum Pyramis unicum est, ac solitarium, correlatiuo carens. ipsum enim met sibi respondet: quandoquidem quatuor triangulas bases & totidem solidos sortitur. Nec aliud esse solidum Regulare præter hæc quinq; , certis ostenditur argumentis. Nam triangulum æquilaterum, aut triplicatum, aut quadruplicatum, aut quintuplicatum tantum formare potest angulum solidum (cum anguli plani pauciores tribus non construât illum) hinc ergo consurgunt tria solida,

G 4 scilicet

scilicet pyramis, octahedrum, & icosahedrum: sub quatuor scilicet, octo ac 20 triangulis basibus conclusa. tria inquam tantum. Deinde quadratum (quæ prima triangulum æquilatera, & æquiangula figura sequitur) triplicatum dumtaxat construit angulum solidum: & perinde solum generat cubum. & eadem ratione pentagonum æquilaterum & æquiangulum haud pluries quàm ter compactum ad anguli solidi formationem conuenit. & dodecahedrum solum compaginat. Unde plura his quinque regularia corpora non fiunt. Nam sex, aut plures anguli ex triangulo æquilatæro non faciunt angulum solidum. Nec plures tribus ex quadrato aut pentagono. Nec minus ex reliquis æquilateris & æquiangulis figuris. Horum constructio in Sphæra, & collatio quo ad latera, quo ad bases, quo ad superficies, quo ad corpulentias: & mutua inter ea descriptio, in quibus tota eorum speculatio versatur, in tribus his libellis diligentissimè traditur, unde & calculus numerarius elici potest.

AD ILLUSTRISSIMUM DOMINUM

D. HIERONYMUM BARRESIVM.

MAVROLYCI EPISTOLA.



ERE' tibi generosum, & viro generoso, dignum est ingenium D. Hieronyme, uir clarissime: qui, ut de modestia, liberalitate, ceterisque uirtutibus tuis taceam; bonis artibus, & mathematicis præcipue disciplinis tantopere delectaris. Namque hoc anno, dum Messana cum illustri socero tuo, urbis stratego commoratus es; cum alia multa, tum Euclidis elementorum libros duodecim, me legente, intellexisti: & adeo quidem acute, adeo perspicaciter, ut ante singula raperes, quam ego demonstrarem. Quin etiam tuis me ingeniosis sæpe obiectionibus acutiores reddebas. Vidisti, quæ Campani placita reijcienda fuerint, quæq; admittenda. Vidisti Zambertum noua sua translatione, neque iniuria exultantem, qui tamen, quoniam uel paucam uel nullam mathematicæ facultatis peritiâ tenet, neque Campanum scit reprehendere, neque ipse à Græco exemplari transuersum pollicem audet excedere, quasi historiam transferret. Nunc autem, cum mense Iunio, unâ cum illustri socero tuo, urbe, officij causa abesses: atque interim ego tres elementorum libros, qui restabant, percurrerem: animaduerti in illis nonnulla facilius ac ordinatius demonstrari potuisse, multa quoque necessaria deesse. Nec mirum, cum elementorum libri, atque hi præsertim postremi diuersis traditionibus fuerint immutati. Redegi itaque horum trium uoluminum prepositiones in hunc, quem uides, ordinem. In ipso decimo tertio libro addidimus propositionem unam, quæ hic sexta est: quoniam ipsa decimæ quartæ propositioni inseruit, & decimæ nonæ. Huc etiam ex sequenti libro duas propositiones translulimus quæ sunt hic septima, & duodecima. Nam septima facit ad octauæ ipsius & duodecimæ, ac secundæ demonstrationem. & duodecima ad faciliorem decimæ quartæ conclusionem. Hoc enim ordine, incredibile est memoratu, quanto faciliorem, breuioremque reddiderimus decimæ quartæ demonstrationem. in qua uidelicet pentagoni latus arguitur esse ea irrationalis, quæ Minor appellatur, existente circuli, cui pentagonum inscribitur, diametro rationali. Quartodecimo autem libro adiecimus propositiones quinque, supra uiginti. Quartam uidelicet cum quatuor & uiginti sequentibus: & quidem necessarias, ut pote sine quibus huiusmodi solidorum doctrina erat imperfecta. Nam, si Dodecahedri & Icosahedri comparatio, quo ad superficies, & solida per Hypsicles industriam laborata circumferatur: cur de comparatione trium reliquorum penitus taceatur? Si Dodecahedri, & Icosahedri bases ab eodem circulo comprehenduntur: noue tibi

atque

atque Octahedri quoque bases ab una periferia circumscribuntur? Si Dodecahedri & Icosahedri solida sunt superficibus proportionalia: & sicut cubi atq; Icosahedri latera; nonne cubi quoq; & Octahedri corpulentia sunt spolijs proportionales, ac sicut Pyramidis & Octahedri latera? Sive omnino: & id nos in nostris additionibus ostendimus: & illud pariter Icosahedrum cubo maius esse. Ut, sicut in ultima Tredecimi fit laterum comparatio: ita in decimoquarto soliditatum magnitudines inter se per ordinem conferantur. Suspicio hæc eadem ab Apolonio, atq; Aristero fuisse tractata: quæ vel temporis iniuria perierunt, vel hominum invidia, seu potius negligentia delitescunt. Quindecimum autem librum intactum dimissi, ut eum nobis Campanus exhibuit. quamquam ibi superflue, mea quidē sententia, docuit trium solidorum structuram: quæ in tredecimo ab Euclide explicatur. Hanc igitur lucubratiunculam tibi dedicamus, Barresi genere rose, literatorum amantissime. Videbis demonstrationes summam collectas, latius posthac, ubi tempus & oportunitas dabitur, exarandas. Nam & totum Euclidem quādoq; emaculare, facilioremq; reddere decreuimus, interim his utere. Vale & uive felix. Messana ex adibus nostris, 9. Iulij. M. D. XXXII.

Carmen ad eundem.

Quis neget esse hominem cælesti semine factum?
 Quis neget humanos morte carere animos?
 Aspice, quā uarios speculetur acuta recessus
 Mens Geometrarum non nisi plena Deo.
 Hi pedibus terram calcantes astra perennis
 Aetheris ingenio supposuere suo.
 En bonus Euclides docet hic, Natura quod aquis
 Hæc tantum basibus corpora quinq; facit.
 Pyramidem quatuor: mox octo Trigona secundum;
 Constituunt stabilem sena Quadrata cubum.
 Expediunt Solidum uicena triangula quartum
 Postremum bissex pentagonæ facies.
 Hypsicles horum confert ratione tenaci
 Nunc spolia & massas, nunc latera atq; bases.
 Quin ego sub tantis ducibus uestigia firmans
 Multa quidem super his ingeniosi dedi.
 Hæc tibi, cui sacrum est, soboles Barresia, nomen,
 Mittimus. hæc auro sunt preciosa magis.
 Diuitijs inhiat tetrus ignobile vulgus.
 At tua te dignus pectora pascat amor.

EVCLI

EVCLIDIS ELEMENTORVM

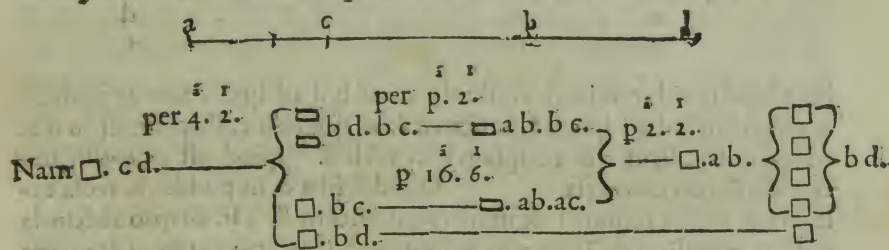
LIBER DECIMVSTERTIVS, SOLIDORVM

Tertius, & Corporum regularium primus.

Propositio prima:

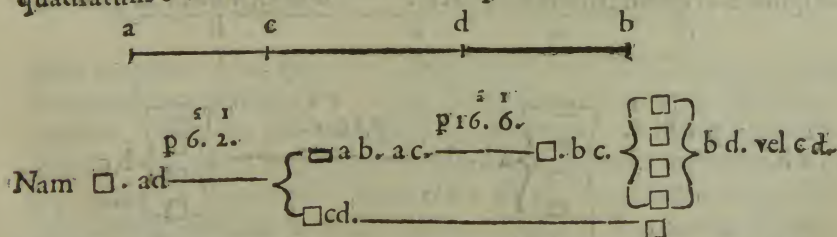
Si recta linea extrema, & media ratione secetur; maius segmentum admittens totius dimidium, quintuplum potest eius, quod ex totius dimidia. Linea a b. in pūcto c. secetur secundum mediam extremamq; rationem: & maius segmentum sit b c. At b d. sit ipsius a b. totius dimidium: Aio, quod quadratum ipsius c d. quintuplum est ad quadratum ipsius b d.

Si recta linea sui ipsius segmento quintuplū potuerit; dupla prædicti segmenti extrema & media ratione dissecta: maius segmentum reliqua est pars eius, quæ in principio, rectæ lineæ. Hæc est conuersa præcedentis. & vtriusq; demonstratio hæc est.



Vnde manifestum est, quod data linea secundum mediam extremamq; rationem secta, dantur singula eius segmenta.

Si recta linea media & extrema ratione secetur, minus segmentū admittens dimidiam maioris segmenti, quintuplum potest eius, quod à dimidio maioris segmenti, quadrati. Vt si a b. linea secetur in puncto c. media & extrema ratione: cuius maius segmentum b c. in puncto d. bifariam secetur. aio; quod quadratum a d. quintuplum est ad quadratum c d. Potest ostendi sicut antepremissa. Vel sic.



Et huius etiam conuersa eodem ostendetur syllogismo.

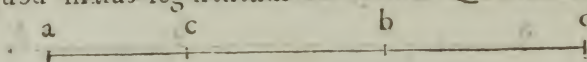
35

- 4 Si recta linea extrema & media ratione secetur : quod ex tota & minori segmento utraq; quadrata triplum sunt eius, quod à maiori segmento sit, quadrati. Linea a b. in puncto c. secetur extrema & media ratione. & b c. maius segmentum : Aio, quod quadrata ipsarum a b. a c. triplum sunt ad quadratum ipsius b c. Namq;

$$\begin{array}{c} a \quad c \quad b \\ \square. b a. \quad \left. \begin{array}{l} \text{per } 7. 2. \\ \square. a c. \end{array} \right\} \begin{array}{l} \square. b c. \\ \square. b a. a c. \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{per } 16. 6. \\ \left. \begin{array}{l} \square. b c. \\ \square. b c. \end{array} \right\} \end{array} \end{array}$$

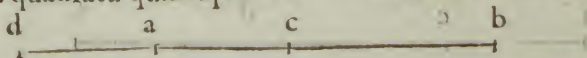
huius quoq; conuersa eodem concludetur discursu.

- 5 Si recta linea extrema & media ratione secetur : apponaturq; ei linea æqualis maiori segmento: Tunc & tota recta linea extrema & media ratione secabitur : & maius segmentum erit ea, quæ in principio, recta linea. Sit linea a b. in puncto c. extrema & media ratione, secta. & maius segmentum b c. cui æqualis apponatur b d. Aio tunc, quod & tota a d. extrema & media ratione secatur in puncto b. & quod maius segmentum est a b. Quod sic ostenditur



Nā a b. ad ipsā b c. vel b d. est sicut b c. vel b d. ad ipsā c a. ex hypothesi. & cōuersim b d. ad ipsam b a. sicut c a. ad ipsam b c. Et cōiunctim d a. ad ipsam b a. sicut a b. ad ipsam b c. vel b d. quod est propositum. Demonstratio conuersa. Quod si sit a d. in puncto b. secta extrema & media ratione : & maius segmentum sit a b. de quo abscindatur b c. æqualis b d. Tunc a b. in puncto c. secabitur extrema & media ratione. & maius segmentum b c. Nam d a. ad ipsam a b. sicut a b. ad ipsam b d. vel b c. & ideo per decimamnonam quinti, sic erit d b. vel b c. ad ipsam a c. quod est propositum.

- 6 Si recta linea extrema & media rōne secet, apponaturq; ei æqualis minori segmēto: Tota quintuplū poterit eius, quod à maiori segmēto, Quadrati. Linea a b. in pūcto c. secet extrema & media rōne. Cuius minori segmēto a c. æqualis applicet a d. Aio tūc, q quadratū ipsius d b. ad ipsius b c. quadratū quintuplū est. Cuius demonstratio hæc est.

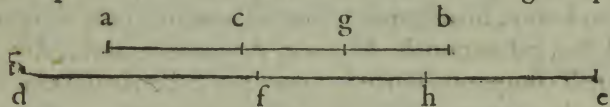


$$\square. d b. \quad \begin{array}{c} \text{per } 8. 2. \\ \left. \begin{array}{l} \square. a b. d a. \\ \square. a c. \\ \square. b c. \end{array} \right\} \quad \begin{array}{c} \text{per } 16. 6. \\ \left. \begin{array}{l} \square. b c. \\ \square. b c. \\ \square. b c. \\ \square. b c. \end{array} \right\} \end{array}$$

Potest & sub hoc processu, huius conuersa demonstrari.

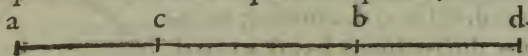
Si

Si duæ rectæ lineæ extrema singulæ & media ratione secantur, totæ ad maiora segmenta eandem habebunt rationem. item totæ ad minora eandem. Item segmenta segmentis proportionalia erunt. Vt si a b. in puncto c. & ipsa d e. in puncto f. extrema & media ratione secantur; quarum maiora segmenta sint b c. e f. Aio quod a b. ad ipsam b c. & d e. ad ipsam e f. proportionales erunt. item a b. ad ipsam c a. & d e. ad ipsam f d. proportionales. Demum b c. ad ipsam c a. sicut e f. ad ipsam f d. Secantur enim b c. e f. singulæ per æqua-



lia in punctis g h. Eritq; per tertiam huius, quadratum ipsius a g. ad quadratum ipsius g b. quintuplum. Itemq; quadratum ipsius d h. ad quadratum ipsius h e. quintuplum. Quare, per vigesimam primam sexti, erit a g. ad ipsam g b. sicut d h. ad ipsam h e. Ergo & coniunctim, a b. ad ipsam g b. sicut d e. ad ipsam e h. Sed sicut g b. ad ipsam b c. sic e h. ad ipsam e f. Igitur ex æquali, erit sicut a b. ad ipsam b c. sic d e. ad ipsam e f. & euerim sicut a b. ad ipsam a c. sic d e. ad ipsam d f. & disiunctim sicut b c. ad ipsam c a. sic e f. ad ipsam f d. Quæ demonstranda proponuntur. Quod si sit. a b. in puncto c. vt supra, diuisa. & d e. in puncto f. secata ad eandem rationem: iam facile concludetur & ipsa d e. in puncto f. extrema similiter & media ratione secari. Vnde linea in vno tantum puncto secatur extrema & media ratione.


Si recta linea rationalis extrema & media ratione secetur; vtrunq; segmentorum irrationale est: appellaturq; Apotomè. Linea a b. longitudine rationalis, in puncto c. extrema & media ratione secetur. sitq; maius segmentum b c. Aio quod tam b c. quàm a c. Apotomè est. Sit enim b d. dimidim ipsius a b. Eritq; per primam huius, quadratum ipsius c d. quintuplum ad quadratum ipsius d b. quæ rationalis est. Itaque c d. d b. sunt potentia tantum commensurabiles. Quare, cum c d. maius nomen sit potentia solum rationale; sequitur vt b c. sit Apotomè quinta, vt docet calculus.



Item comparetur ad ipsam a b. lōgitudine rationalem, æquum ipsius b c. quadrato rectangulum: eritq; secundum latus a c. per decimam sextam, sexti: & per nonagesimamseptimam, decimi, Apotomè prima. Quod si a b. sit potentia tantum rationalis: erit adhuc tam b c. quàm a c. Apotomè. Tunc enim sit e f. longitudine rationalis, in puncto g. extrema & media ratione diuisa: & f g. maius segmen-

tum.

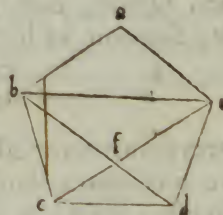
tum. Eritq; (sicut dudum ostensum est) tam fg. quàm ge. Apotomè. & quoniam per hypothesim ef. ipsi a b. potentia communicat: & tota ef. toti a b. & per præcedentem, sicut fg. ad ipsam b c. sic ge. ad ipsam c a. ideo segmenta segmentis in potentia communicant per undecimā decimi: igitur, p 103. decimi, tā b c. quàm c a. Apotomè est.

Item lineæ a b. in puncto c. ut prius  secta maius segmentum b c. sit rationale. Aio, quòd a c. apotomè est. & a b. binomium. Secetur enim b c. in puncto d. per æqualia. eritq; per tertiam huius, quadratum ipsius a d. quintuplum ad quadratum ipsius c d. Sed c d. rationale. Ergo a c. Apotomè quinta. Ad quam ex b c. rationali comparata latitudo, cum per decimā sextam sexti efficiat ipsam a b. erit per 113. decimi, a b. binomium. Rursus si a c. minus segmentum sit longitudine rationale; Aio, quòd a b. erit binomium primum. & b c. tunc binomium. Secetur enim c a. in puncto d. extrema & media ratione: sitq; c d. maius segmētum: eruntq; a b. b c. c a. c d. d a. continue proportionales. & ideo per æquam proportionem a b. c a. d a. in proportionem continua. igitur ab ipsa c a. ad ipsam a d. Apotomen primam comparata latitudo efficiet per 113. decimi a b. binomium primum. Esto igitur ipsius a b. maius nomen a e, quod maius erit, quàm a c. quippe quæ minor est, quàm dimidium a b. erit igitur a e. longitudine rationale. Cunj; sit a c. longitudine rationale, erit & c e. longitudine rationale. Sed e b. rationalis tantum potentia. ergo b c. binomium.



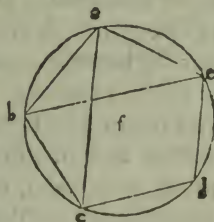
Quod si b c. sit potentia tantum rationale: erit adhuc a c. Apotomè & a b. binomium. & si sit a c. potentia tantum rationale, erit demū a b. binomium. & b c. binomium, eo syllogismo, quo in principio de tota vñ sumus.

- 9 S I Pentagoni æquilateri tres anguli continui, aut non continui æquales fuerint; æquiangulum erit pentagonum. Ut si pentagonum a b c d e. æquilaterum habeat tres angulos, ut a. c. d. vel b. c. d. æquales; æquiangulum erit. Nam ductis lineis b e. & e c. b d. se in puncto f. secantibus, iam per quartam, quintam & sextam primi facile demonstratur æqualitatem angulorum: & id quod proponitur.

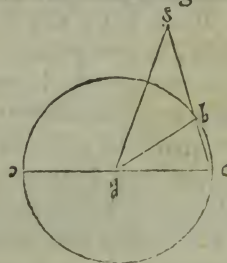


- 10 S I Pentagoni æquilateri & æquianguli binos continuos angulos binæ rectæ subtendant; extrema & media ratione se inuicem secabunt. & maiora segmenta singula erunt pentagoni lateribus æqualia. Esto pentagonum æquilaterū & æquiangulū a b c d e circulo

circulo a b c. inscriptum. connexis a c. b e. in puncto f. se inuicem secantibus; Aio, quod tam a c. in puncto f. quam b e. in eodem puncto secundum extremam & mediam rationem secatur. & ipsa maiora segmenta c f. e f. singula sunt ipsis a b. a e. æqualia. Nam ipsa triangula a b c. b a e. a f b. sunt similia: quoniam ad inuicem æquiangula. Et quoniam angulus a f e. duplus est per trigessimam secundam primi ad angulum f b a. & per vltimam sexti angulus c a e. duplus est ad angulum f b a. dictum. ideo anguli e a f. & e f a. inuicem æquales. & illis subtensæ e f. e a. inuicem æquales. & similiter b c. c f. ostendentur æquales. Quare, propter triangulorum similitudinem, sicut b e. ad ipsam e a. & ideo ad e f. sic erit a b. & ideo e f. ad ipsam f b. idemq; concludes de ipsa c a. secta in puncto f. Quam ob rem tam b e. quam c a. linea in puncto f. secundum extremam mediamq; rationem secatur. Constat ergo totum propositum.

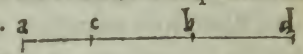


Si sexanguli & decagoni in eodem circulo descriptorum latera componantur, composita tota extrema & media ratione secatur: & maius segmentum est ipsius sexanguli latus. Vt si in circulo a b c. descripti latus decagoni sit b c. cui adnectatur in rectum b e. latus hexagoni in eodem circulo descripti, cuius diameter a d c. centrumq; d. Aio, quod c e. in puncto b. extrema & media ratione secatur: & maius segmentum b e. latus hexagoni. Erit enim angulus a d b. duplus ad angulum d b c. per trigessimam secundam primi. & angulus d b c. duplus ad angulum e. ergo angulus a d b. quadruplus ad angulum e. Sed idem angulus a d b. quadruplus ad angulum d b c. per vltimam sexti. igitur anguli e. & b d c. æquales. & idcirco triangula e d c. c b d. inuicem æquiangula & similia. Quare sicut est e c. ad ipsam c d. hoc est ad ipsam e b. sic erit c d. vel e b. ad ipsam b c. Atque ideo e c. in puncto b. extrema & media ratione secatur. quod erat demonstrandum.

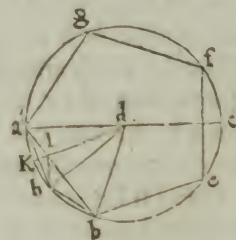


Quod si lineæ extrema & media ratione diuisæ maius segmentum sit latus hexagoni in aliquo circulo descripti; tunc minus segmentum erit latus decagoni in tali circulo clausi. Item si minus segmentum ponatur latus decagoni; tunc maius erit latus hexagoni eiusdem circuli. hæ sunt quasi conuersæ huius vndecimæ. & per ipsam vndecimam & septimam huius demonstratur.

Si latus sexanguli extrema & media ratione secetur, maius segmentum

mētū erit Decagoni latus circumscripti in circulo sexagulum circūscribente. Latus sexanguli cuiuspiam a b. secundū mediam extremamq; rationem secetur in puncto c. sitq; maius segmentum b c. Aio, qd b c. est latus decagoni in circulo, qui hexagonū circūscribit, descripti. Sit. n. latus decagoni b d. eritq; per præcedentē a d.  in puncto b. per extremā & mediam rationem diuisa: maiusq; segmentum a b. Ergo per septimam huius: sicut d a. ad ipsam a b. sic a b. ad ipsam b c. Sed sic etiam a b. ad ipsam b d. igitur b c. & b d. æquales. Sed b d. latus decagoni: quare & b c. idem latus est, in circulo, scilicet, cuius semidiameter a b. inscripti. quod est propositum. Vel sic. sit ipsi b c. æqualis b d. eritq; per quintam huius a d. in puncto b. extrema & media ratione secta. Sed a b. latus hexagoni. ergo per primam conuersarum præcedentis b d. latus decagoni. Quare & b c. idem latus. Quod si linea quæpiam extrema & media ratione secetur: & maius segmentum sit latus decagoni in circulo descripti: tunc tota linea erit latus hexagoni, siue semidiameter talis circuli. Hæc est conuersa huius duodecimæ. & per ipsam duodecimam & septimam huius ostenditur. Hinc manifestum est, quod si circuli decagonum circumscribentis diametros, fuerit rationalis longitudine vel tantum potentia; ipsum decagoni latus erit Apotomè. Hoc enim sequitur ex hac duodecima & octaua huius. Item si de latere hexagoni abscindatur latus decagoni: erit maius segmentum hexagonici lateris extrema & media ratione diuisi.

- 13 PENTAGONI latus potest hexagoni & decagoni latus in eo circulo, in quo pentagonum clauditur, descriptorum. Sit enim a b. latus pentagoni: a h. latus decagoni in circulo a b c. cuius diameter a d c. centrumq; d. inscriptorum: Aio, quod quadratum ipsius a b. æquum est quadratis ipsarum a d. & a h. simul sumptis ducatur d l k. per æqua secans latus & arcum decagoni. item chordæ a h. h b. & h l. Eruntq; duo triangula a b h. & a h l. similia. quoniam æquiangula. & ideo tres lineæ a b. h a. a l. continue proportionales. Quare quadratum h a. æquum ei, quod fit ex a b. in ipsam a l. Itē duo triangula a b d. d b l. similia, quandoquidem æquiangula: & idcirco tres lineæ a b. b d. b l. sunt in proportionē continua. & propterea quadratum b d. æquale ei, quod fit ex a b. in ipsam b l. Verū hæc duo producta, scilicet quod ex a b. a l. quodq; ex a b. b l. simul sumpta, sunt per secundam secundū, æqualia quadrato ipsius a b. igit quadratū ipsius a b. æquale est quadratis ipsarū h a. & a d. siue b d. simul sumptis. Quod fuit demonstrādū.



S1

Si in circulo rationalem habente diametrum Quinquangulum æquilaterum inscribatur: quinquanguli latus irrationale est, appellaturq; minor. Sit circuli semidiameter a b. longitudine primum rationalis. latus autem pentagoni circulo inscripti fg. Aio, quòd fg. irrationalis est, quæ minor. Secetur enim a b. in puncto c. media, extremaque ratione. eritq; b c. maius segmentum latus decagoni eidem circulo inscripti per ante præmissam. Sit quoque b d. ipsius a b. dimidium & ideo rationalis. Et a e. ipsi a b. æqualis, & ideo rationalis. eritq; tota e d. long^{ne} rationalis. & hoc vtere syllogismo. Quadratum ipsius c d. quincuplum est ad quadratum ipsius d b. per primam huius. & per sextam.

Quadratū ipsius e c. quincuplū est ad quadratum ipsius c b. Quare p 21^a. sexti, sicut e c. ad ipsam c b. sic c d. ad ipsam d b. Et permutatim, sicut e c. ad ipsam c d. sic c b. ad ipsam d b. Et coniunctim, sicut e d. ad ipsam d c. sic c d. ad ipsam d b. Sed quadratū ipsius c d. quincuplum ad quadratum ipsius d b. ergo & quadratum ipsius e d. quincuplum ad quadratum ipsius d c. Cumque e d. sit longitudine rationalis: erit e c. apotomè. Et quoniam quadratum ipsius e d. quincuplum est ad quadratum ipsius d c. ideo quadratum ipsius e d. ad quadratum, quo ipsa e d. potentior est, quam d c. est sicut quinque ad quatuor. Quare per nonam decimi, e d. potentior est, quam d c. In quadrato lineæ ipsi e d. longitudine incommensurabilis. Igitur e c. est apotomè quarta.

$$\begin{array}{c} \text{Cumq; sit} \\ \text{ex præmissa} \left\{ \begin{array}{l} \square. a b \\ \square. b c \end{array} \right. \xrightarrow{\text{per 16. sexti}} \square. a b. a c. \xrightarrow{\text{p 1. secūdi}} \square. e c. a b \end{array}$$

Idcirco quadratum ipsius fg. æquum est ei, quod fit ex ipsa e c. apotome quarta in ipsam a b. longitudine rationalē. Quare per 94^a. decimi, ipsa fg. est irrationalis illa, quæ minor dicitur.

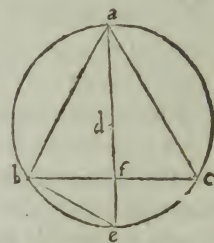
Quod si ponatur a b. potentia tantum rationalis: tunc fg. latus pentagoni circulo, cuius semidiameter a b. inscripti adhuc erit minor. Nam tunc fg. communicabit in potentia lateri pentagoni descripti in alio circulo, cuius semidiameter longitudine rationalis ponitur propter semidiametrorum & laterum proportionem. Sed illud latus erit linea minor: sicut dudum ostensum est. Ergo per 105. decimi fg. adhuc erit minor.

Si in circulo triangulum æquilaterum descriptum fuerit: ipsius trianguli latus, potentia triplum est ad circuli semidiametrum.

H culo

culo a b c. triangulum æquilaterum a b c. sit inscriptum. cuius circuli centrum d. & diameter sit a d e: Aio quòd quadratum ipsius a b. lateris triplum est ad quadratum ipsius a d. vel d e. semidiameter. Connectatur enim b c. quod est latus hexagoni: & ideo æqualis ipsi a d. Et hoc vt re argumento.

Nam quatuor quadrata ipsius a d. siue b e. simul accepta, sunt æqualia quadrato ipsius a e. diametri. Sed quadratum a e. per penultimam primi, æquum est quadratis ipsarum a b. b e. simul sumptis. Igitur quadrata hæc simul sumpta, æqua sunt quatuor quadratis ipsius b e. Quare dempto vtrinque quadrato vno ipsius b e. supersunt tria quadrata b e. æqualia ipsi quadrato ipsius a b. Triplum est ergo quadratum ipsius a b. ad quadratum ipsius b e. siue ipsius a d. quod fuit demonstrandum.



Vnde manifestum est quòd circuli diameter potest trianguli æquilateri & hexagoni æquilateri sibi inscriptorum latera.

Item patet, quòd a b. latus trianguli ad perpendicularem a f. potentialiter sesquitertium est. Et quòd d e. semidiameter per æqualia secatur in puncto f. *✱ Pro reliquarum figurarum lateribus additio. Item pro scientia chordarum.*

Quadrati quoque latus in circulo descripti potentialiter duplum esse ad semidiametrum circuli constat per sextam quarti

Descriptio autem Pentagoni intra datum circulum fit per decimam & vndecimam eiusdem.

Hexagoni verò latus æquum esse semidiameter circuli, conclusum est in quindecima eiusdem.

Ex his diuiso per æqualia arcu lateris quadrati, notescit latus Octogoni. Arcu quoque hexagonici lateris similiter secto, cognoscitur Dodecagoni latus. Namque chorda dimidiati arcus est media proportionalis inter diametrum circuli, & eius portionem, quæ à chorda totalis arcus abscinditur.

Porrò, si ponatur circuli diameter longæ vel saltem potentia rationalis, latus Octogoni intra circulum descripti, erit irrationalis linea, quæ minor dicitur. Latus vero dodecagoni linea irrationalis, quæ apotomè vocatur. Quod quidem ex ipso calculo constare potest: sicut & de lateribus Pentagoni & Decagoni in circulo rationalem diametrum habente descriptorum: & de lateribus Icosahedri & dodecahedri facere possemus.

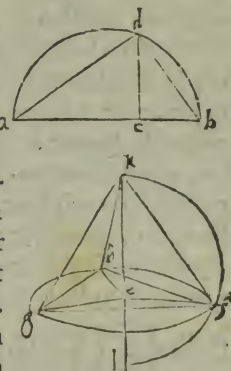
Item pro calculo chordarum illud notandum, quòd duæ chordæ semicirculum complentes, continent angulum rectū: vnde vna earum data, dabitur & reliqua per penultimam primi.

Et si

Et si quadrilaterum circulo inscriptum sit: tunc duo, quæ producuntur ex binis oppositis lateribus, pariter accepta rectangula sunt æqualia ei, quod sub diametris eius comprehenditur, rectangulo, ut Ptolemæus ostendit. Vnde, si duorum arcuum datæ sint chordæ, dabitur tam eorum aggregati, quàm differentiæ chorda. Hinc arcuum per totum semicirculum chordæ & sinus recti notescunt. Et omnis Chordimetria, quæ tam ad planorum, quàm ad sphaeralium triangulorum scientiam necessaria est. Nunc redeamus ad solida.

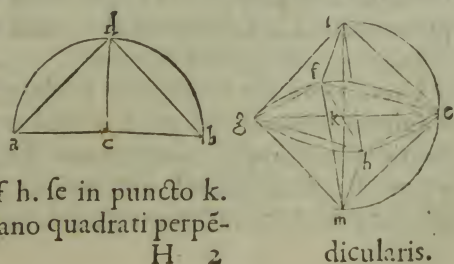
Pyramidem constituere, & data sphaera comprehendere: & 16
demonstrare, quod ipsius sphaeræ dimetiens potentia sesquialter est ad

latus ipsius Pyramidis. Sit datæ sphaeræ diameter a b. & ipsa a c. dupla ad ipsam c b. tum ducta c d. perpendiculari, erit per 17^a. sexti, quadratū ipsius a c. duplū ad quadratum ipsius c d. & per penult. primi, quadratū ipsius a d. triplū ad quadratum ipsius c d. Ponatur ipsi a b. æqualis k l. & ipsi a c. æqualis k e. & erecta perpendiculari e f. in semicirculo k f l. super centro e. fiat circulus f g h. & in eo triangulum æquilaterum f g h. & ducantur rectæ f k. g k. h k. Sic pyramis f g h k. constabit intra sphaeram, quam describet semicirculus f k l. æquilatera. Nam vnumquodque trium laterum k f. k g. k h. quadratū triplum erit ad quadratum ipsius e f. sicut quadratum triplum est ad quadratum ipsius c d. & per præcedentem vnumquodque trium laterum f g. g h. h f. quadratum triplum est ad quadratum ipsius e f. Igitur cuncta latera pyramidis k f g h. inuicem æqualia. Item quoniam b a. sesquialtera est ad ipsam a c. propterea per 8^a. & 17^a. sexti, quadratū ipsius a b. sesquialterum est ad quadratum ipsius a d. Igitur & quadratum ipsius k l. quæ est sphaeræ diameter, sesquialterum est ad quadratum ipsius k f. quod est latus pyramidis, quod est propositum.



Octaedrum construere, & data sphaera comprehendere: & osten- 17
dere, quod ipsius sphaeræ dimetiens potentia lateris ipsius octahedri

duplus est. Sit a b. datæ sphaeræ diameter. quæ in puncto c. per æqualia secetur, & excutetur c d. perpendicularis. Mox describatur quadratū e f g h. cuius latus sit ipsi a d. æquale. Et productis diametris e g. f h. se in puncto k. secantibus, educatur. l k m. plano quadrati perpē-



H 2

dicularis.

116 EVCLIDIS ELEMENTORVM

dicularis. vtrinque ad æqualitatem ipsius k g. prominens. Connexisq; tam l. quàm m. puncto cum 4^{or} angulis e f g h. completum est Octahedron quæsitum. & in sphæra, cuius diametri l m. e g. f h. & quam describit semicirculus l e m. comprehensum. Ad cuius diametrum g l. ipse sphæra dimetiens l m. potentialiter duplus est.

- 18 Cubum construere, & data sphæra comprehendere, & ostendere quòd ipsius sphæra dimetiens potentia triplus est ad latus ipsius cubi. Sit datæ sphærae diametros a b. ponaturque a c. dupla ipsius c b. sicut in pyramide. & ipsi b d. æquum sit e f. latus cubi e f g h k l m n. super basim quadratam e f g h. erecti lateribus ad perpendicularũ excitatis constructi. Ipse enim in sphæra, cuius diameter a b. clauditur. Cum enim a b. ipsius b c. tripla sit. Ideo per 8^a. & 17^a sexti. quadratum ipsius a b. triplum est ad quadratum ipsius b d. & similiter in cubo f k. diameter, connectens oppositos solidos angulos, qui demetiens est sphærae cubum circumscribentis, potèntialiter triplum ipsius e f. lateris cubiti cui æqualis linea b d. Igitur f k. æqualis ipsi a b. propositæ sphærae diametro. Et perinde cubus ab ipsa proposita Sphæra circumscribitur. quod faciendum & demonstrandum proponitur.

$$\square.fk \begin{cases} \square.kh. \\ \square.hf. \end{cases} \begin{cases} \square.fg. \\ \square.gf. \end{cases} \begin{cases} \square.gh. \\ \square.hg. \end{cases} \text{ Igr potentia ipsius f k. ter continet potètiã cu-} \\ \text{(biti lateris.)}$$

Manifestum est igitur, quòd quadrata laterum pyramidis & cubi pariter sumpta, sũt æqualia quadrato diametri sphærae, in qua describunt. Hoc enim quadratũ vni illorum sesquialterũ per ante præmissã, reliquo triplum est per præsentem. Item patet quòd a c. altitudo pyramidis ad b d. latus vel altitudinẽ cubi potentialiter, est sesquitertia.

- 19 I COSAHEDRYM construere & data sphæra comprehendere, & ostendere, quòd ipsius icosahedri latus irrationale est, appellaturq; minor. Sit datæ sphærae diametros a b. & a c. quadrupla sit ipsius b c. & excitata c d. perpendiculari: ductisq; ad d b. fiat primũ ex semidiametro b d. circulus e f g. intra quẽ claudatur

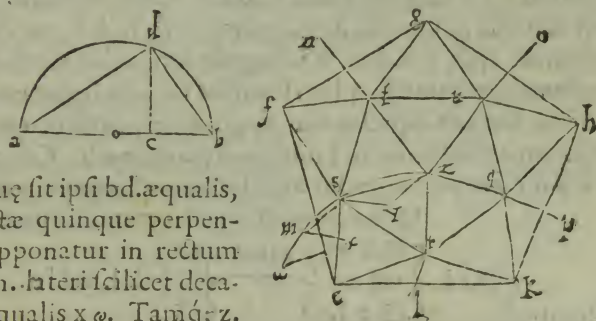
Penta-

Pentagonum e f g h k. & decagonum l m n o p. A quibus punctis excitentur perpendicularares ad circulum l r m s n t o u p q. Quæ singulæ sint æquales ipsi b d. A punctis autem q r s t u. singulis deducantur hypothemisæ binæ ad angulos Pentagoni: quæ sint q k. q h. v h. v g. t g. t f. f f. f e. r e. r k. Et quinque aliæ transversæ scilicet q r. r s. s t. t v. v q. connectant vertices harum perpendicularium: & faciant pentagonum q r s t v. æquilaterum primo. Quæ cum lateribus utriusq; Pentagoni facient decem triangula æquilatera. Nam unaquæque illarum hypothemisarum, per penultimam primi, potest perpendicularem, quæ est latus hexagoni circuli f g. & latus decagoni. & ideo, per 13ⁱ. huius, est æqualis lateri pẽ

tagoni. Item à centro circuli e f g. quod sit punctum x. excitetur ipsi circulo perpendicularis x y. quæ sit ipsi b d. æqualis, sicut aliæ prædictæ quinque perpendicularares. Cui apponatur in rectum y z. æqualis ipsi f n. lateri scilicet decagoni: & eidem æqualis x o. Tamq; z. quam o. connectatur cum quinque punctis pentagoni subiecti. Videlicet z. cum punctis q r s t v. At vero o. cum punctis e f g h k. Vnde fient, quina utrinque, hoc est decem aliæ triangula prioribus æquilatera. Quinque stilum concurrentia ad z. punctum: & totidem ad o. punctum. Unaquæque enim linearum poterit hexagoni & decagoni latus. & ideo singulæ erunt æquales ipsi e f. ipsæ enim m x. s y. sunt semidiametri circulorum e f g. & q r s. æqualium & latera hexagonica eorundem: sic completa sunt viginti triangula icosaëdru totum claudentia.

Et quoniam recta a b. quincupla est ad ipsam b c. ideo per 3ⁱ. & 7ⁱ. sexti, quadratum ipsius a b. quincuplum est ad quadratum ipsius b d. sed per 11ⁱ. & 6ⁱ. huius. quadratum o z. quincuplum est ad quadratum ipsius x y. quæ fuit æqualis ipsi b d. igitur o z. æqualis est ipsi a b. & quoniam x y. media proportionalis est inter z y. & z x. & ideo inter ipsas z y. & y o. Ideo tam y s. quam x m. ipsi x y. æqualis media proportionalis erit inter portiones diametri z o. Quæ semicirculus descriptus super z o. diametro, ibit per ipsa s m. pũcta. & semicirculus igitur super axe z o. stante semel reuolutus describet sphaeram contingẽtem singulos icosaëdri angulos. & perinde ipsum icosaëdru circumscribentem. Cumq; o z. sit ipsi a b. æqualis, iam solidum ipsum à data

H 3 sphaera



118 EVCLIDIS ELEMENTORVM

sphæra comprehendetur. Et quoniam rationalis est b d. quando-
quidem in potentia commensurabilis est ipsi a b. per hypothesim
rationali: ideo & m x. Illi æqualis rationalis est: semidiameter scilicet
circuli, cui pentagonum e f g. inscriptum est. Ergo per 14^a huius, &
ipsum e f. pentagoni latus, quod est & icosaedri latus, irrationalis est,
quæ minor factum est g. quod faciendum, & ostensum quod osten-
dendum proponitur.

20 DODECAHEDRVM construere, & data sphæra comprehendere: &
ostendere qd dodecahedri latus irrationale est, & appellatur apotomè.
si rationalis fuerit sphære diametros. Duarum basium cubi conti-
guarum a b. a c. latera duo. a d. & d b. Cum opposito secentur singula
per æqualia in punctis h f. e. ductisq; e f. g h. h k. per centra basium g k.
Secentur ipsæ g h. k e. k f. singulæ secundum mediam extremamque
rationem, in punctis q l m. suntque maiora segmenta g q. k l. k m.
quibus singulis æquales sint singulæ perpendiculares q r. quidem ad
planum a c. ipsæ autem l n. m p. ad planum a b. Connexisque punctis
a n p d r. fiet pentagonum æquilaterum & æquiangulum

Quod enim sit æquilaterum, sic patet,

$$\begin{array}{l} \square. a n. \left\{ \begin{array}{l} \square. a l. \\ \square. l n. \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \square. k æ. \\ \text{vel } a e. \\ \square. e l. \end{array} \right\} \xrightarrow{p 4 \text{ huius}} \left\{ \begin{array}{l} \square. \\ \square. \\ \square. \end{array} \right\} k l. \text{ vel } l n. \end{array}$$

Ergo a l. dupla ipsius k l. quare æqualis ipsi l m.
& ideo ipsi n p. Et similiter ostendemus, quod
d p. ipsi n p. quodque a r. r d. singulæ sunt ipsi
a n. d p. singulis æquales.

Quod autem totum pentagonum a r d p n.
sit in vno plano, Sic patet.

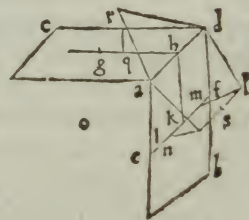
Exeat k s. ipsis l n. k p. parallelus: & ideo
eisdem æqualis & plano a b. perpendicularis. Eritque sicut r q. ad
ipsam q h: sic h k. ad ipsam k s. Nam in linea secta extrema & media
ratione, sic est tota ad maius, sicut maius ad minus segmentum. Ergo
triangula r q h. h k s. sunt similia: & quia sunt in vno plano, & latera
r q. h k. Item ipsa q h. k s. sunt æquidistantia: ideo per 3^o sexti, linea
r h s. est vna recta. Quare per 2^a vndecimi r h s. & a h d. rectæ sunt in
vno plano: & pentagonum ipsum in vno plano.

Quod verò sit æquiangulum, sic constat.

Cum e k. sit secta in puncto l. secundum mediam & extremam
rationem: & k m. sit æqualis k l. maiori segmento: ideo per 5^a huius,
ipsa quoque e m. in puncto k. similiter secta est: & maius segmentum
e k.

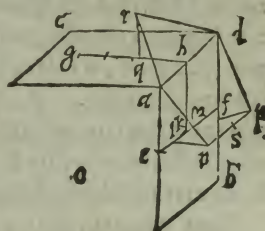
Vnde sic argue

□. a p.



$$\square . a p \left\{ \begin{array}{l} \square m p. \text{ vel } m k. \\ \square . a m \left\{ \begin{array}{l} \square . e m. \\ \square . a e. \end{array} \right. \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{per 4 huius.}} \left\{ \begin{array}{l} \square \\ \square \\ \square \end{array} \right\} e k. \text{ vel } a e. \\ \square . a e.$$

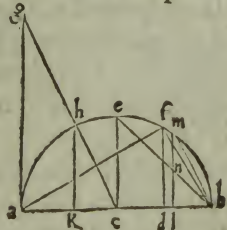
Ergo quadratum a p. quadruplum ad quadratum a e. & ideo a p. dupla est ipsius a e. Et perinde æqualis lateri cubi a d. Similiter ostendemus) quòd d n. æqualis est eidem a d. Quare per 8^a. primi, tam angulus a n p. quàm angulus n p d. æqualis est angulo a r d. Est quæ pentagonum æquilaterum: sicut dudum fuit demonstratum. Igitur per 9^a. huius, pentagonum a n p d r. æquiangulum est. Non aliter super vnumquodq; reliquorum vndecim laterum cubi comparetur pentagonum. Itaque duodecim pentagona component dodecahedrum. Et circumscribitur ab eadem sphaera, à qua & cubus. Quod sic demonstratur.



Duo plana per rectas h k. e f. secant cubum: quorum planorum communis sectio sit ipsa recta o k. quæ secabitur à diametro cubi. & secabat vicissim eam per æqualia in centro cubi, per 40. vndecimi. Sit itaque o. centrum cubi. & sic argumentare. In primis lineæ o a. o d. æquales: quoniam semidiametri sunt tam cubi, quàm sphaeræ. per 40^m. vndecimi & 18^{am}. huius. & qm o k. ipsi e k. & k s. ipsi k m. sunt æquales: Ideo o s. in puncto k. secatur extrema & media ratione. Vnde sic procede.

$$\square . o p. \left\{ \begin{array}{l} \square . p s. \text{ vel } s k. \\ \square . o s. \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{per 4. huius.}} \left\{ \begin{array}{l} \square \\ \square \\ \square \end{array} \right\} o k. \text{ vel } a e.$$

Ergo quadratum ipsius o p. triplum est ad quadratum ipsius a e. Sed a e. dimidium est lateris cubi. Igitur per 18. potestatem o d. semidiameter est sphaeræ. Et similiter ostendemus, quòd à puncto o. rectæ vniuersæ ad reliquos angulos dodecahedri sunt semidiametri sphaeræ cubum circumscribentis. Cum quæ 8. ex angulis dodecahedri sint simul cū angulis cubi, sicut qui ad ipsa a d. puncta: patet quòd sphaera ipsa, quæ cubum, circūscribet dodecahedrū. Quod tandē latus ipsum dodecahedri sit apotomè, sic patet.



Agatur r p. quæ secabit ipsam a d. secundum extremam & mediam rationē per 10^{am}. huius. & maius segmentum erit ipsi a r. æquale: cum quæ adsit potentia rationalis (quoniam sphaeræ diameter rationalis) ideo a r. latus

H 4

122 EVCLIDIS ELEMENTORVM

Latus dodecagoni $R. \sqrt{72. m. r. 3888}$
 est enim apotomè scilicet $R. 54. m. r. 18$
 Lineæ partium 6. extrema & media ratione diuisa maius segmentum
 est. $R. 45. m. 3.$ Minus verò. $9. m. r. 45$

¶ *Latera quinque corporum regularium intra spheram inscriptorum :
 cuius diameter habet partes duodecim.*

Latus tetrahedri siue pyramidis $R. 96$
 Latus hexahedri, siue cubi $R. 48$
 Latus octahedri $R. 72$
 Latus icosaedri $R. \sqrt{72. m. r. 1036. \frac{4}{7}}$
 est enim linea minor, scilicet $R. \sqrt{36. p. r. 1036. \frac{4}{7}}$ minus. $R. \sqrt{36. m. r. 1036. \frac{4}{7}}$
 Latus dodecahedri $R. 60. m. r. 12$
 Nam lineæ. $R. 48.$ (quod est latus cubi) extrema & media ratione secta
 maius segmentum est. $R. 60. m. r. 12.$ Minus verò. $R. 108. m. r. 60$

¶ *Perpendiculares à centro circuli, cuius diameter est partium duodecim ad latera figurarum æquilaterarum, intra ipsum descriptarum.*

Perpendicularis ad latus trianguli 3
 Ad latus quadrati $R. 18$
 Ad latus Hexagoni $R. 27$
 Ad latus decagoni $R. \sqrt{22. \frac{2}{7}} p. r. 101. \frac{1}{3}.$ linea maior.
 Ad latus pentagoni $R. \sqrt{13. \frac{1}{2}} p. r. 101. \frac{1}{3}$
 & est Binomium, scilicet $R. 11. \frac{1}{3} p. r. 1. \frac{1}{2}$
 Ad latus Octogoni $R. \sqrt{18. p. r. 162.}$ linea maior.
 Ad latus dodecagoni. $R. \sqrt{18. p. r. 243}$
 & est Binomium, scilicet $R. 13. \frac{1}{2} p. r. 1. \frac{1}{2}$

¶ *Perpendiculares à centro sphaerae, cuius diameter est partium duodecim ad bases quinque corporum regularium ab ipsa sphaera circumscriptorum.*

Perpendicularis ad basim pyramidis 2
 Ad basim tam octahedri, quàm cubi $R. 12$
 Ad basim tam icosaedri, quàm dodecahedri. $R. \sqrt{12. p. r. 115. \frac{1}{5}}$
 & est linea maior.

¶ *Semidiametri circulorum circumscribentium bases quinque corporum regularium à sphaera, cuius diameter est partium duodecim circumscriptorum.*

Semidiameter circuli circumscribentis basim Pyramidis $R. 32$
 Cir-

Circumscribentis triangulum octahedri & quadratum cubi R. 24
Circumscribentis triangulum icosaedri & pentagonum dodecahedri
R. v — 24. in. r. i i 5. $\frac{1}{5}$. linea minor.

Quæ quidem praxis, quo ad latera figurarum, bene respondet iis, quæ in hoc præmissis libro demonstrantur. Quo verò ad perpendicularares & bases, & ex eodem libro per calculum & elementarem doctrinam extrahi possunt. Qui calculus demonstrationis vicem agere potest, sicut & calculus laterum. Sed & in sequenti libro tam perpendiculararium & basium: quàm superficierum & corpulentiarum collatio plenissimè demonstrabitur: Et in postremo libro, mutua corporum inscriptio & circumscriptio brenissimè tradetur.

Elementorum Euclidis tredecimi, solidorum tertij, & regularium corporum primi libri finis.

EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER QVATVORDECIMVS, SOLIDORVM

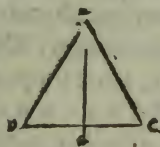
Quartus, & Corporum regularium secundus.

Ex traditione Maurolyci.



TRIANGVLI æquilateri latus ad perpendiculararem, 1
quæ ab angulo ad basim, potentia sesquitergium est.

In triangulo æquilatero a b c. ab angulo a. cadat a d. b c. perpendicularis a d. Aio quòd a b. latus ad perpendiculararem a d. potentia sesquitergium est. Nam quadratum ipsius a b. ad quadratum ipsius b d. quadruplum est. quandoquidem dupla est a b. ipsius b d. per penul. primi. Vnde sequitur vt quadratum ipsius a b. sit sesquitergium ad quadratum ipsius a d. Et hoc triplum ad quadratum ipsius b d. cum quadratum ipsius a b. sit æquum aggregato b d. a d. quadratorum.



Si trianguli æquilateri latus fuerit rationale, superficies eius est 2
medialis. Quod enim sit ex a d. in ipsam b d. æquum est ipsius trianguli a b c. superfici. Sed quadratum ipsius a d. ad quadratum ipsius b d. triplum est per præcedentem. Igitur per 9^a decimi a d. b d. potentia tantum sunt commensurabiles: Quare per 21^a decimi, productum ex a d. in ipsam b d. quæ est area trianguli, mediale est. Quod est proprium.

TOTA

- 3 TOTA superficies Pyramidis, vel octahedri, intra sphaeram, cuius diameter rationalis est, descripti medialis est. Nam si sphaerae diameter sit rationalis: erit ipsum solidi latus, per 16^a. vel 17^a. libri praecedentis, rationale. Quare, per praecedentem, vna basium solidi medialis est, Igitur & omnium basium congeries, hoc est tota superficies solidi, medialis est, sicut proponitur.
- 4 PYRAMIDIS latus ad perpendicularem, quae à vertice ad basim delabitur, potentia sesquialterum est. Inspecte descriptionem 16^a. praemissi libri. in qua sicut est k l. ad ipsam k f. sic est k f. ad ipsam k e. Sed k l. ipsius k f. potentia sesquialterum est. Ergo k f. latus solidi ad ipsam k e. perpendicularem potentia sesquialterum est. Quod est propositum.
- 5 A SPHAERAE centro ad basim circumscriptae pyramidis recta perpendicularis est sexta pars sphaericae diametri. Nam in descriptione 16. praesenti libri, k l. diameter ad k e. perpendicularem est sicut 5. ad 4. Ergo semidiameter ad ipsam k e. sicut 3. ad 4. sed excessus ipsius k e. super semidiametrum est ipsa à centro ad basim perpendicularis. Ergo ipsa perpendicularis est semidiametri pars tertia. Quare diameter sexta.
- 6 SPHAERAE semidiameter ad perpendicularem à centro ad basim octahedri circumscripti, potentia triplum est. Vnde latus ipsius solidi ad eandem perpendicularem potentia sextuplum erit.
- 7 Nam per 17. praeteriti, semidiameter sphaerae ad latus octahedri potentia est, sicut 3. ad 6. latus autem octahedri ad semidiametrum circuli, qui basim octahedri circumscribet, per 15. praemissi, est sicut 6. ad 2. in potentia. Ergo, per aequam proportionem, semidiameter sphaerae ad semidiametrum dicti circuli, est sicut 3. ad 2. Sed per penultimam primi, quadratum semidiametri dicti circuli cum quadrato perpendicularis aequum est quadrato semidiametri sphaerae. Igitur quadratum semidiametri sphaerae ad quadratum perpendicularis triplum. Quare latus octahedri sexuplum potentialiter ad eandem, sicut proponitur.
- 8 PERPENDICULARIS à centro sphaerae ad basim octahedri potentialiter tripla est ad perpendicularem ab eodem centro ad basim pyramidis in eadem sphaera locata. Nam, per praemissam perpendicularis octahedri ad semidiametrum sphaerae potentia est sicut 3. ad 9. Per ante praemissam autem, semidiameter sphaerae ad perpendicularem pyramidis, potentialiter est, sicut 9. ad 1. Per aequam ergo proportionem, perpendicularis octahedri ad perpendicularem pyramidis, potentia sicut tertium ad vnum, sicut proponitur.

PERPEN-

PERPENDICULARIS à centro sphæræ ad basim cubi ab ipsa sphærâ comprehensi, est dimidium lateris cubi. Patet hoc ex 18. 19. & 40. vndecimi.

DVÆ perpendiculares, una à centro sphæræ ad basim octahedri: altera ab eodem centro ad basim cubi in eadem sphærâ comprehensorum sunt æquales. Nam ex præmissa & 18. præcedentis, sphæræ semidiameter potentialiter tripla est ad perpendicularem cubi. Et per 6^a. huius, eadem semidiameter potentialiter tripla est ad perpendicularem octahedri. Quare perpendiculares ipsæ sunt inuicem æquales. quod est propositum.

BASIS pyramidis ad basim octahedri in eadem sphærâ comprehensi est sesquitercia. Nam quadratum lateris pyramidis ad quadratum diametri sphæræ, est sicut 2. ad 3. per 16. præcedentis. & ideo sicut 4. ad 6. sphæræ autem diametri quadratum ad quadratum lateris octahedri, sicut 6. ad 3. per 17. præcedentis. Quare per æquam proportionem, quadratum lateris pyramidis ad quadratum lateris octahedri erit sicut 4. ad 3. Quare sic triangulum ad triangulum per 18. sexti.

Hinc ergo manifestum est, quod tota pyramidis superficies ad totam octahedri superficiem est sicut 16 ad 24. videlicet subsesquialtera.

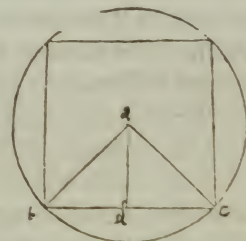
RATIO sexcupla superpartiens tres quartas, dupla est ad rationem, quam habet octahedri solidum ad pyramidis solidum in eadem sphærâ existentium. E ductis à centro sphæræ ad angulos solidorum rectis, secetur octahedrum in 8. pyramides: Tetrahedrum verò seu pyramis in quatuor. eruntque 8. pyramidum celsitudines ipsæ perpendiculares à centro sphæræ ad bases octahedri. Quatuor vero pyramidum celsitudines ipsæ perpendiculares ab eodem centro ad bases tetrahedri. Sit itaque pyramis a. cuius basis sit superficiem octahedri æqualis: celsitudo vero æqualis perpendiculari octahedri. Sit item b. pyramis, cuius basis superficiem tetrahedri, celsitudo vero perpendiculari tetrahedri sit æqualis. Eritque per 6^a. vndecimi, pyramis a. octahedro: pyramis vero b. tetrahedro æqualis. Quibus suppositis, erit per 7^a huius, celsitudo pyramidis a. ad celsitudinem pyramidis b. potentialiter tripla. & ideo sicut 27. ad 9. basis verò pyramidis a. ad basim pyramidis b. per corollarium præcedentis: erit sesquialtera: & ideo potentialiter, sicut 9. ad 4. Ergo per æquam proportionem, ratio pyramidis a. ad pyramidem b. (quæ ex rationibus celsitudinum & basium componitur) duplicata erit, sicut 27. ad 4. sicut enim simplæ simplam, sic duplæ duplam rationem componunt. Igitur & eadem ratio octahedri ad tetrahedrum, sicut proponitur demonstrandum.



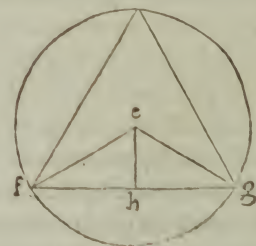
- 12 CUBI quadratum & octahedri triangulum ab vna sphaera comprehensum, ab eodem circulo circumscribuntur. Per 9^a. enim huius, perpendiculares à centro sphaerae ad bases huiusmodi solidorum sunt inuicem aequales. Quae autem à centro sphaerae ad angulos basium, sunt semidiametri sphaerae. Ergo per penultimam primi, si quadrata perpendicularium subtrahantur à quadratis semidiametrorum sphaerae; relinquentur quadrata semidiametrorum circulorum qui bases ipsas circumscribunt, per communem conceptum, aequalia. Quare & ipsae circulorum semidiametri aequales erunt. quod est propositum. Idem aliter ostendetur, sic. Quadratum lateris octahedri ad quadratum diametri sphaerae, per 17^a praemissi, est sicut 3. ad 6. Quadratum vero diameter sphaerae ad quadratum lateris cubi, per 18^a. eiusdem, est sicut 6. ad 2. Per aequam ergo proportionem, latus octahedri ad latus cubi, potentialiter est, sicut 3. ad 2. Capiatur ergo circulus, cuius semidiametri quadratum sit dimidium quadrati cubici. eritque idem tertius pars quadrati lateris octahedri. Hic ergo circulus, per penultimam primi, circumscribet quadratam basim cubi: & per 15^a praecedentis libri, triangulam basim octahedri, quod est propositum.

Vnde rursus perpendiculares à centro sphaerae ad bases octahedri atque cubi circumscriptorum arguentur aequales, adducta penul. primi.

- 13 QVOD sub perpendiculari à centro basis cubi ad latus, & sub ipso latere comprehenditur, rectangulum est totius cubicae superficiei pars duodecima. A centro basis cubi a. ad latus b c. exeat perpendicularis a d. Aio, quod id, quod sub a d. b c. comprehenditur, rectangulum est totius cubicae superficiei pars 12^a. Patet: nam tota cubi superficies diuiditur in 2. triangula singula aequalia, & similia ipsi triangulo a b c. Et ex a d. in b c. producitur duplum trianguli a b c. per 41^a. primi.



- 14 QVOD sub perpendiculari à centro basis octahedri ad latus, & sub ipso latere comprehenditur, rectangulum est totius solidi areae pars 12^a. A centro basis octahedri e. ad latus f g. cadat perpendicularis e h. Aio, quod id, quod sub e h. f g. comprehenditur, rectangulum est totius octahedri superficiei pars 12^a. Patet hæc, sicut praecedens. habet enim tota octahedri superficies 24. triangula aequalia singula ipsi Δ^o e f g. adducta 41^a. primi.



Manifestum

Manifestum est ergo, quod cubica superficies ad octahedri superficiem, est sicut rectangulum, quod sub latere cubi & ei perpendiculari à centro comprehenditur, ad rectangulum quod sub latere octahedri & ei perpendiculari à centro circuli continetur.

A CENTRO circuli ad latus trianguli æquilateri in circulo descripti 15 perpendicularis dimidium est semidiametri eiusdem circuli. In circulo a b c. sit triangulum æquilaterum a b c. A cuius centro d. exeat perpendicularis d e. Aio, quod d e. est dimidium semidiameter d b. Producatur enim d e. ad periferiam in punctum f. & connectatur b f. quod erit latus hexagoni: & ideo æquale semidiameter per 15^a. quarti. Quare, si à quadratis ipsarum d b. b f. æqualibus auferatur quadratum ipsius b e. per penultimam primi, supererunt quadrata ipsarum d e. e f. æqualia. Quare d e. e f. æquales. & ideo d e. perpendicularis dimidium est ipsius d f. semidiameter. quod est propositum. Idem consistit in 3^o corollario 15. præmissi.



SESQUITERTIA ratio dupla est eius, quam habet tota cubi superficies ad totam octahedri superficiem. Inspice figurationes 13^a. & 14^a. præcedentium. sitque a. basis cubi: e. vero basis octahedri intra duos circulos inuicem æquales descriptæ per 12^a huius. quoniã solida in eadem sphaera locari supponuntur. Quoniam igitur quadratum a. & triangulum e. in circulo sunt æqualibus: ideo ratio dupla eius, quam habet b c. ad ipsam f g. erit sicut 4. ad 6. per 15^a. præmissi. Dupla verò ratio eius, quam habet a d. ad ipsam e h. est sicut 6. ad 3. Nam, per præcedentem e h. est dimidium ipsius a c. ad quod dimidium ipsa a d. potentialiter dupla est. Sed ex his duabus duplis, per 24^a. sexti, componitur ratio dupla eius, quam habet rectangulum sub ipsis b c. a d. contentum ad rectangulum sub ipsis f g. e h. comprehensum. Igitur, per æquam proportionem, ratio 4. ad 3. dupla est eius, quam habet rectangulum ipsarum b c. a d. ad rectangulum ipsarum f g. e h. Sed hæc ratio, per corollarium antepremissæ, est sicut cubica superficies ad octahedricam superficiem. Ergo & ratio 4. ad 3. dupla est rationis, quam habet cubica superficies ad octahedricam superficiem. hoc est sesquitertia: sicut proponitur demonstrandum.

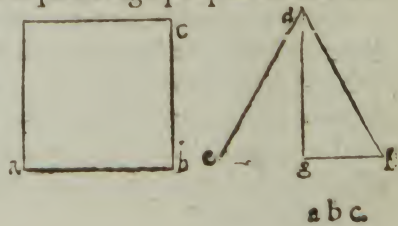
CUBICA superficies ad octahedri superficiem est sicut pyramidis 17 latus ad octahedri latus in eadem sphaera. Nam pyramidis latus ad sphaeræ diametrum, per 16^a. præmissi, potentialiter est sicut 4. ad 6. sphaeræ autem diameter ad octahedri latus, per 17^{am} eiusdem, est sicut 6. ad 3. potentialiter. Ergo per æquam proportionem, pyramidis latus ad octahedri latus, potentialiter erit, sicut 4. ad 3. hoc est sesquitertia: Sed

sed per precedentem, cubica superficies ad octahedri superficiem sesquitercia est potentialiter. Sequitur ergo ut cubita superficies ad octahedri superficiem, sit sicut pyramidis latus ad octahedri latus. quod est propositum.

- 18 SICUT est cubi superficies ad octahedri superficiem, sic cubi solidum ad octahedri solidum in eadem sphaera. Excant enim à centro sphaera ad singulos solidorum angulos semidiametri. Sic enim cubus secabitur in sex pyramides quadratas: octahedrum verum in octo pyramides triangulas. Eruntque perpendiculares à centro ad bases tam illarum, quam harum pyramidum, per 9^{am} huius, vel per corollarium 12^a huius, inuicem æquales. Intelligantur itaque geminae pyramides sub fastigio dictæ perpendicularis ambæ. Quarum vna a. cuius basis sit omnibus cubi basibus æqualis. altera b. cuius basis sit omnibus octahedri basibus æqualis. Eritque per sextam vndecimi pyramis a. æqualis cubo. pyramis verò b. æqualis octahedro. Et quoniam sub eodem sunt fastigio, erit pyramis a. ad pyramidem b. sicut basis a. ad basim b. Quare & cubi solidum ad octahedri solidum erit, sicut cubi superficies ab cubi superficiem. Quod fuit demonstrandum.

Manifestum est ergo, quod cubi solidum ad octahedri solidum est, sic pyramidis latus ad octahedri latus in vna sphaera contentorum, hoc est potentialiter sesquitercium.

- 19 DUPLA, decemque vicissimas septimas superparties ratio est, sicut ratio cubicæ basis ad octahedricam basim duplicata, solidorum in eadem sphaera locatorum. Esto a b c. quadratum cubi. d e f. triangulum octahedri eiusdem sphaera. Aio, q ratio 64. ad 27. dupla est eius, quā habet quadratum a b c. ad triangulum d e f. Cadat enim d g. ad basim e f. perpendicularis. Et quoniam quadratum a b c. & triangulum d e f. per 12^{am} huius, in eodem circulo inscribuntur: ideo latus a b. ad ipsum d e. potentialiter erit subsesquialterum, hoc est, sicut 8. ad 12. per quindecimam premissi & sequentia corollaria. Sed d e. ad ipsam d g. per primam huius, sicut 12. ad 9. Per æquam ergo proportionem a b. vel b c. ad ipsam d g. potentialiter erit, sicut 8. ad 9. Item d e. ad ipsam e g. potentialiter est, sicut 12. ad 3. Rursus ergo per eam proportionē, a b. ad ipsam e g. potentialiter erit, sicut 8. ad 3. verum ratio quadrati



abc. ad triangulum d e f. componitur ex ratione a b. ad ipsam e g. & ex ratione b c. ad ipsam a g. Ergo ratio dupla quadrata a b c. ad triangulum d e f. componetur ex duplis rationibus earundem. & quoniam dupla eius, quam habet a b. ad ipsam e g. fuit, sicut 8. ad 3. hoc est, sicut 64. ad 24. Dupla autem eius, quam habet b c. ad ipsam d g. fuit sicut 8. ad 9. hoc est, sicut 24. ad 27. Ideo, per æquam proportionem, dupla eius, quam habet quadratum a b c. ad triangulum d e f. erit sicut 64. ad 27. quod fuerat demonstrandum.

SESQUITERTIA ratio dupla est eius, quam habet cubica basis ad pyramidis basim in eadem sphaera. Patet. Nam per præmissam, ratio 64. ad 27. dupla est eius, quam habet cubica basis ad octahedricam basim. Item per 16^{am} huius, ratio 9. ad 16. hoc est ratio 27. ad 48. dupla est eius, quam habet octahedrica basis ad pyramidis basim. Per æquam ergo proportionem, ratio dupla eius, quam habet cubica basis ad pyramidis basim, est sicut 64. ad 48. & ideo sicut 4. ad 3. hoc est, sesquitertia. sicut proponitur. Hoc idem posses concludere laterum rationes componendo, sicut in præcedenti.

Hinc manifestum est, quod cubica basis ad pyramidis basim est sicut tota cubi superficies ad totam octahedri superficiem. Et sicut solidum ad solidum. & sicut pyramidis latus ad octahedri latus. constat enim hoc ex præsentibus 16^a. 17^a. & 18^a. præmissis.

TRIPLA ratio dupla est eius, quam habet cubica superficies ad pyramidis superficiem in eadem sphaera. Nam, per 16^{am} huius, sesquitertia ratio, scilicet 12. ad 9. dupla est eius, quam habet cubica superficies ad octahedricam superficiem. Item per corollarium. 10^a. ratio 9. ad 4. dupla est eius, quam habet octahedri superficies ad pyramidis superficiem. Per æquam ergo proportionem, ratio 12. ad 4. hoc est tripla, dupla est eius, quam habet cubica superficies ad pyramidis superficiem. Quod est propositum.

CUBVS triplus est ad pyramidem in eadem sphaera descriptam. Nam, per 18^{am} huius, ratio sesquitertia, hoc est 36 ad 27. dupla est eius, quam habet cubus ad octahedrum. Item, per undecimam huius, ratio 27. ad 4. dupla est eius, quam habet octahedrum ad pyramidem. Ergo, per æquam proportionem, ratio 36. ad 4. dupla est eius, quam habet cubus ad pyramidem. Sed hæc eadem ratio 36. ad 4. per 11^{am} octavi, dupla est eius, quam habet 6. ad 2. Ergo cubus ad pyramidem, sicut 6. ad 2 hoc est sicut 3. ad 1. videlicet triplus. sicut proponitur demonstrandum.

Id idem potest aliter ostendi. Erecta enim pyramide super basim cubi ad altitudinem cubi: hæc pyramis quadrata erit æqualis tetrahedro. Sed cubus ad hanc pyramidem triplus per 7^a. 11. Ergo idem

I cubus

cubus ad tetrahedrum triplus. Quod autem pyramis ipsa cubi equalis sit tetrahedro, patet. quoniam per 20^a. huius, sesquitercia ratio dupla est eius, quam habet basis cubicæ pyramidis ad basim tetrahedri. Rursum sesquitercia ratio dupla est eius, quam habet fastigium tetrahedri ad fastigium cubicæ pyramidis, per 2^u corollarium. 18^a præmissi libelli. Ergo bases cubicæ pyramidis, & tetrahedri reciproce sunt celsitudinibus. Quare per 9^a vndecimi, cubica pyramis tetrahedro æqualis est. quod supererat demonstrandum.

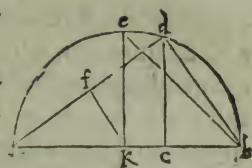
Idem sequitur, si pyramidis vel tetrahedri columnam triangulam erigas: quæ cum sit tripla tetrahedro & æqualis cubo: rursus arguitur cubus ad tetrahedrum triplus. Quod autem prædicta columna triangula sit æqualis cubo: patet, quoniam bases in ipsis sunt altitudinibus reciproce per corollarium dictum, & per 20^a. huius.

Idem aliter, & quarto modo demonstrabimus (quæ curiositas est ingeniorum) Sic. Diameter sphaeræ potentialiter tripla est ad latus cubi sibi inscripti, per 18^a præcedentis. Ergo ad eius dimidium (quanta est perpendicularis à centro sphaeræ ad basim cubi per 8^a. huius) erit duodecupla. Item, per 5^a. huius, sphaeræ diameter est trigecupla sexcupla ad perpendicularem à centro sphaeræ ad basim pyramidis. Igitur perpendicularis cubi, ad perpendicularem pyramidis potentialiter erit tripla. Quoniam vero ex ductu perpendicularis à centro sphaeræ ad basim solidi regularis, in totam superficiem solidi producit, triplum soliditatis: idcirco triplum soliditatis cubi ad triplum soliditatis pyramidis rationem habet compositam ex rationibus duabus, scilicet ex ratione perpendicularem & ex ratione superficialium. Sed perpendicularis cubi ad perpendicularem pyramidis, dudum ostensa fuit potentialiter tripla. Cubica vero superficies ad pyramidis superficiem, per 21^m huius potentialiter quoque tripla est. Igè ratio tripli soliditatis cubicæ ad triplum soliditatis pyramidis, potentialiter sumpta, componetur ex duabus triplis rationibus. Quare potentialiter erit nonupla. Et ideo triplum cubi ad triplum pyramidis erit nonuplum potentialiter. Vnde & cubus ad pyramidem item potentialiter nonuplus: & perinde in magnitudine triplus. sicut tribus alijs processibus dudum demonstratum fuit. Et hic est quartus demonstrationis modus.

REPETITIO PRO CALCULO.

ET QUONIAM, ingeniose Lector, harum diametrorum, laterum, perpendicularem ratio & collatio constat per calculum: ideo repetemus hic omnia, quæ circa sphaeram, pyramidem, octahedrum & cubum tradita sunt, in lineamento & calculo, ut repetita melius teneantur. Sic. Super diametrum a b. centrumque k. stet semicirculus a d b.

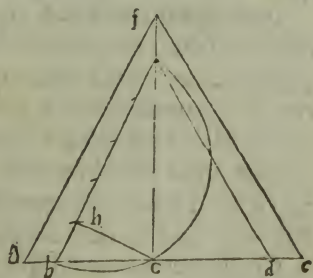
a d b. sitq; a c. dupla ipsius c b. & excitatis perpē-
dicularibus c d. k e. k f. Connectantur a d. d b.
b e. Vnde constabit ex 16^{am} præmissi, quod posita
a b. diametro sphæræ, erit a d. latus pyramidis in
sphæra descripti. Per 17^{am} e b. latus octahedri.
Per 18^{am} b d. latus cubi Per 4^{am} huius, a c. perpē-
dicularis à vertice pyramidis ad basim. Per 5^{am} huius, k c. perpendicu-
laris à centro sphæræ ad basim pyramidis. Per 6^{am} huius k f. perpendi-
cularis à cētro sphæræ ad basim octahedri. Nam per 8^{am} est dimidium
ipsius b d. Et per 9^{am} æqualis perpendicularis à cētro sphæræ ad basim
cubi. Item ex 16^a præmissi, constat c d. esse semidiametrum circuli
circūscribentis basim pyramidis. Per 12^{am} quoq; huius, patet triāgulū
octahedri, & quadratum cubi ab eodem circulo circumscribi. Namq;
b e. latus octahedri ad semidiametrū dicti circuli triplum: & b d. latus
cubi ad eandem semidiametrum est potentialiter duplum. Cum illud
latus ad hoc sit potētiāter sesquialterum. Exponetur nunc in tabella
numerarius calculus, per quem nihilominus omnia demonstrantur.



A b. diameter sphæræ supponitur		12
b k. semidiameter eius		6
a d. latus pyramidis		r. 96
b e. latus octahedri	r. 72	b d. latus cubi r. 48
a c. perpendicularis à vertice pyramidis ad basim		8
c b. excessus diameter super dictam perpendicularem		4
k c. perpendicularis à centro sphæræ ad basim pyramidis		2
k f. perpendicularis à centro sphæræ ad basim octahedri & etiam ad basim cubi.		r. 12
c d. semidiameter circuli circūscribentis basim pyramidis		r. 32
Semidiameter circuli circūscribētis quadratum cubi & triangulum octahedri		r. 24
Ad quam videlicet latus octahedri (quod & trianguli) triplum: latus vero cubi (quod & quadrati) duplum est.		

*Quæ quidem pertinent ad tria solida, scilicet pyra-
midem, octahedrum & cubum.*

ET N E quid intētatum relinquatur,
subiungemus nunc duorum, quæ
restant, solidorū lineamentum & calculū.
Ponatur a b. semidiameter sphæræ: super
quam describatur semicirculus b c a. Et
in diametro, sit a h. quadrupla residui b h.
Et excitata h c. perpendiculari, coniungatur b c. c a. & producantur
vtrinque. Sitq; ipsi a b. æqualis b d. atque cōnectatur a d. quæ, per 21^{am}
præmissi,



I 2

præmissi,

quæ componitur ex b c. dicto dimidio, & ex c d. latere decagoni. Et hoc est tertium corollarium.

Notandum etiam quod hæc eadem corollaria sequebantur in descriptione & lineamento 19. prætendentis libri.

Si sphaera circumscribat dodecahedrum & cubum: tunc latus cubi est linea, quæ subtendit angulum in pentagono dodecahedri. Et hoc etiam corollarium constat in 20^a præmissi.

Nunc veniamus ad praxim calculi theoriam comprobantes: & sphaeræ semidiametrum partium 6. sicut antea, ponentes.

A b. semidiameter sphaeræ	6	c f. latus cubi	r. 48
a h.	$4\frac{4}{5}$	c g.	r. 12
h b.	$1\frac{1}{5}$	c e. latus dodecahedri. r. 60. m.	r. 12
c h	$2\frac{2}{5}$		
a c	r. 28 $\frac{4}{5}$	Quæ singula respondent	
b c	r. 7 $\frac{1}{5}$	iis, quæ superius de-	
a d. latus icosaedri. scilicet r. v.		monstrantur.	
72. m. r. 1036 $\frac{4}{5}$			

Hactenus quæ circa latera & bases ac perpendiculares pyramidis, octaedri, atque cubi & eorum collationes. nec non circa latera icosaedri atque dodecahedri consideranda sunt, tradidimus.

Deinceps ad perpendiculares, bases, superficies ac soliditates horum duorum, & collationem demonstrandam veniemus. & hinc secundum hunc libellum terminabimus.

A CENTRO sphaeræ ad basim icosaedri recta perpendicularis maior est, quàm perpendicularis ab eodem cetro ad basim cubi in eadem sphaera constituti. Pater. Nam circulus circumscribens quadratum cubi, maior est circulo circumscribente triangulum icosaedri. Nam ille circulus, per 12^a huius, circumscribit triangulum octaedri. quod triangulum maius est triangulo icosaedri, quod circumscribit hic. Ergo si quadrata horum semidiametrorum singula subtrahantur à quadrato semidiametri sphaeræ; supererunt per penultimam primi, quadrata perpendicularium à centro sphaeræ ad ipsas solidorum bases. Per subtractionem igitur minoris quadrati, supererit maius quadratum, & ideo maior perpendicularis. Quoniam igitur minor est circulus circumscribens basim icosaedri, & ideo minus quadratum eius semidiameter; ideo maior erit perpendicularis à cetro sphaeræ ad basim icosaedri, quàm ab eodem centro perpendicularis ad basim cubi. Quod est propositum. Poterat & prius ostendi, quod

134 EVCLIDIS ELEMENTORVM

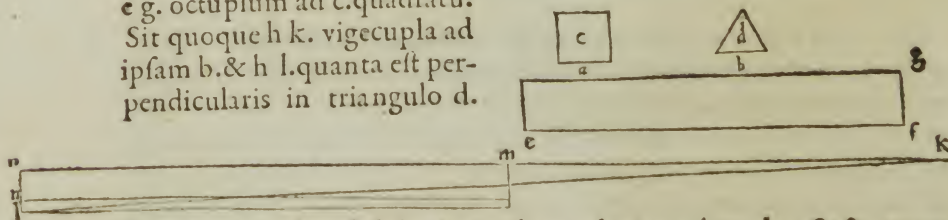
perpendicularis icofahedri maior est,quàm perpendicularis octahedri (quoniam illius triangulum minus est)& ideo maior,quàm perpendicularis cubi, sicut demonstrandum proponitur.

24 MAIUS est icofahedri latus sphaerae, intra quam describitur, semidiametro. Intuere descriptionem vltimae praecedentis libelli: in qua a h. & m b. sunt e quales: & harum vtralibet maior, quàm m l. & ideo maior, quàm k l. & ideo maior, quàm h m. Igitur m b. assumit de semicirculo plusquàm tertiam partem: ergo maius est m b. quàm latus hexagoni in ipso circulo descripto. Quare latus icofahedri maius semidiametro sphaerae. quod est propositum. Idem constat in lineameto praedictae repetitionis. vbi a d. longum quàm a b. quoniam c d. longior, quàm b c. & similiter constat propositum.

25 Duo quadrata, quae ex sphaerae diametro simul sumpta aequalia, sunt superficiei cubi in sphaera constructi. Per 18^a enim praemissi libelli, quadratum, quod est sphaerae diametro triplum, est quadrato cubi lateris: cumque sex quadrata cubi perficiant cubicam superficiem. patet propositum.

Hinc manifestum est, quod octo quadrata, quae à sphaerica semidiametro, adaequant cubicam superficiem.

26 VIGINTI triangula aequilatera maius sunt, quàm octo quadrata super eisdem descripta lateribus. Vt si sint super lineas a b. aequales, quadratum c. & triangulum d. aequilaterum: Aio, quod 20. triangula aequalia singula triangulo d. maius sunt quàm 8. quadrata singula aequalia quadrato c. Sit enim e f. octupla ad lineam a. & f g. aequalis ipsi a. eritque rectangulum e g. octuplum ad c. quadratū. Sit quoque h k. vigecupla ad ipsam b. & h l. quanta est perpendicularis in triangulo d.



Et erit triangulum h k l. vigecuplum ad triangulum d. Secta quoque per aequalia h k. in puncto m. erit rectangulum l m. equum rectangulo h k l. per 41^a. primi. Eritque f g. ad ipsam h l. potentialiter sesquitercia, per primam huius. Sed h m. ad ipsam e f. per hypothesin, sicut 5. ad 4. & ideo potentialiter sicut 25. ad 16. Maior ergo est ratio h m. ad ipsam e f. quàm ratio ipsius f g. ad ipsam h l. Sit itaque sicut h m. ad ipsam e f. sic f g. ad ipsam h n. Eritque per 8^a quinti h n. minor, quàm h l. Fiat ergo rectangulum m n. quod, per 13^a sexti, erit aequum rectangulo e g. propter reciprocam laterum rationem. Quare rectangulum l m. maius

maius erit rectangulo e g. fuit autem rectangulum l m. æquum triangulo h k l. & ideo vigecuplum ad triangulum d. Et rectangulum e g. octuplum ad c. quadratum. Igitur dictum vigecuplum maius dicto octuplo: Quod erat demonstrandum. Imò 19. triangula huiusmodi excedunt dicti quadrati octuplum. vt docet ipsa rationum compositio.

ICOSAHEDRI superficies maior est, quàm cubi in eadem sphaera positi superficies. Nam, per præcedentem, viginti triangula æquilatera super semidiametro sphaeræ constituta maius sunt, quàm octo quadrata super eadē semidiametro descripta. Sed p 24^{am} huius, latus icosaedri maius est sphaeræ, in qua locatur, semidiametro. A' fortiori ergo 20. triangula super latus icosaedri constituta, maiora sunt, quàm octo quadrata super semidiametro sphaeræ descripta. Sed 20. triangula huiusmodi cōponūt totam icosaedri superficiē. Et octo quadrata semidiametri sphaeræ, per 25^{am} constant totam cubi superficiē. Ergo & icosaedri superficies maior erit, quàm cubi superficies. sicut demonstrandum proponitur.

ICOSAHEDRUM maius est cubo secum in vna sphaera descripto. Patet. Nam perpendicularis à centro sphaeræ ad basim icosaedri maior est, per 23^{am} huius, quàm perpendicularis ab eodem centro ad basim cubi. Et, per præcedentem, superficies icosaedri maior est, quàm cubi superficies. Quam ob rem, si eductis à centro sphaeræ rectis ad angulos solidorum distinguantur ipsa solida in pyramides: deinde fiat pyramis, cuius basis sit omnibus icosaedri simul sumptis basibus æqualis, celsitudo verò æqualis perpendiculari à centro sphaeræ ad basim solidi: quæ pyramis sit, A. Mox fiat alia pyramis, cuius basis sit æqualis toti cubi superficiē: celsitudo verò æqualis perpendiculari ad basim cubi: quæ pyramis sit B. Iam per 6^{am} duodecimi, pyramis a. icosaedro, pyramis vero b. cubo æqualis erit. Et quoniam pyramis A. & basi & fastigio superat B. pyramidem: erit proculdubio maior eadem. Quare & icosaedrum cubo maius erit. quod est propositum.



Quæ à circuli centro in pentagoni latus in ipso circulo descripti perpendicularis ducitur, dimidia est simul vtriusque & eius, quæ ex centro & lateris decagoni in eodem circulo descripti. In circulo a b g. cuius centrum c. sit e c. perpendicularis ad a b. latus pentagoni: quæ producat ad periferiam in punctum d. eritque b d. latus decagoni: Tunc aio, quod e c. æqualis est dimidio ipsius c d. & dimidio ipsius b d. in rectum coniunctis. Sumatur enim ipsi e d. æqualis e f. & connectatur

I 4

b f. &

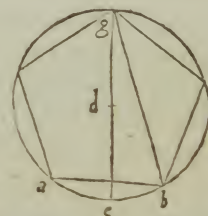
136 EVCLIDIS ELEMENTORVM

b f. & quoniam angulus g c b. duplus est ad angulū d. vel b. p 3^{2m} primi: & quadruplus ad angulum b c d. per vltimam sexti. ideo angulus d. vel b. duplus est ad angulum b c d. Quare angulus b f d. ipsi d. angulo æqualis duplus est ad angulum b c d. & per 3^{2m} primi, ad ipsum angulum f b c: ipsi igitur b c f. f b c. anguli inuicem æquales. Quare lineæ c f. f b. b d. inuicem æquales. Cumque ipsæ f c. c d. iunctæ faciant duplum ipsius c e. iam & ipsæ b d. c d. simul sumptæ facient duplum eiusdem c e. Ergo & dimidia ipsarum b d. c d. coniuncta facient ipsam c e. sicut proponitur demonstrandum.



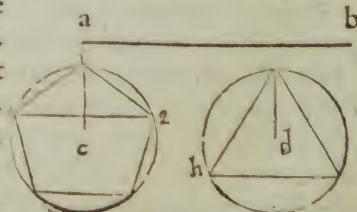
- 30 QUADRATA, quod à latere pentagoni, quodque ex eius angulum subtendēte, simul sumpta, quincuplum sunt quadrati, quod ex circuli pentagonum circumscribentis semidiametro. Sit a b. latus pentagoni b e. latus decagoni: b c. subtendens angulum pentagoni c d e. diameter circuli a b c. centrum autem d. Aio, quod quadrata linearum a b. b c. simul quincuplum faciunt quadrati d c. vel c d. Quod sic ostenditur.

$$\begin{array}{l} \square. d e. \\ \square. d e. \\ \square. d e. \\ \square. d e. \\ \square. d e. \end{array} \left\{ \begin{array}{l} p. 11. p. 1. \\ p. 11. p. 1. \\ p. 11. p. 1. \\ p. 11. p. 1. \\ p. 11. p. 1. \end{array} \right\} \begin{array}{l} \square. c b. \\ \square. c b. \\ \square. c b. \\ \square. c b. \\ \square. c b. \end{array} \left\{ \begin{array}{l} p. 13. p. 1. \\ p. 13. p. 1. \\ p. 13. p. 1. \\ p. 13. p. 1. \\ p. 13. p. 1. \end{array} \right\} \square. a b.$$



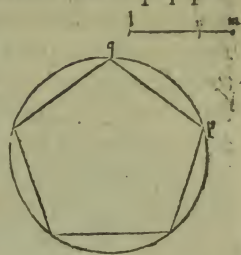
Hinc manifestum est, quod quadrata, ex latere dodecahedri & ex latere cubi in eadem sphaera locatorum simul sumpta, quincuplum faciunt quadrati, quod ex semidiametro circuli pentagonum dodecahedri circumscribentis, fit. Nam si sphaera circumscribit dodecahedrum & cubum, latus dodecahedri cum sit a b. erit cubi latus a b c. sicut in 20^a praemissi, vel per postremum corollarium repetitionis constitit.

- 31 IDEM circulus comprehendit dodecahedri quinquangulum & icosaedri triangulum in eadem sphaera descriptorum. Esto in sphaera, cuius diameter a b. clausi dodecahedri basis c. & in eadem sphaera descripti icosaedri basis d. Sintque hae duae bases intra circulos e f g. & h k. quorum semidiameter c f d k. centra ede Aio, quod æquales sunt c f. d k. Si enim a b. potentialiter quincupla ad ipsam l m. quæ in puncto n. secetur secundum mediam & extremam rationē,



& maior

& maior portio sit $l n$. Sitque circulus $p q$. cuius semidiameter sit $l m$. quod erit latus hexagoni: & $l n$. latus decagoni, in circulo $p q$. descriptorum per 12^a præmissi. Quare quadratum lateris $p q$. pentagoni scilicet in ipso circulo $p q$. descripti, erit æquum quadratis ipsarum $l m$. $l n$. per 13^{am} præcedentis. Per corollarium autem secundum repetitionis, $h k$. latus icosaedri est æquale ipsi $p q$. & ideo quadratum ipsius $h k$. erit æquale quadratum ipsarum $l m$. $l n$. Sed $a b$. potentialiter tripla est $a d$. $e g$. latus cubi, per 18^{am} præmissi. qui. scilicet. cubus dictæ sphaeræ inscribitur per ultimum coroll. repetitionis. Et si $e g$. secetur secundum extremam & mediam rationem: maior portio erit $e f$ per 10^a præmissi. Ergo per 7^a. eiusdem. sicut $e g$. ad ipsam $l m$. sic $e f$. ad ipsam $l n$. Quare per 21^a sexti, quadratum ipsius $e g$. ad quadratum ipsius $l m$. sicut quadratum ipsius $e f$. ad quadratum ipsius $l n$. Et ideo, per 13^a quinti, sicut aggregatum quadratorum $e g$. $e f$. ad aggregatum quadratorum $l m$. $l n$. sic quadratum ipsius $e g$. ad quadratum ipsius $l m$. Et per 15^a quinti, & permutatam proportionem, triplum quadratorum $e g$. $e f$. ad aggregatum quadratorum $l m$. $l n$. sicut triplum quadrati ipsius $e g$. ad triplum quadrati ipsius $l m$. Triplum autem quadrati ipsius $e g$. est quadratum ipsius $a b$. per 18^{am} præmissi. Sed quadratum ipsius $a b$. quincuplum ad quadratum ipsius $l m$. Ergo triplum quadrati ipsius $e g$. quincuplum ad quadratum ipsius $l m$. Quare triplum aggregati quadratorum $e g$. $e f$. quincuplum est ad aggregatum quadratorum $l m$. $l n$. & ideo ad quadratum ipsius $h k$. Per 15^{am} autem præmissi, quincuplum quadrati ipsius $h k$. quindecuplum est ad quadratum ipsius $d k$. & per 3^{am} huius, triplum aggregati quadratorum $e g$. $e f$. quindecuplum est ad quadratum ipsius $c f$. Itaque quindecuplum quadrati ipsius $c f$. æquale est quindecuplo quadrati ipsius $d k$. Igitur quadrata ipsarum $c f$. $d k$. sunt inuicem æqualia. Et perinde ipsæ $c f$. $d k$. æquales. Quod fuerat demonstrandum.



PERPENDICULARES à centro sphaeræ ad bases dodecahedri & 32
icosaedri ab ipsa sphaera circumscriptorum sunt æquales. Namque huiusmodi perpendiculares cum semidiametris circulorum bases ipsas circumscribentium & semidiametris sphaeræ ad angulos basium excitatis faciunt triangula rectangula. In quibus cum duo latera, scilicet sphaericæ semidiametro, & duo latera, scilicet semidiametri circulorum bases circumscribentium, per præcedentem sint æqualia, erunt per penultimam primi: duo reliqua latera, scilicet perpendiculares, inuicem quoque æqualia, sicut ostendendum proponitur.

QVOD

33 QVOD sub perpendiculari à centro basis dodecahedri ad latus, & sub ipso latere comprehenditur, rectangulum est totius superficiei dodecahedricę pars tricesima. A centro basis dodecahedri a. ad latus eius b c. exeat perpendicularis a d. Aio, quòd id, quod sub a d. b c. comprehenditur, est totius dodecahedri superficiei pars 30^a. Patet. Nam tota dodecahedri superficies dissecatur in 60. triacula æqualia singula & similia ipsi a b c. triangulo. Et ex a d. in b c. producitur duplum trianguli a b c. per 41ⁱ primi. hoc est duo triacula, quę sunt pars 30^a. sexagenarij.

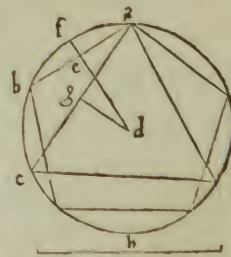


34 QVOD sub perpendiculari à centro basis icosaedri ad latus & sub ipso latere continetur, rectangulum est totius icosaedricę superficiei pars tricesima. A centro basis icosaedri e. ad latus fg. cadat perpendiculari e h. Aio, quòd id, quod sub e h. fg. est totius icosaedri superficiei pars 30^a. Patet. Nam tota icosaedri superficies dispensatur in 60. triacula æqualia singula & similia e fg. triangulo. & ex e h. in fg. producitur ipsius e fg. trianguli duplum. quod de sexaginta suscipit partem tricesimam.



Manifestum est ergo, quòd dodecahedri superficies ad icosaedri superficiem est, sicut rectangulum quòd sub latere dodecahedri & ei perpendiculari à centro continetur, ad rectangulum, quod sub latere icosaedri & ei perpendiculari à centro basis comprehenditur. Patet ex præmissis & ex 15^a quinti.

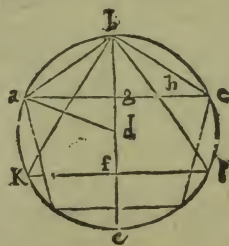
35 DODECAHEDRI superficies ad icosaedri superficiem, est sicut cubi latus ad icosaedri latus, in solidis scilicet ab eadem sphæra contentis. Esto a b. quidem latus pentagonę basis dodecahedri: a c. verò latus trianguli icosaedrici in eodẽ circulo a b c. (vt præmissa 31^a. ostendit) descriptorum: quoniam solida ipsa in eadem sphæra contineri supponuntur. Sintque à centro d. ad ipsa latera perpendiculares d g. & d e. quę ad periferiam producta distinguat ipsum pentagoni latus fa. Tãdem h. linea sit latus cubi eiusdem sphære. Demonstrandum est, quòd dodecahedri superficies ad icosaedri superficiem est, sicut h. linea ad a c. lineam. Hoc modo. Nam d fa. in rectum posita, per 11ⁱ præcedenti secundum mediam & extremam rationem secta est. & maior eius portio d f. Sed per 29^a. huius, dimidio ipsius d fa. æqualis est d e. At d g. per 15^{am}. huius, est dimidium ipsius d f. Ergo, per conuersam, septimę præmissi, ipsius d e. diuise secundum mediam



extre-

extremamque rationem, maior portio est d g. Ex 20^a. autem præmissi, patet, quòd ipsius h. lateris cubici media & extrema ratione diuisi maior portio est a b. latus dodecahedricum. Igitur, per 7^a præcedentis, sicut h. ad ipsam a b. sic e d. ad ipsam d g. Quare, per 15^a. sexti, quod fit ex h. in d g. æquale est ei, quod ex a b. in ipsam e d. Sed per primam sexti, sicut quod fit ex h. in ipsam d g. ad id, quod fit ex a c. in ipsam d g. sic est h. ad ipsam a c. Ergo erit sicut h. ad ipsam a c. sic quod fit ex a b. in e d. ad id, quod ex a c. in d g. Verum ea est per corollarium præcedentis, sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem. Quam ob rem & illa superficies ad hanc, sicut h. cubicum latus ad ipsum a c. icosahedricum latus. sicut proponitur.

E x dodrante diametri in dextrantem lineæ angulum pentagoni 36 subtendentis sit æquale pentagono, quod à circulo circumscribitur, rectangulum. Esto in circulo a b c. pentagonum æquilaterum a b c. ubi centrum sit d. diameter b d e. quam a c. linea subtendens angulum pentagoni a b c. secet in puncto g. Dico itaque quòd ex a h. quæ sit dextrans, hoc est $\frac{2}{5}$ ipsius a c. in b f. quæ dodrans est ipsius b c. hoc est $\frac{3}{5}$ producit rectangulum æquum areæ pentagoni totius a b c. Hoc modo. Per 41^a. primi, quod fit ex b d. in a g. duplum est ad triangulum a b d. ergo, quod fit ex b f. in a g. triplum trianguli a b d. quodque ex b f. in g h. duplum ad triangulum a b d. Quare quod fit ex b f. in a h. quincuplum trianguli a b d. & ideo æquale toti pentagono: sicut demonstrandum fuit.

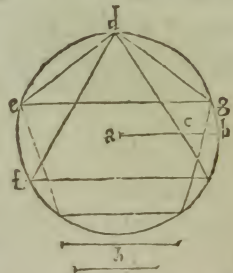


R v r s v m ostendere, quòd sicut cubi latus ad icosahedri latus, sic 37. est dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, in eadem sphaera conscriptorum. Descriptioni præcedentis addatur triangulum æquilaterum b k l. Eritque pentagonum a b c. basis ipsius dodecahedri. Et triangulum b k l. basis ipsius icosahedri in eadem sphaera locatorum. per 31^{am} huius. Item a c. latus cubi, adhuc in eadem sphaera descripti per 20^{am} præcedentis. Per præmissam itaque, ex b f. quæ terminatur in latere trianguli k l. per 15^{am} huius vel præmissi. in ipsam a h. producit area pentagoni a b c. & ex b f. in f k. producit triangulum h k l. per 41^{am} primi. Quare, per primam sexti, pentagonum a b c. ad triangulum b k l. sicut a h. ad ipsam k f. Igitur per 15^{am} quinti & æquam proportionem duodecuplum pentagoni a b c. tota videlicet superficies dodecahedri, ad vigecuplum trianguli b k l. totam scilicet superficiem icosahedri: sicut duodecuplum. lineæ a h. ad vigecuplum lineæ k f. Sed duodecuplum ipsius a h. est decuplum ipsius a c. (quoniam a h. est dextrans

140 EVCLIDIS ELEMENTORVM

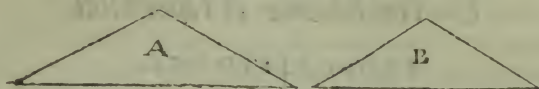
dextans ipsius a c.) At vigecuplum ipsius k f. est decuplum ipsius k l. (quoniam k f. dimidium ipsius k l. Ergo superficies dodecahedri ad superficiem icosaedri, est sicut decuplum ipsius a c. ad decuplum ipsius k l. & ideo sicut a c. quod est latus cubi, ad k l. quod est latus icosaedri: quod rursus demonstrandum proponebatur.

38 Si secetur linea secundum extremam & mediam rationem: potens quod sub tota & quod sub maiori portione ad potentem, quod sub tota & quod sub minori comprehenditur, erit sicut cubi latus ad icosaedri latus in eadem sphaera locatorum. Secetur a b. in puncto c. secundum extremam & mediam rationem. sitq; maior eius portio a c. & super a. centro, ad spacium a b. describatur circulus d e f, in quo sit pentagonum d e f scilicet basis dodecahedri. & d f. latus icosaedri eiusdem sphaerae per 3^{1^a} huius. Eritq; e g. latus cubi, in eadem sphaera per 20^{am} praemissi. Linea vero h. possit quadrata ipsarum a b. a c. linea vero k. possit quadrata ipsarum a b. b c. Et demonstrandum erit, quod sic est e g. ad ipsam d f. sicut h. ad ipsam k. sic. Per 12^{am} praecedentis, linea a c. est latus decagoni in circulo d e f. Quare, per 13^{am} eiusdem, d e. latus pentagoni potest ipsas a b. & a c. & ideo aequalis ipsi h. Per 15^{am} quoque praemissi, d f. potentialiter tripla est ad ipsam a b. Et per 4^{am} eiusdem k. tripla est potentialiter ad ipsam a c. Ergo, per 21^{am} sexti, sicut d f. ad ipsam a b. sic k. ad ipsam a c. Et permutatim d f. ad ipsam k. sicut a b. ad ipsam a c. Et quia per 10^{am} praecedentis, diuisa e g. secundum mediam extremamque rationem, maior eius portio est e d. Ideo, per 7^{am} eiusdem e g. ad ipsam d e. sicut a b. ad ipsam a c. Igitur per 11^{am} quinti e g. ad ipsam d e. sicut d f. ad ipsam k. Et permutatim e g. ad ipsam d f. sicut d e. ad ipsam k. Sed d e. ad ipsam k. sicut h. ad k. (quoniam d e. & h. aequales) propterea e g. ad ipsam d f. sicut h. ad k. Quod fuit demonstrandum.



39 DODECAHEDRI solidum ad icosaedri solidum, in eadem sphaera, est sicut dodecahedri superficies ad icosaedri superficiem. Nam excitatis a sphaera centro ad singulos solidorum angulos semidiametris, distinguetur dodecahedrum in 12. icosaedrum vero in 20. pyramides. Perpendiculares autem a centro ad bases tam illarum, quam harum pyramidum, per 32^{am} huius sunt aequales, quae sunt ipsae pyramidum celsitudines. Construantur itaque geminae sub praefata celsitudine pyramides, quarum una A. cuius basis sit omnibus dodecahedri basibus aequalis. altera B. cuius basis sit omnibus icosaedri basibus aequalis. Eritque per 6^{am}. vndecimi, pyramis A. aequalis dodecahedro. pyramis

pyramis verò B. æqualis icofahedro. & quoniam eiusdem sunt celsitudinis: erit pyramis A. ad pyramidem B. licut basis A. ad basim B. Quare & dodecahedrum ad icofahedrum, sicut illius superficies ad huius superficiem. Quod fuit demonstrandum.



Manifestum est ergo, quod sicut cubi latus ad icofahedri latus, sic dodecahedri solidum ad icofahedri solidum.

Ostensum est ergo, quod prædictorum quinque solidorum in vna sphaera constructorum maximum est dodecahedrum. Nam per præcedens corollarium, hoc maius est icofahedro. Item icofahedrum maius fuit cubo, per 28^{am} huius. Cubus quoque per 18^o corollarium, excedebat octahedrum. Hoc quoque, si non mentitur vndecima, pyramide corpulentius extiterat. Superficierum quoque ordo non alius erit. Nam per 35^a. vel 37^a. huius, dodecahedri superficies maior erat icofahedri superficie. Hæc autem per 27^a. superabat cubicam. Rursus hæc per 27^a maior erat octahedri spolio. Quod tandem ad totam pyramidis aream, per 10^o corollarium erat sesquialterum.

Nec minus manifestum est, per præcedens corollarium & ultimam præcedentis libelli, quod cuius ex his corpus est maximum & superficies maxima, eiusdem latus est minimum. Contra verò, cuius soliditas minima & superficies minima, eiusdem latus est maximum. Et in totum magnitudinis laterum ordo conuersus est ad ordinem superficierum, & soliditatum.



EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER QVINDECIMVS, SOLIDORVM

Quintus, & Corporum regularium tertius,

Ex traditione Maurolici

PROPOSITIONES.



- 1 **I**N DATO cubo pyramidem describere. Protrahe sex basium cubi diametros ad quatuor ex cubi angulis concurrentes. Tales enim diametri erunt sex latera intus locatæ pyramidis.
- 2 **I**N pyramide octahedrum construere. Diuide singula pyramidis latera per æqualia, & diuisionum puncta per 12. rectas coniunge. Nam tales coniunctæ continebunt latera inscripti octahedri.
- 3 **I**N cubo octahedrum includere. Coniunge sex basium cubi centra per duodecim rectas: quæ quidē inclusum octahedrum configurabūt.
- 4 **I**N octahedro cubum fabricare. Octo triangulorum centra continua per duodecimam rectas. quippe quæ & latera inclusi cubi erunt.
- 5 **I**N octahedro pyramidem collocare. Octahedro cubum per præmissam: & cubo pyramidem include per primam. Eadem enim ab octahedro circumscribetur.
- 6 **I**N icofahedro dodecahedrum coaptare. Coniunge 20. triangulorum cubi centra per 30. lineas. quæ quidem dodecahedrum ita formabunt, ut eius anguli dictis centris singuli singulis incident.
- 7 **I**N dodecahedro icofahedrum effingere. Duodecim pentagonorum centra collige productis 30. chordis. Sic enim anguli clausi icofahedri tangent centra basium claudentis dodecahedri.
- 8 **I**N dodecahedro cubum statuere. In singulis pentagonis, singulas rectas, quæ pentagoni subtendunt, angulos, protrahe. Sic 12. rectæ conflabunt sex quadrata cubum confluencia inclusum.
- 9 **I**N dodecahedro octahedrum componere. Sex dodecahedri latera, quarum bina sunt per diametrum opposita & æquidistantia per æqualia diuide. & puncta diuisionum connecte per duodecim lineas, quæ inclusum octahedrum formabunt.
- 10 **I**N dodecahedro pyramidem accommodare. Inscribe dodecahedro cubum per 8^a. Et cubo pyramidem include per primam. Nam pyramis claudetur etiam à dodecahedro.
- 11 **I**N icofahedro cubum condere. Icofahedro dodecahedrū per 6^a. Et dodecahedro cubū. p 8^a. iungere. qui & ab icofahedro circumscribetur.

IN

IN icofahedro pyramidem figurare. Icofahedro cubum ex præcedenti, cuboque pyramidem ex prima ad commoda. Ipsa enim & in icofahedro statuetur. 12

SCHOLIUM.

Notandum, quod hæ mutue corporum regularium inscriptiones essent & esse possent viginti. Sed pyramidi solum octahedrum cōuenit inscribi. Cubo autem pyramidem & octahedron solummodo. octahedro solum pyramidem & cubum. Icofahedro quidē tria, Pyramidē, cubum & dodecahedrum. Denique dodecahedro cætera quatuor singula coaptari possunt. Vnde non iniuria solidum hoc cælo cuncta comprehendenti assimilauere. Quandoquidem pyramidem, propter formam, igni; cubum propter stabilitatem terræ; Icofahedrum propter mobilitatem, Aquæ; Octahedrum, propter senos cardinalium locos, angulos, Aëri & huic magno elementorum inani vendicassent.

IN quolibet dictorum solidorum sphæram inscribere. A centro sphære solidum circumscribentis duc ad vnam basium solidi lineam perpendicularem per 11^{am} vndecimi: ad cuius spacium super centro semicirculum, & semicirculo circumducto super diametrum, sphæram describe. quippe quæ (propter æqualitatem perpendicularium) tanget singulas solidi bases, cui inscribitur: tanget, inquam, in punctis illis, quæ perpendicularium casus suscipiunt. 13

Vnde manifestum est, quod sphære inscriptæ intra octahedrum & cubum, à sphæris æqualibus comprehensos sunt æquales. Idemque de icofahedro & dodecahedro dicendum. Cum per 9^{am}. & 32^{am}. præmissi, perpendiculares à centris sphærarum ad bases talium corporum sint æquales. quæ perpendiculares sunt, per præmissam, sphærarum corporibus inscriptarum semidiametri.

FINIS.

Sequitur calculus laterum & perpendicularium figurarum planarum & solidarum.

Latera figurarum æquilaterarum circulo inscriptarum, cuius diameter supponitur pedum 12. secundum terminos numerarios.

Trianguli	r. 108
Quadrati	r. 72
Hexagoni	6
Decagoni	r. 45. m. 3
Pentagoni	r v — 90. m. r. 1620
Octogoni	r v 72. m. r. 2592
Dodecagoni	r 54. m. r. 18

Lineæ pedum 6. secundum extremam & mediam rationem diuisæ maior portio est. r 45. m. 3. Minor verò portio. 9. m. r. 45

Latera

144 EVCLIDIS ELEMENTORVM

Latera quinque corporum regularium sphaera inscriptorum, cuius diameter supponitur pedum 12. secundum terminos numerarios.

Pyramidis, siue tetrahedri	r. 96
Cubi siue hexahedri	r. 48
Octahedri	r. 72
Icosahedri	r. v—72. m̄ r. 1036 $\frac{4}{5}$
Dodecahedri	r. c. m̄ r. 12
Linea r. 48. secundum extremam & mediam rationem diuisa maior portio est r. 60. m̄ r. 12.	Minor verò portio. r. 108. m̄ r. 60

Perpendiculares à centro circuli, cuius diameter pedum 12. ad latera figurarum aequilaterarum in ipso circulo inscriptarum.

Ad latus trianguli	3
Ad latus quadrati	r. 18
Ad latus hexagoni	r. 27.
Ad latus decagoni	r. v—22 $\frac{1}{2}$ p. r. 101 $\frac{1}{4}$
Ad latus pentagoni	r. 11 $\frac{1}{2}$ p. 1 $\frac{1}{2}$
Ad latus octogoni	r. v—18. p. r. 162
Ad latus dodecagoni	r. 13 $\frac{1}{2}$ p. 1 $\frac{1}{2}$

Perpendiculares à centro sphaera, cuius diameter pedum 12. ad bases singulorum corporum regularium in ipsa sphaera inscriptorum.

Ad basim pyramidis	2
Ad basim octahedri & cubi	r. 12
Ad basim icosaedri & dodecahedri	r. v.—12 p. r. 115 $\frac{1}{5}$

Semidiametri circulorum circumscriptentium bases singulas quinque corporum regularium, in sphaera cuius diameter duodecim pedum, inscriptorum.

Circuli circumscriptentis basim pyramidis	r. 32
Circumscriptentis triangulum octahedri & quadratum cubi	r. 24
Circumscriptentis triangulum icosaedri, & pentagonum dodecahedri.	r. v—24. m̄ r. 115 $\frac{1}{5}$

Hinc possunt elici tam areae, quàm soliditates. & multa, quae curiosioribus relinquo.

MVSICAE

MUSICÆ TRADITIONES CARPTIM COLLECTÆ.

Vel Musica elementa Maurolyci studio congesta

AD LECTOREM,

Ut quàm paucissimis exponam Musica principia, rationem, ac theoriam; exordium capiam à Boëtij clarissimi sententijs: qui ea, quæ à Græcis hausit authoribus, optime literis mandavit, & de huiusmodi negotio abunde differuit: & rem omnem in compendium redigam.

BOETIANÆ MUSICÆ EPITOME.



MUSICAM non modò speculationi, verùm etiam moralitati conducere. vnde modos canendi accommodatos fuisse gentium, à quibus denominantur, moribus: vt Phrygium Phrygijs, Lygdium: Lygdijjs.

Thaletem Cretensem, Gortynium magno precio conductum Lacedæmone pueros musicam instruxisse.

Contrà, Timotheum Milesium (cùm musicam, adinuento chromatico genere multiplicasset, animosque puerorum ob id molliores reddidisset) Spartiatis succensuisse.

Taurominitanum adolescentem ebrium, sub phrygij modi sono irritatum contra riualem à Pythagora, spondei succentu redditum mitiorem.

Terpandrum quoque & Arionem Methymneum, Lesbios atque Iones grauissimis morbis cantus præsidio eripuisse. Similiter Ismeniam Thebanum Bæotios sciatico dolore cruciatos.

Empedocles, cùm quidam hospitem eius gladio furibundus impeteret, quòd eius ille patrem accusatione damnasset; inflexisse modum dicitur canendi, & adolescentis iracundiam temperasse.

In bello quoque pugnantium animos tubarum clangore, ac tympanorum pulsu accendi liquidò constat.

Singulis ergo tonis suam inesse proprietatem, siue incitandi, siue sedandi. vt postea patebit.

Triplicem esse Musicam, mundanam, humanam, instrumentalem.

K vt scilicet

ve scilicet prima ad maioris muuli. Secunda ad minoris compagem, tertia spectet ad artem naturæ discipulam.

Sonum esse percussionem aeris, ad auditum delatam. Percussionem autem ex motu corporum fieri.

Corpora verò maiora tardius ac rarius. minora velocius ac crebrius moueri.

Dein ex tardiore ac rariore motu grauiorem: ex celeri ac spisso acutiorem reddi sonum.

Hinc ergo crassio rem, longiore m, ac remissio rem neruum in cithara grauius sonare: gracilio rem verò, breuiore m aut intentio rem acutius. secundum quantitatum aut intentionum rationem.

Sonum autem tunc fieri ex tremore tactæ chordæ crebris ictibus aerem percutientis.

Quod in tibijs, tubis, atque cannis, aer flatu, aut folli bus impulsus ac per foramina illisus, reciproco ac tremebundo motu, angustias laterum reuerberans efficit.

Vnde vicissim ad aeris aliunde tremefacti motum neruos intactæ citharæ tremere experientia nouimus.

Consonantiam esse non æqualium, sed dissimilium vocum concordiam, vt ait Nicomachus: quamuis postulet ratio, vt vnisonæ voces à symphonix diffinitione non excludantur. sicut nec vnitas à numeri, nec æqualitas à proportionis diffinitione.

Motus itaque corporibus proportionales esse, & sonos motibus, secundum ictuum numerositatem.

Et ideo sonorum proportionem ex numerorum proportionem sumi.

Oportet enim musicarum vocum proportionem esse rationalem. quandoquidem ex incommensurabilibus sonis nulla potest consonantia exoriri.

Superpatientem tamen proportionem harmonix non conuenire, vt Pythagoricis & quibusdam, excepto Ptolemæo, videtur.

Præcipuas consonantias à primis quatuor numeris vnitate scilicet, binario, triade, ac tetrade proportionem suscipere. In his enim quatuor numeris contineri duplam, triplam, quadruplam, sesquialteram ac sesquiterciam proportionem.

Ex dupla diapason. Ex quadrupla disdiapason. Ex tripla diapason enim diapente. Ex sesquialtera diapenten solam. Ex sesquitercia diatessaron. Ex his duabus diapason constare.

Tonum autem seu phthongum esse differentiam, qua diapente ac diatessaron inter se differunt: hoc est sesquioctauam proportionem.

Diphthongum verò, hoc est, ditonum superari à diatessaron semitonio minori: & eodem vinci tritonum à diapente. hoc est, diesi. cuius
proportio

proportio est sicut 256. ad 243.

Porro dieleos ab integro tono differentiam esse apotomen, quæ semitonium maius dicitur. terminos habens. 2187. & 2048.

Dieleos & apotomes differentiam esse comma, qui excessus representatur in his numeris 531441. & 524288.

Hinc autem propagari omnium vocalium interuallorum proportionem.

Sensus quandoque in iudicando falli. Ideoque magis rationi credendum.

Pythagoram casu prætereuntem fabrilem per officinam, ex ictibus malleorum sonitu audito, per eorum pondera explorasse consonantiarum proportionem. Easque sub his numeris contentas 12.9.8.6. In quibus patet dictarum proportionum & excessuum inter se conexio.

Hinc quoque Pythagoram in vasibus canoris ac nervis temperasse mensuras ad reddendos talium proportionum sonos: ut praxis speculationi, & experimentum arti respondeat.

Quod autem infinitatem vocum humana ratio terminauerit, necessarium est. Omnis enim artis, non tantum musicæ, subiectum infinitum cum sit: opera tamen nostra finem sibi in speculando, & operando statuit. Solus enim Deus infinitus.

Auditum fieri ex aere percussio atque commoto ad aurem fluctuante. fluctuare quidem aerem ex ictu, quasi aquam ex iactu lapidis circulariter, quamvis non adeo velociter aqua fluctuet: & remisso paulatim motu, lentescere tandem ac cessare sonum.

Musicam vetustam ex quatuor nervis, asserit Nicomachus, constitisse ad exemplum musicæ mundanæ ex totidem elementis constructæ. Mercurium autem tetrachordi huius inventorem fuisse, testudinis in Nilo, arefactis iam nervis, repertæ argumento.

Quintam chordam adiectam à Chorebo, Attidis filio, Lydorum Rege. Sextam ab Hyagne Phrygio. Septimam à Terpandro Lesbio. Octavam à Lycaone Samio. Nonam à Prophrasto. Decimam ab Estraco Colophonio. Undecimam à Timotheo Milesio.

Verum exposito octochordo, succedunt eodem ordine atque proportionem, & interuallorum distributione chordæ in infinitum.

Nam in primis à gravissima chorda, per binos tonos ac diesim ascendentes, terminamus diatessaron. Rursum per totidem tonos ac diesim, & inde tonum repetentes complemus diapenten, & diapason ex utraque constantem. Et quoniam hic in tonum desinimus: & idem ordo repetitus possit duos tonos; ecce iam fit tritonus. Verum tertius illorum in diesim & apotomen in chromatico genere dispensatur, ad temperandam tritoni duriciem. Quæ diuisio per singulos etiam

K 2 tonos

tonos fieri potest : sicut in cithara , cæterisq̃ue instrumentis fieri con-
fuevit.

Hic est ordo , hæc series , hæc proportio , & processus naturalis.
Nervorum Græca vocabula , aut characteres nihil ad speculationem
conferre .

Exponatur nunc cum suis interuallis & proportio-
nibus octochordum : quod theoriæ satis esse potest.

diapète	diates.	g. — 6 —	Nete.	—	Lunæ	♂
		f. — 6 $\frac{3}{4}$ —	Paranete.	—	Mercurij	♀
		e. — 7 $\frac{1}{2}$ —	Paramese.	—	Veneris	♀
		d. — 8 —	Mese.	—	Solis	♂
	tonus.	c. — 9 —	Lichanos.	—	Martis	♂
		b. — 9 $\frac{1}{3}$ —	Parhypate.	—	Iouis	♂
		a. — 10 $\frac{2}{3}$ —	Hypate.	—	Saturni	♂
		f. — 12 —	Proslabanomenos.	—	Cæli stellati	✱

Harum chordarum grauiſſimam stellato cælo. Sequētem Saturno.
Tertiam Ioui. Quartam Marti. Quintam Soli, mediam non immerito
vocatam, sicut Sol est planetarum medius. Sextam Veneri. Septimam
Mercurio. postremam Lunæ. Namque grauiori chordæ, quæ crassior,
conuenit maior orbis. Quamuis M. Cicero hunc ordinem inuerterit.

Sed neque in distantijs orbium dictas vocum proportionem seruari,
neque ex eorum motu sonum fieri, aut audiri, philosophicis ratio-
nibus constat.

Quare non dubium est eam collationem esse simplicem numeri,
aut ordinis : nec quispiam aliter esse sibi persuadeat.

Tonum non posse diuidi per æqualia : quandoquidem toni ratio
sesquioctaua non est, quæ quadrati ad quadratum numerum : & per-
inde medium proportionalem numerum, qui proportionem per
æqualia secet, non suscipit.

Sic non datur locus Aristoxeno tonum per æqualia secari debere;
asserenti.

Nec minus errasse Philolaum : qui tonum in numeris 27. & 24. sta-
tuens, 13. tribuit Diesi. 14. Apotomæ. vnitatem commati relicta.

Semitonium minus, hoc est diesim maius esse tribus commatibus,
minus verò quatuor.

Apotomen maiorem esse, quàm quatuor commata : minorem verò,
quàm quinque.

Propterea tonum maiorem esse octo, minorem verò nouem com-
matibus. vt constat rationes componenti, aut subtrahenti.

Sequentes autem chordas synemmenas, hoc est coniunctas : par-
timque

timque diezeugmenas, id est, disiunctas: aut hyperboleas, scilicet excellentes vocari.

Cantilenarum genera esse tria, ut ait Archytas: scilicet diatonicum, quod per binos tonos, singulis diesibus interiectis, procedit. Chromaticum mollius, cum (tertio tono in diesim & apotomé, ut iam dictum est, diuiso) continuantur tria hemitonia. Enarmonicum, quod per armonica systemata vagatur.

Commensurabilitatem percussionum efficere consonantiam: & diapason esse principium consonantiarum, ait Nicomachus.

Verum postulare ratio, ut sicut punctum continuorum, vnitas numerorum, æqualitas proportionum est basis & principium; ita & vnisonus sit consonantiarum exordium.

Musicas voces semper esse in ratione numerorum, & commensurabiles. Nam incommensurabilitas non recipit consonantiam, nec vocis scitum terminum, cum sit ignota.

Optimas consonantias in multiplicibus & simplicioribus proportionibus consistere.

Nervum non aliter tremere, quam secundum tenorem proprium, posse: unde aer per nervum tremefactus, vicissim non alij, quam vnisono nervo communicat tremorem.

Tropos, vel modos octo, esse totidem interuallorum diapason species, secundum diuersa exordia sumptas. Eos autem esse Dorium, Hypodorium. Phrygium, Hypophrygium. Lydium, Hypolydium. Mixolydium, Hypomixolydium.

Vocales differentias, secundum graue & acutum Aristoxenus in qualitate, Pythagoras & Ptolemæus in quantitate ponebant. Et vtrique verum dicere, meo iudicio, posse videntur. Quid enim obstat, qualitatem per quantitatis gradus intendi ac remitti? Nonne Physici rerum frigiditatem aut calorem quantitatiuis (ut sic dicam) terminis metiuntur?

Licebit ergo & musicis, has vocum qualitates (quando à corporibus, quorum ex motu generantur, ortum habent) proportionalibus determinare numeris.

MAVROLYCVS AD LECTOREM

Haëtenus summam Boëtiana Musica exarauimus.

Est enim operæ precium uniuersam materiam paucis perpendere. Nunc sub paucis conclusionibus eiusdem scientiæ speculationem perstringemus, ordinem fortasse meliorem sequentes, aut aliquid omissum resarciunt.

- 1 **S**ONVS fit ex motu, ictu, collisione, aut fragore corporum, aerem tremefaciente.
- 2 Corpus magis densum tremit velocius, sicut chorda ænea neruo. & intentus neruus remisso.
- 3 Item corpus minus tremit velocius. sicut neruus magis tenuis, vel breuior. & cæna vel tibia minor propter velociorē motum aeris illius.
- 4 Tremor velocior facit sonum acutiorem.
- coroll. Vnde sequitur, vt densius corpus, vt ænea chorda, quàm neruus, & ænea canna, quàm plumbea sonet acutius. Vtque minus corpus, vt neruus subtilior vel breuior, & angustior fistula sonet acutius.
- 5 Itaque cum acumen & grauitas sint qualitates vocum aut sonorum; fiunt etiam à qualitatibus & magnitudinibus corporum, aerem motu tremefacientium.
- 6 Si densitates corporum sonos generantium, fuerint in proportionē, fuerint magnitudinibus reciproca; fit vt generentur soni vnisoni.
- 7 Hoc autem totum intellige, si seruetur similitudo corporum. Nam diuersitas formæ (quamuis corpora sint eiusdem materie & quantitatis) diuersificat sonum.
- coroll. Vnde manifestum est, qualitatem soni diuersificari ex qualitate materie, magnitudine corporis, & forma instrumenti.
- 8 Aerem à neruo à neruo, & vicissim hunc ab illo ad eundem tenorem tremente tremefieri. Hinc fit, vt intactæ citharæ neruus, secundum vnisoni nerui prope tacti, tremefiat tantum.
- 9 Vnisonum esse initium consonantiarum: sicut vnitas numerorum. æqualitas proportionum: & basis graduum principium est. Et perinde perfectissimam esse symphoniarum, propter correspondentium ictuum eiusdem numeri.
- 10 Consonantias consistere in proportionibus commensurabilibus.

Nam

Nam incommensurabiles sonos impossibile est concordare: sicut impossibile est correspondere tremores incommensurabilium velocitatum, quandoquidem concordantia, siue consonantia fit ex iduum correspondentia.

Præcipui numeri generant concinniores symphonias: Vnde post unisonum, qui sedem habet in basi monadica, proportio dupla, quæ significatur ab unitate & binario, præcipuis numerorum, facit præcipuam consonantiam, & quæ propagantur ab ea, faciunt consonantias perfectas, propter correspondentiam iduum.

Inde proportio si squaltera significata per binarium & ternarium facit diapente non tantæ perfectionis: quoniam in correspondentia secatur integrum, cum unitas tardioris poscat vnum cum dimidio velocioris.

Post hanc sesquitercia consistens in ternario & quaternario facit diatessaron, adhuc minus suauem, adeo ut dubium sit an consonantijs sit adnumeranda: cum à Ptolemæo solo admittatur.

Vnde ex dictis constat, quod multiplicitas perfectiorem facit consonantiam, quàm superparticularitas: & præcipui numeri, quàm succedentes. Quoniam ubi manifestior est iduum correspondentia, ibi symphonia consurgit suauior.

Diapente cum diatessaron continuata constituit diapason. quoniam sesquialtera cum sesquitercia proportionibus componunt duplam.

Earum verò differentia tonus est, ut patet in octochordo, per hos numeros 12. 9. 8. 6.

Tonus bis ablatum à diatessaron, relinquit minus quàm dimidium toni: quod interuallum diesis dicitur.

Vnde & tonus ter ablatum à diapente residuat eandem diesim. Cum ipsarum diatessaron & diapente differentia sit tonus.

Sic diapason ex dictis duabus compacta, constabit ex quinque tonis & diesibus, ut in octochordo apparet.



Ex quibus quidem liquet, quod naturalis cantus non per anfractus proportionum, hoc est non per incognitas proportiones, sed per interualla ex præcipuis numeris propagata procedit. Id est, ut per tonum, tonum, ac diesim ascendens inueniat diatessaron: percursoq; alio tono, diapenten terminet: Adhuc per tonum, diesim & tonum, (quæ est alia diatessaron) diapason totumque octochordum perficiat. Hic ergo vocabitur legitimus & à natura constitutus ordo vocum: sicut postulat & dicat ratio: quem vocat diatonicum quod per tonos & semitonia procedat. Qui processus iterum, atque iterum & deinceps infinites repetitus ita binos tonos & singulas dieses admittit, triplicato inter repetendum tono: ut octauo quoque loco generetur diapason.

K 4

Admissio

- 19 Admissio autem triplicati toni, & si ad perficiendum vbique diapason interuallum necessaria, dura tamen fuit canentibus. Vnde, ad talem duritiem temperandam, artifices diuisere tertium ex continuis illis tonum in semitonia. Itaque, ablata ex tertio tono diesi, hoc est legitimo semitonio (quod est minus, quàm dimidium toni) relinquitur ibi apotomè, quæ maior est dimidio toni: & ideo semitonium maius dicitur. Atque ita recipiuntur immediatè tria semitonia.
- 20 His notatis, patet, quòd sicut naturalis cantus procedit per binos tonos & singulas dieses: ita tritonicos per tritonos. Chromaticus per semitonia suauior: quæ sunt tria cantilenarum genera.
- 21 Hexachordum comprehendit simplices Symphonias, scilicet unisonum, ditonum, diatessaron, diapente, hexachordum. siue unisonum, tertiam, quartam, quintam, sextam. Hinc ratio hexasyllabici contextus.
- 22 Nam diapason his singulis addita, generat compositas symphonias eiusdem qualitatis, in ordine secundo, scilicet diapason, decimam, vndecimam, duodecimam, tredecimam.
- 23 Rursus diapason his singulis continuata, componit ordinis tertij symphonias, scilicet disdiapason, septemdecimam. Duodeuicesimam, vndeicesimam, ac vicesimam; à numero neruorum vocatas. Quæ complentur in ipso Guidonis ingeniosissimi per manus sinistrae iuncturas distincto icosichordo.
- 24 Eodemque processu, & per eandem diapason continuationem; quarti & quinti ordinis & sequentium consonantiæ coaptantur, sicut in maioribus instrumentis, in infinitum fieri potest.
- 25 Sed cum septem hexachorda conficiant totum Guidonis icosichordum, singula scilicet senas per syllabas, vt. re. mi. fa. sol. la. pronuntiata, septenis repetitis literis (vt octauo quoque loco eadem litera repetita diapason indicet) iam ex hexachordis primum, quartum, septimum, quoniam admittit tritonum, ex tali duritie, ♯ quadrati, durique nomen sortitur. Secundum autem & quintum, ♮ quoniam per binos tonos, singulasque dieses legitime procedit, ac naturaliter, vocatur diatonicum. Tertium verò ac sextum, quoniam tertium tritoni tonum in diesim & apotomen, ad temperandam duritiem, partitur, ab ipso b. rotundo. molliq; nomen accepit. Quæ diuisio non solum hic, sed in singulis quoque tonis fieri potest. sicut peritissimi cantores faciunt, & in instrumentis apparet.
- 26 Hexachordum ♮. quadrati ac duri & sonori, iure incipit apud g. literam sonoram. ♮ Diatonicum verò, naturale ac mediū, recte apud c. mediam inter sonoram & aspiratam. Chromaticū vero, ac molle b. rotūdi, apud f. quæ sapit naturā ipsius ♯. aspiratæ mollisq; prolatiōis.

Item

Item B. litera eadem recipit fa. hexachordi mollis: & mi. hexachordi 27
duri: ut transitus hic vitaretur à cantoribus: quod est interuallum
apotomes. Tamen diuersificat figuram apud fa. b. rotundi, ut denotet
facilitatem chromaticam. apud m.  . quadrati ad significandam
tritonici generis duritiem. Atque ita  cum figuræ varietate diuer-
sitatem iudicat verum.

Excessus apotomes super diesim dicitur Comma. hoc est, sectio. 28

Diesis excedit tria commata & dimidium: minor autem quàm 29
quatuor.

Apotome maior est, quàm quatuor commata & dimidium: minor 30
verò quàm quinque. Vnde manifestum est,

Tonum esse maiorem quàm octo: minorem, quàm nouem com- 30
mata. hæc ex calculo Boetij constant.

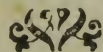
Neque igitur Aristoxenus qui tonum per æqualia: neq; Philolaus, 31
qui aliter diuisit, audiendus est.

Tonos esse modos canendi secundum vsum nationum, scilicet 32

Dorium, Hypodorium. Phrygium, Hypophrygium. Ly-

dium, Hypolydium. Mixolydium, Hypomixoly-

dium. Quorum sedes ac proprietates
infra exponentur.



154 AD LECTOREM.

Habes, Lector ingeniose, vocum musicarum originem, proportionem ac processum. Consonantiarum ac systematum colligatiam. Hexachordi ratione & triplici generis tritonici, diatonici, atque chromatici contextum. Hinc tota musicae speculationis ratio dependet. Exponam nunc icosi hordum Guidonis cum literis, numeris, syllabis & intervallis et hexachorderum proprietates, proportioniones, voces, & consonantiae sub unum considerentur aspectum.

4	c	la	tonus
4 $\frac{1}{2}$	d	la sol	tonus
5 $\frac{1}{6}$	e	sol fa	diefis
5 $\frac{1}{3}$	f	mi	tonus
6 $\frac{2}{3}$	g	fa	tonus
6 $\frac{5}{4}$	a	la mi re	tonus
7 $\frac{1}{2}$	b	sol re vt	tonus
7 $\frac{3}{2}$	c	fa vt	diefis
8	d	la mi	tonus
9	e	la sol re	tonus
10 $\frac{1}{2}$	f	sol fa vt	diefis
10 $\frac{2}{3}$	g	mi	tonus
12 $\frac{1}{2}$	a	fa	tonus
12 $\frac{2}{3}$	b	la mi re	tonus
13 $\frac{1}{2}$	c	sol re vt	tonus
15 $\frac{1}{2}$	d	fa vt	diefis
16	e	la mi	tonus
18	f	sol re	tonus
20 $\frac{1}{2}$	g	fa vt	diefis
21 $\frac{1}{2}$	a	mi	tonus
24 $\frac{1}{2}$	b	re	tonus
27	c	vt	tonus

Notandum, quòd pyramis habet quatuor angulos, & totidem bases, quot vnitates supremus numerus in icosichordo. Octahedrum sex angulos, quot vnitates quintus numerus. & cubus totidem bases. Item cubus octo angulos, & octahedrum totidem bases, quot vnitates octauus numerus. Icosahedrum duodecim angulos, & dodecahedrum totidem bases, quot vnitates duodecim numerus. In quibus quidem numeris continentur præcipuæ consonantiæ. Demum dodecahedrum sortitur viginti angulos, & totidem bases icosahedrum, quot sunt vniuersæ chordæ huius icosichordi Guidonici. Quod tam iucundum scita, quàm notatu dignum & admirabile fuit.

Constat autem totum icosichordum ex duplicata diapason & hexachordo. Siue ex triplicata diapente & vna diapason. Siue ex quadruplicata diapente, & vna diatessaron. Siue ex quatuordecim tonis, & quinque diesibus. vt patet numerorum proportionum consyderanti.

AD LECTOREM.

Ut autem intelligas octo modorum seu modulaminum rationem & ordinem; repetenda est septichordæ lyra dispositio, & septem discrimina vocum.

SEPTICHORDÆ citharæ chorda media, quæ Mese dicitur, quæ soli assimilatur, habet tres chordas superiores, & totidem inferiores, sicut Sol tres planetas superiores & totidem inferiores. Superiores chordæ sunt Neate vel Nete, hoc est acuta: Paranete, hoc est, iuxta acutam. Paramese, hoc est iuxta mediam. quæ singulæ singulis planetis superioribus attribuuntur. Saturno, Ioui & Marti, secundum Ciceronis ordinem. Inferiores chordæ sunt, Lichanos, quæ indici digito adscribitur. Parhypate, hoc est iuxta principalem. Hypate, hoc est principalis. sub qua, Proslambanomenos, chorda 8^a postremo addita, & coassumpta. Inferiores singulæ singulis planetis inferioribus vendicantur, Veneri, Mercurio, Lunæ. Duo tetrachorda conficiunt has septem chordas, habentia communem terminum in chorda media. In chordis superioris tetrachordi locantur quatuor modi canendi, qui dicuntur autentici, duces, ac præcipui, Dorius, Phrygius, Lydius, Mixolydius. In chordis inferioris tetrachordi ponuntur totidem modi canendi, placales, subiugales ac secundarij; Hypodorius, Hypophrygius, Hypolydius, Hypomixolydius. singuli singulis autenticis per diatessaron subiacentes. Ita vt media chorda suscipiat dorium autenticum Hypodorij infimi. & Hypomixolydium subiugalem supremi Mixolydij.

Mixolydij. Et quoniam in icosichordo Guidonis ditonus & tritonus per interuallum diesis distinguuntur alternis: idcirco non plures, quam septem chordarum positiones, hoc est, septuplex varietas chordę fieri potest. Vnde, cum modi sint octo necesse est vt vna ex chordis suscipiat duos modos. Itaque ex septem chordis apud a. d. c. d. e. f. g. septem literas positis, quę apud d. est media in ditono. quę apud a. est superior in tritono. Quę apud e. infra diesim altam. Quę apud f. infra diesim imam. Quę apud f. supra diesim altam. Quę apud c. supra diesim imam. Quę apud g. est inferior in tritono. Quam ob rem, litera d. suscipit modum primum. a. secundum. c. tertium. quartum. f. quintum. c. sextum. g. septimum. cui oportet assignari suum subiugalem apud d. qui locus est primi. Igitur primus adscribitur Soli planetarum medio & præcipuo, qui dicitur dorus. Secundus Lunę, hypodorus. Tertius Marti phrygius. Quartus Mercurio hypophrygius. Quintus Ioui Lydius. Sextus Veneri hypolydius. Septimus Saturno Mixolydius. Octauus octauo cęlo vel soli, cuius dies sequitur diem Saturni. Nam hæc modorum dispositio imitatur ordinem planetarum in diebus hebdomadę dominium & nomen habentium. Primus igitur modus, tertius, quintus & septimus, sunt autentici. Secundus autem, quartus, sextus, octauus, sunt subiugales: & singuli singulis autenticis per diatessaron subiacentes, secundum ordinem spherarum cęlestium.

h	—	tonus	
a.	—	tonus	
6	— g —	tonus	h Nete. — Inferior in tritono. — Mixolydius 7 ^m
$6\frac{1}{4}$	— f. —	diefis	z Parane. Super diesim altam. — Lydius 5
$7\frac{1}{2}$	— c. —	tonus	o Paramese. Infra diesim altam — Phrygius 3
8	— d. —	tonus	o Mese. — Media in ditono. — Dori ⁹ hypomixop ⁹ . lydius 8
9	— c. —	diefis	p Lichanos. — Super diesim imam — Hypolydius 6
$9\frac{1}{2}$	h —	tonus	p Parhypate. Infra diesim imam — Hypophrygius 4
$10\frac{2}{3}$	— a —	tonus	h Hypate — Supior in tritono — Hypodorius 2
11	— g —	tonus	
	f —		

Ex præ

Ex prædictis patet, q̄ in septem literis cōsummat̄ omnis varietas in recipiendis modorum qualitatibus: adeo vt necesse sit, in mediam chordam coincidere duos modos. Quod autem Ptolemæus addit hypermixolydium apud sequentem literam A. quæ est octaua ab a. infima: hæc mihi non videtur additio, sed tralatio hypodorij, ad eandem literam, eandem positionem chordæ superioris in tritono: quæ tralatio fieri potest in vnoquoq; modo, si sursum per diapason transferatur, ad eandem scilicet literam. Nam ibi seruatur in modo idem spaciorem processus, nec refert vtrum modulatus fiat acutior.

Primus igitur modus dorius, Solis ponitur in d. sol. re.

Secundus Hypodorius, Lunæ. in A. re.

Tertius Martis Phrygius. in e. la. mi.

Quartus Hypophrygius Mercurij. In **h** mi.

Quintus Lydius Iouialis. in f. fa. vt.

Sextus Hypolydius Veneris. in c. fa. vt.

Septimus Mixolydius Saturni. in g. sol. re. vt.

Octauus Hypomixolydius, quoniam oportet. vt (sicut alij subiugales suis autenticis) per diatessaron subiaceat Mixolydio; cadit in D. sol. re. sicut Sol quartus est à Saturno. Et sicut solaris dies succedit sabbato. Quamquam idem octauus modus (quando anteriores sortiuntur singulos planetas) octauo cœlo iure, quod saturnum sequitur, adscribi potest.

Formantur autem autentici à loco proprio ascendendo per diapēte & diatessaron. hoc est, per diapason: & inde tantundem descendendo. Placales autem à sede sui quisque autentici per diapenten ascendunt: & inde per diapenten ac diatessaron descendunt: vnde rursus per diatessaron ascendunt; & in locum autenticorum simul desinunt. Miscentur tamen quandoque, & aut. deficiunt, aut limites prætereunt, vt artificibus placet.

Primus modus (quia Solis est) somnolentiam ac pigr̄tiam expellit: verbisq̄ue iocosis, lepidis ac facetis conuenit.

Secundus, Lunaris, somnum quietum ac lenem inducit: quo Pythagorici curas quiete, aut somno temperabant. Verbis enim mœst̄tiam, fletumq̄ue prouocantibus: quietem ab angustijs & à seruitute libertatem vendicantibus congruit.

Tertius, Martialis, est incitatus, seuerus, asper, iracundus, verbisq̄; de prælio agentibus competit.

Quartus, Mercurij, blandus, garrulus, lasciuus, adulatorius, mitigatiuus, verbisq̄ue monitorijs, blandientibus, ac detractorijs adscribitur.

Quintus, iouialis, delectabilis, hilaris, modestus, non nihilo petulans: lapsos ac desperantes reuocat, verbisq̄ue gaudium aut victoriam narrantibus vendicatur.

Sextus,

Sextus, Veneris, lacrymabilis, pius, deuotus, amatorius, verbisque ad lacrymandum ob deuotionem, compassionem, vel lætitiā inducentibus attribuitur.

Septimus, Saturni, est partim iucundus, partim incitatus; quæstuosus, per saltum procedit inimicos, melancholicis & querulis verbis, & ijs, quæ tertio 4. 5. & 8. competunt, conceditur.

Octauus, cœli stellati, tristes, ac lentos ad mediocrem reducit lætitiā, est suauis, in oratus, deprecatus: quo utimur, cum aliquam felicitatem, aut gloriam cum lacrymis impetrare optamus. verbisque profunda, ac cœlestia tractantibus conformatur.

AD LECTOREM.

Nec præcepta contexendi symphonias duarum, aut plurium vocum omittenda sunt: ut sicut theoricis, sic etiam practicis aliquatenus satisfaciamus.

P RIMA Cātoribus regula datur, quæ principia modulaminū debent exordium sumere à consonantijs perfectis: quæ nō est necessaria.

Secunda regula. Duas perfectas eiusdem speciei consonantias nō debere simul ascendendo, vel descendendo, immediate poni.

Tertia regula. Inter duas perfectas eiusdem generis consonantias diuersis vel consimilibus motibus intensas aut remissas, vna imperfecta, ut tertia vel sexta debet media constitui.

Quarta regula. Plures perfectæ & dissimiles cōsonantiæ ascēdētes, vel descendentes possunt constitui. ut quinta post vnisonum 8^a. post 5^a.

Quinta regula. Duæ perfectæ concordantiæ similes possunt immediate poni, modò dissimilibus procedant motibus. ut si octaua in acutum protendatur, altera 8. In graue remittatur. Et sic de quinta.

Sexta regula. Cātus, tenor, & grauis dñt inuicē esse cōtrarij in motu. ut si cātus ascēdat, tenor descēdat: & ecōtrario. Sed nō est id necessariū.

Septima regu. Cātus & tenor p cōtrarios motus, suauissime trāseūt. ex sexta in octauā, ex vnisono in tertiā: & ecōtrario. Itē ē sexta minori i quintā alterius partis motu, reliqua stāte. Idēq; de cōpositis intellige.

Octaua regula. Cātilenam in cōsonantiā perfectā terminari debere. Discordantiā in minimis notulis concedi.

Tres voces, quarum extremæ per diatēson, media cum grauiore per diatēpenten, cum acutiore per diatētesar o n ligantur, optimē concordant. sicut & ab eis compositæ.

Tertiarum aut decimarum simul ascendentium aut descendētium, iucundum esse ac suauem processum.

Aliquid

*Aliquid nunc de Musica & instrumentorum Authoribus primis dicendum,
quantum compendij nostri exigit angustia.*

MERCURIUM perhibet testitudinem à Nili vndatione destitutam reperisse; cuius à putrefactione soli intenti superfuissent nerui: qui tactum sonitum redderent. Atque huiusmodi ligneum construxisse instrumentum, primò quidem quatuor fidibus, mox septem instructum: ut Homerus est author in hymno ad Mercurium.

Mercurius, ut tradunt, Orphea docuit: Orpheus Thamyrin & Linum. Linus Herculem: à quo (quia ob ingenij tarditatem crebro vapulabat) lyra ipsa occisus est. Item Amphionem, qui à septem chordarum numero, totidem portarum urbem Thebas extruxit.

Interempto autè à Thracibus mulieribus Orpheo, proiecta ipsius in mare lyra, fertur ad Anteam urbem pervenisse Lesbi: & à piscatoribus inventa tradita Terpandro. Qui eam in Aegyptum tulit, & Aegyptijs ostendit sacerdotibus: à quibus factus eruditior, ac reuersus dictus est ipsam inuenisse.

Samius porrò Pythagoras in adytis templorum Aegypti fertur hanc Orphei antiquam heptachordon lyram, quam ibi Terpander appenderat, inuenisse, & octauum ei adiecisse neruum.

Palladem etiam tibiae inuentricem fuisse perhibent: quam cum inflatis buccis insonaret, atque ob id deformis in Deorum cœtu rideretur, eam abiecit: quæ à Marfyæ fuerit reperta. Qui ab Apolline superatus non solum palmam, sed etiam pellem amisit: quæ ex platani arbore vsque ad Domitiani tempora pependisse traditur.

Alceus tamen hanc tibiae inuentionem Apollini adscribit: cuius quidem rei fidem fecerit statua quædam ipsius vetustissima apud Delon. quæ in dextera arcum, in sinistra verò Gratiâ complectebatur: quarum vna lyram, tibiâ altera, media verò fistulâ ori admotam tenebat. Quod quidè Anticles & Ister cōtestantur.

Iubal, filius Lamechis, pater canentium cithara & organo legitur in sacris liton, & apud Iosephum.

Dauidem Regem ac prophetam, multorum instrumentorum fuisse authorem.

Sambucam Troglodytæ iuvenere, ut Solinus.

Tubam æneam Piseus Tyrrenus. ut Plinius, aut multò antea Moyses, ut Iosephus.

Arcades primos in Latium instrumenta musica tulisse, cum antea fistulis pastoralibus tantum vterentur. author est Dionysius.

Lacedæmones primùm tibijs in prælio vsos, Thucydides.

Cretenses in bellum egressos, cithara præcinente. Gellius.

Parthos cum tympanis. Plutarchus, & Appianus.

Fistulæ inuentor Pan, teste Plinio. & Virgil. Plectri Sappho, ut Suidas & Aelianus.

Hæc carptim hic posita, alibi latius tractantur. Exponetur calculus.

	<p>f. 59049. differentia toni. g. 25272. differentia diesis. h. 33737. differentia apotomes. k. 7153. differentia commatis. l. 21459. triplum diæ commatis. m. 28612. quadruplum. n. 35765. quintuplum. p. 57224. sextuplum. q. 64372. nonuplum.</p>	<p>diapason tonus</p>

Ex hoc ultimo calculo Boëtius in 3. Arithmetiq̃ concludit, tonum esse maiorem, quàm 8 commata: minorem autem, quàm nouem.

Item diesim esse maiorem, quàm tria commata, minorem autem, quàm quatuor.

Adhuc apotomen esse maiorem, q̃ quatuor cōmata, minorem autem q̃ quinque.

Cum verò apotomes excessus super diesim sit comma: & earum congeries sit tonus; sequitur, vt apotome excedat commata quatuor & dimidium. & vt diesis excedat tria commata & dimidium. vtq̃ue tales excessus sint æquales.

VERVM animaduerte, ingeniose Lector, q̃ Boëtius in determinandis his interual-
lorum collationibus, debebat vti differentijs proportionalibus, hoc est in propor-
tione continua crescentibus: non autem (sicut facit) differentijs æqualibus. Id aut̃
fecit, vt vitaret multiplicationis laborem. Et tamen, sicut nos proportionaliter
calculando, experti sumus, Boëtius veritatis scopum attigit.

FRANCISCI MAVROLYCI
ABBATIS MESSANENSIS
DE LINEIS HORARIIS,
LIBER PRIMVS.

Ad Illustrissimum, & Excellentissimum
dominum, D. Franciscum Santapacium,
Buteræ Principem, & Marchionem Ly-
codiæ, Messanensium strategum.

P R Æ F A T I O.



INTER Mathematicas speculationes Illustriss. prin-
ceps, Gnomica, qua lineas tractat horarias, haud infimo
loco ponenda est: cum sit tam iucunda scitu, quàm usui
non commoda solum, sed etiam necessaria. Quæ cum
diu maioribus nostris fuisset incognita, paulatim mox
adinuenta & à perspicacioribus ingenijs illustrata fuit
Anaximenes enim Milesius Lacedæmone primus fertur
horologium Sciotericum ab umbris cognominatum inuenisse. Romæ autem
id serius usurpatum: ut cuius ciuibus militaris disciplina magis curæ,
quàm Syderalis esset. Primum enim in XII. tabulis ortus tantum &
occasus solis nominabatur. Post aliquot annos adiectus est & meridies:
quem consularis accensus prænunciabat: Sed hoc serenis tantum diebus
usque ad primum bellum Punicum. Mox nerò horologium solarium à
M. Val. Messala Cos. secundum rostra in columna positum est. ut ait M.
Varro: Catana in Sicilia capta, Hemicyclium excavatum ex quadrato, ad
enclimaq; succisum Berosus Chaldaus. Scapham siue hemispherium Ari-
starchus Samius, & discum in planitie. Araneam Eudoxus, siue prior
Apollonius. Plinthus siue lacunar (quod in Circo Flaminio Romæ positum
erat) Scopas Syracusius: Atq; aliq; alia horologiorum genera perhibentur
inuenisse. Scipio Nasica primus Romæ aquæ fluxu horas diuisit, clepsydra
sub tecto posita, anno ab urbe condita DCCV. Sed horologium ex aqua &
hydraulicas machinas, Vitruuius auctore, reperisse fertur Ctesibius Ale-
xandrinus. Clepsydris multo post succedere harenariæ ampullæ. Horologia
uerò, quæ rotis uersantur, & axis crepitu horas indicant, sunt multo recen-
tiora. Verum ne de huiusmodi machinis, neque de clepsydris, aut am-
pullis

L

pullis

pullis sermo nobis erit: sed tantum de gnomonicis lineis: qui sunt horarii limites in plano quopiam ita descripti, ut erecti gnomonis umbra, sole radiante, semper instantem horam, intra cuius fines terminatur, inspicientibus ostendat. Quicunque autem hæc nosira legerint, animaduertent, multa fuisse prætermissa ab ijs, qui hætenus de huiusmodi negotio conscripsere: quæ quidem non solum theoricis iucunda, sed & practicis utilia trademus. Excipe igitur libellum hunc sereno uultu, Princeps excellentissime, ut qui seueritate simul ac clementia prudentissime Mamertini regiminis frena moderaris; literatorum quoque, ut assoles, patrocinium suscipias.

Vale, & uiue sælix.

Astronomica quadam præambula. Cap. I.

SCIENDVM in primis, mundum esse sphæram, quæ vertitur ab ortu ad occasum rapidissimo diurno motu super axe quodam, cuius extrema poli dicuntur. Tali autem motu à singulis punctis in sphærica superficie ubicunque receptis, integra conuersione, singulos describi parallelos circulos, quorum qui polo vicinior, minor est; qui autem medius inter polos, maximus est æquinoctialis vocatus: quem scilicet sol in principio Arietis vel Libræ constitutus describit: in ijs enim punctis æquinoctialem secatur zodiacus, in cuius planâ superficiem sol motu proprio contra mundum fertur. Secatur, inquam, obliquè ad angulum, qui recti unius quadrantem ac nonagesimam ferè habet; Horizon est circulus maximus in sphæra manifestum hemisphærium ab occulto determinans. Qui cum transit per mundi polos, rectus est: Obliquus verò, cum præter polos. Poli autem horizonis vertices habitantium in eo, seu zenit, appellantur. Circumferentiæ parallelogæ extantes in manifesto hemisphærio, arcus diurni: & earum complementa in occulto, nocturni arcus dicuntur. Tamque hos, quam illos singulos meridianus circulus maximus per mundi & horizonis polos incedens per æqualia dispescit. Horizon rectos parallelos singulos in semicirculos secatur: Obliquus verò inæqualiter. Nam arcus diurni ab æquinoctiali ad manifestum polum sumpti maiores sunt nocturnis, & eo maiores, quo ab æquatore remotiores. Contrarium dic de arcibus ad occultum polum declinantibus. Declinatio stellæ, est arcus circuli per mundi polos & locum stellæ incedentis inter æquatorem & stellæ locum receptus. Latitudo autem stellæ, est arcus circuli per zodiaci polos ducti inter zodiacum & stellæ locum. Ascensio recta, est arcus æquatoris cum quopiam zodiaci arcu in horizonte recto cooriciens. obliqua verò in obliquo. Descensio autem arcus cooccidens. Differētia
ascen-

ascensionalis est ascensionū rectę & obliquę excessus : & talis semper est excessus quadrantis & arcus semidiurni ad eundē locum spectātis. Latitudo ciuitatis aut loci cuiuspiā, est arcus meridiani inter æquatorē & loci verticem siue zenit receptus. Longitudo autem locorum, arcus æquatoris à meridiano ad meridianum computatus. Paralleli, quos tangit zodiacus, sunt tropici Cancrī & Capricorni, in principijs videlicet talium signorum a sole descripti. Paralleli quoque per zodiaci polos ducti Arcticus & Antarcticus nominantur. Coluri autem sunt duo circuli maximi per mundi polos intellecti : quorum alter per contactus tropicorum, quę sunt solstitialia puncta : reliquus per sectiones æquatoris & zodiaci, quę sunt æquinoctiorum puncta, incedit. Arcus autem illius inter æquatorem & zodiacū recepti sunt maximę declinationes Solis, siue quantitates angulorum sub dictis circulis comprehensorum. Circulus altitudinis, est circulus maximus per verticem horizontis & locum stellę ductus : cuius arcus inter horizontem & locum stellę receptus, altitudo stellę vocatur. Vnde tam Meridianus, in quo meridianę altitudines cōputantur, quàm verticalis circulus, qui Meridianum & Horizontem orthogonaliter secat, per vtriusque polos incedens, circulus altitudinis vocari potest. Umbra recta est illa, qua gnomon ad horizontē perpendicularis projicit. Versa verò umbra est, quā gnomon perpendicularis ad aliquem circulū altitudinis, in ipsi circuli plano projicit. Hęc præmissa sunt, quo dicēda melius intelligantur, ne lector necessarios terminos aliunde medicare cogatur.

Circulorum & linearum positio. Cap. 2.

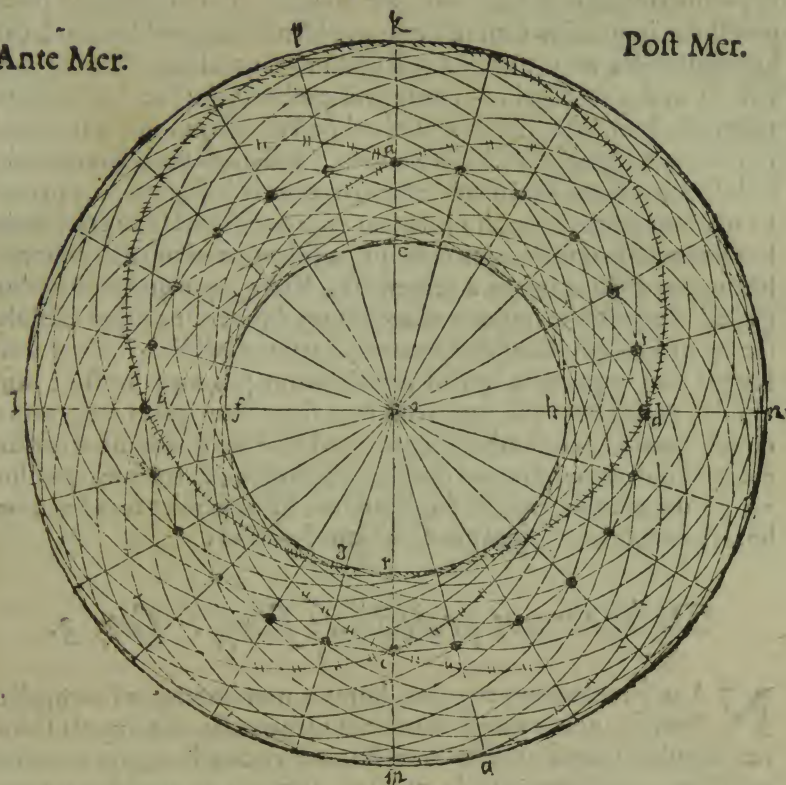
DIES, est tempus, quo Sol motu diurno vnā reuolutionem perficit : hoc est, in quo fit integra conuersio motus diurni, addito paruo æquatoris arcu, qui motui Solis proprio interim peracto respondet. Hora æqualis siue æquinoctialis, est vicesima quarta pars diei, in qua scilicet quindenī gradus æquatoris exoriuntur cum dicti additamenti debita portione : siue spacium temporis, in quo Sol motu diurno peragrat quindenos gradus. Diuisis itaque quatuor quadrantibus æquatoris inter meridiani & horizontis semicirculos receptis singulis in sex arcus æquales ; diuisus erit totus circulus in 24. arcus, quę sunt horaria sphæria. Circuli itaque 12. per polos mūdi & puncta diuisionum ducti, dicuntur horarij circuli, de quorum numero est meridianus & horizon rectus qui horas à meridie initium capientes distinguunt : Nam sicut diuidunt æquatorem, ita & omnes ac singulos æquatoris parallelos æqualiter in totidem similes arcus. Sicut autem periferiæ horum circulorum secant se in polis communibus, ita &

L 2 corum.

eorum plana secant se inuicem super axe, cuius extrema sunt poli. Itaque axis mundi est communis sectio talium circularum: quod autem æquatoris & singulorum parallelorum arcus inter duos semicirculos horarios proximos recepti sunt similes. hoc est singuli quindenorum gradus, constat per 14^a. secundi sphericorum elementorum Theodosij: Hoc pacto, cum circuli tales horarij, de quorum numero est Meridianus sint, xii. semicirculi fient xxiiii. totidem horaria spacia tam in æquatore, quam in singulis parallelis distinguentes. Qui, cum ut dictum est, in omni horizontē, horas à meridiano inceptas numerent, in horizonte recto horas etiā ab ortu vel ab occasu exorsas disponunt, cum rectus ipse horizon ortum & occasum terminans sit de numero talium circularum. In horizonte autem obliquo intelligendi sunt duo paralleli, æquatoris, tangentem horizontem apud eā puncta, in quibus horizon ipse secat meridianum: quorum parallelorū, qui circa polum manifestum, est maximus parallelorum integre apparentium: nam reliqui apparentes magis ac magis, approximant dicto polo, minime tangentes horizontem. Qui autem circa polum occultū, est maximus parallelorum integre occultorum: nam reliqui occulti tali polo viciniore coarctantur magis, ac sub horizonte deprimuntur. Sicut itaque horizon tangit in dictis punctis sectionum meridiani geminos parallelos prædictos, ita & alij 23. circuli magni tangunt eosdem parallelos singuli in binis punctis, in quibus eosdem parallelos secant singuli circuli horarij per polos ducti. Sic fit, ut horum xxiiii. semicirculi inter oppositos per diametrum contactus recepti, de quorum numero est semicirculus horizontis occidentalis à meridiano distinguant totidem horas ab occasu hoc est ab horizontis prædicto semicirculo exordium capientes: omnes enim tam æquatoris quam parallelorum arcus inter duos proximos tales semicirculos recepti sunt similes per 17^a. secundi sphericorum Theodosij, hoc est singuli quindenorum graduum. Et perinde hi sunt horarij semicirculi, qui horas ab occasu exordientes in horizonte obliquo distinguunt. Reliqui autem xxiiii. semicirculi inter dictos contactus, de quorum numero est semicirculus horizontis orientalis à meridiano distinguunt totidem horas ab ortu hoc est à prædicto horizonti semicirculo inceptas: Nam similiter & æquatoris & parallelorū arcus inter proximos tales semicirculos recepti sunt quindenorum graduum. Quare insunt horarij semicirculi qui horas ab ortu initium sumentes determinant. in eodem horizonte. Sed tales periferiæ in solidæ spheræ superficie descriptæ clarius intelliguntur. Nā in plano nulla cōmodiori via oculo exponi possunt, q̄ ad modum aranæ astrolabiæ: sicut hic infra descriptæ apparēt in qua descriptione a b c d. circulus repræsentat æquatorē

Ante Mer.

Post Mer.



totem 24. punctis in totidem arcus, quæ sunt horaria spacia, diuisum: circulus e f g h. parallelū maximū integre apparētium, Circulus k l m n. parallelū maximū integre occultorū: circulus k b g d. horizōtem obliquū, qui tangit dictos parallelos in punctis g k. in quibus idem secat meridianum k a e o g c m. in quo pūctum o. pōlus extans. Recta p o r q. repręsentat circulū per polos horę primę antemeridianę & vndecimę post meridianę. Circulus p s r t. est horę primę ante occasum vel ortum tāgens dictos parallelos in punctis p r. in quibus circulus p o r q. secat eosdem. Semicirculus scilicet p s r. primam ante ortum: reliquus verò r t p. primam ante occasum. Arcus autem p k. g r. inter contactus: Itemq; arcus b s. d t. æquatoris singuli sunt vnius horę spacia. Hoc idem dic de cæteris circulis tā secantibus, quàm tangentibus dictos parallelos. Nam secantes quidem per polos ducti horę à meridiano: tangētes verò horas ab occasu vel ortu exorsas determinant.

L 3

nant.

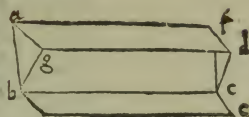
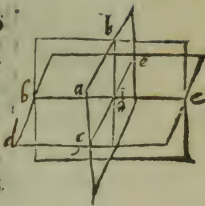
nant. Circulus $b f o h d n$. per polos horam sextam ante meridianam & postmeridianam determinat. Et circulus $e b m d$. tangens dictos parallellos in punctis $e m$. in quibus eisdem secat meridianus $k c m$. horam duodecimam ante vel post ortum vel occasum. Semicirculus scilicet $m d e$. duodecimam ante, vel post ortum: ac semicirculus reliquus $e b m$. duodecimam ante vel post occasum. Similiter semicirculus $n a f$. terminat sextam ab ortu. Reliquus verò semicirculus $f c h$. sextam ab occasu. Itemque semicirculus $l c h$. sextam ante ortum. Et residuus semicirculus $h a l$. sextam ante occasum. Duræ crediderim hominem esse ceruicis, qui cum prius sphaerica elementa didicerit: hæc nostra dicto citius non perpendat. Vides ergo quemadmodum circuli tangentes se inuicem cancellatum interfecant super circulos secantes? Et si cui libeat distinguere horarum dimidia; rursus arcus singuli tam æquatoris quàm parallelorum per æqualia sunt diuidenda, & duplicandus numerus tam secantium quàm tangentium circulorum: Et adhuc ad distinguendos horarum quadrantes, rursus arcus dimidiarum horarum diuidendi bifariam, & rursus circuloꝝ vtriusque ordinis numerus duplicandus. Hinc pendet tota linearum horarum & horologiorum Solarium doctrina.

De linearum proiectione situq;: Cap. 3.

NA M circulorum per polos, horas à meridie terminantium, plana dum secant horologij cuiuspiam planum, faciunt singula sectiones singulas, quæ sunt rectæ lineæ horariæ vocatæ horarum à meridie exorsarum terminatrices: de quarum numero est meridiana linea, quam meridianus secando facit. Circuloꝝ verò tangentium plana, qui ab occasu vel ortu discernunt horas, dum secant item quodpiam construendi horologij planum singulas & ipsa singula generant in sectionibus rectas horarum ab occasu quoque vel ortu inchoatarum indices. Verùm sicut circuli per polos super axe mundi se inuicem secant; ita & factæ ab ijs horariæ lineæ in vno se vicissim puncto interfecant: Quod lineis horarijs ductu tangentium circulorum factis non contingit: sicut neque ipsi tangentibus circuli communem rectam pro sectione sortiuntur. Quemadmodum itaque in singulis horologijs, pro situ cuiuslibet loci, tales lineæ generentur, trademus, absolutis prius præambulis quibusdam.

Præmittemus duo lemmata; quorum primum erit: Si duo plana se inuicem secantia tertio quodam plano secantur, factæ à tertio plano sectiones quæ rectæ lineæ sunt, se vicissim secant. Vt si duo plana $a b c$. & $c d e$.

& c d e. secant se inuicem super rectam b c. quæ à tertio plano e f. secantur : Aio, quòd sectiones, quas facit planum e f. cum planis a b c. d e. quæ sunt rectæ lineæ per tertiã vndecimi, se vicissim secant. Nam planum e f. secans duo plana a b c. d e. omnino secabit eorum communem sectionem b c. Secet in puncto d. itaque punctum d. commune erit his tribus planis. solum: omnino igitur per d. punctum transibunt factæ per tertium planum sectiones cum duobus planis primis, quæ sint e d. a f. rectæ: secant se itaque in puncto. Similiter de tribus aut pluribus planis ostendemus. Alterum lemma erit, si tria, vel plura plana se inuicem super eadem recta secant: quorum vni planum quartum æquidistet, reliquam secet: factæ à quarto plano sectiones erunt æquidistantes. Vt si tria plana a. b. c. b. c. d. b. c. e. communem sectionem habeant rectam b c. Planum verò quartum f g. æquidistet vni illorum vtpote plano b c e. secetque reliqua a b c. b. c. d. sintque communes sectiones f a. g d. rectæ. Aio, quòd f a. g d. sunt æquidistantes. Nam, cum planum a b c. secet plana b c e. f g. iam per 16^a. 11^{mi}. cõmunes eorum sectiones a f. b c. æquidistantes erunt: & per eundem g d. æquidistabit ipsi b c. Igitur per 9. eiusdem libelli. ipsæ a f. d g. æquidistantes erunt, quod fuit demonstrandum. Similiter, si fuerint quatuor plana & super vnã rectam se inuicem secantia, & quintum planum vni illorum æquidistans reliqua tria secuerit; tres in ijs factæ sectiones erunt æquidistantes. Non aliter si quinque planis communem rectam pro sectione sortitis, superueniat sextum vni æquidistans & cætera secans: quatuor sectiones æquidistantes fient. Quod si sub dicta conditione sex planis septimum inducatur, quinque sectiones æquidistantes in septimo apparebunt: Itaque in infinitum. His præmissis, sciendum, quòd quemadmodum circuli horarij tam secantes, quàm tangentes, atque æqua tor & paralleli se inuicem cancellatim secant; ita & ab illis factæ horariæ lineæ in plano horologij mutuas etiam inter se faciunt sectiones: & interdum aliquas æquidistantas, vt mox constabit. Conicæ verò superficies, quarum bases sunt paralleli æquatoris, vertices autem in centro mundi; dum secantur à plano horologij, faciunt in ipso plano curuas quasdam lineas, quæ sunt conicæ sectiones, & quinque circulos. Quos autem parallelos secant circuli horarij, eorundem conicas sectiones in horologij plano factas secant horariæ talium circulorum lineæ: Quos etiam



L. 4 parallelos.

168. DE LINEIS HORARIIS

parallelos tangunt circuli horarij, eorundem quoque curvas in horologij plano proiectas tangunt horaria ipsorum circulorum rectæ. Item quorum circulorum periferia in superficie sphaeræ se inuicem in eodem puncto secant, eorundem proiectæ in planum horologij lineæ super vnum quoque se punctum vicissim secant. Et sicut circuli horarij per polos secant extremos parallelos super puncta contactuum, in quibus scilicet eos tangunt horarij tangentes in superficie sphaeræ; ita & illorum lineæ horariæ in planum horologij proiectæ, secant in eodem plano parallelorum curvas apud contactuum puncta, in quibus videlicet horariæ rectæ à tangentibus generatæ tangunt curvas prædictas. Sed de curuis lineis in secundo libello dicendum.

De mutua sectione circulorum horariorum super æquatore & parallelis. Cap. 4.

DESCRIPtis itaque bisseis circulis horarijs per polos, de quorum numero est Meridianus, aut horizon rectus: necnon quatuor & viginti circulis tangentibus, de quorum numero est horizon obliquus, quemadmodum prædiximus: intelligendum est, quod mutue tangentium sectiones fiunt super secantium, hoc est per polos euntium periferijs, necnon super parallelorum seriatim & vtrinque ab æquatore deductorum periferijs: qui paralleli sunt 24. Ponatur enim Sol in æquatoris ac Meridiani sectione: certum est instare iam horam sextam ab ortu, & ite sextam ante occasum: omnino igitur Meridianus & duo circuli tãgentes, quorum alter sextâ ab ortu, alter 6^a ante occasum terminat, in vno puncto se inuicem secant super æquatorem. Item peragat Sol horæ spaciū post meridiem: instabit iam hora 7. ab ortu: & hora 5. ante occasum: ergo & circulus secas primam post meridiem: & circuli duo tãgentes 7. ab ortu, & 5. ante occasum terminantes, cum æquatore in vno puncto, qui Solis locus est, se vicissim secabunt: Id idem necesse est fieri in singulis 24. punctis in periferia æquatoris horaria spacia distinguuntibus. Non aliter in singulis parallelis hinc & inde ab æquatore acceptis, per singula puncta horarium diuisionum ternos semper horarios circulos se inuicem secare ostendemus: exceptis parallelis extremis, in quibus fiunt
contactus

contactus & sectiones. Exempli gratia: capio parallelum ab æquatore ad partes poli extantis, in quo arcus diurnus sit xii. horarum: Sitque Sol in puncto, in quo talis parallelus secat meridianum: Instat igitur hora $6\frac{1}{2}$ ab ortu, & hora $6\frac{1}{2}$ ante occasum: igitur meridianus & duo circuli tangentes, talium horarum limites, in dicto puncto se inuicem secant. Qui si Sol in eodem parallelo peragat horæ dimidiæ spacium post meridiem, instabit tunc hora 7^a ab ortu, & hora 6^a ante occasum: Itaque circulus horarius horæ dimidium post Meridiem terminans, & duo circuli, 7^a ab ortu & 6^a ante occasum terminantes super dictum parallelum in loco Solis se inuicem tunc secant. Similiter & simili processu per cætera paralleli puncta idem fieri necesse est. Non aliter capiens parallelum oppositum, qui Soli diurnum arcum xi. horarum exhibet, id idem ostendam. Et similiter dimidiarum horarum processus continget, vbi arcus diurnus imparem numerum horarum suscipit. Item, ne parcam exemplis assumam parallelum ad partes poli manifesti, vbi arcus diurnus xi. horarum: sitq; Sol in puncto vbi talis parallelus secat meridianum: Instabit igitur hora 7^a ab ortu: & hora 7^a ante occasum. Itaque meridianus & duo circuli talium horarum terminatores in dicto Solis loco se vicissim secant. Peragat deinde Sol in eodem parallelo horarium spacium post meridiem: nā instabit tunc 8^a ab ortu: & 6^a ante occasum. Quare circulus horæ vnius post meridiem cum dictorum horarum circulis, super ipsum paralleli punctum, quod Solem recipit, se inuicem dispescent. Similiter per cætera paralleli puncta horas dirimentia procedam. Nec aliter in opposito parallelo: qui diurnum arcum x. horarum recipit, id ipsum demonstrabo: Et per eadē horaria spacia in reliquis parallelis diurnos arcus pari horarum numero dimetientibus argumentabor. Quāquā & talis processus ex sphericis elementis facile concludi potest. Constat ergo, quo circuli horarij inter se cum parallelis ordine, cancellatim sectiones faciant.

COROLLARIUM.

Tales autem parallelos, qui per puncta sectionum horariorū circulorum ducti limitant horas integras, & arcus tam diurnos quā nocturnos integrarum horarum, ab æquatore ad polum extantem xi. esse, & totidem ab eodem ad polum occultum planè constabit. Ita, vt primus illorum post æquatorem habeat arcum diurnum horarum xi. noct. xi. secundus diur. xi. noct. x. tertius diur. xv. noct. ix. quartus diur. xvi. noct. vii. quintus diur. xvi. noct. vii. sextus diur. xvi. noct. vii. septimus diur. x. noct. v. octauus diur. xx. noct. iiii. nonus diur. xxi. noct. iiii. decimus diur. xxi. noct. i. vndecimus diur.

diur. xxi. noct. i. duodecim diur. xxi. noct. vnius puncti, hoc est nullius quantitatis: tangit enim solum in puncto horizontem. Idem dic de parallelis ad occultum polum, sumptis commutatis horarum numeris. Nam oppositorum & æqualiter ab æquatore distantium parallelorum vnius arcus diurnus æqualis est nocturno reliqui.

*Horologia præcipua quæ sint, & quomodo
horarias lineas suscipiant. Cap. 5.*

QUODLIBET autem horologij planum secans singulos horarios circulos vicissim sectum ab eis, facit singulas horarias lineas, vt dictum est: cum planorum quorumvis communis sectio sit recta linea per tertiam vndecimi elementorum. Sed horologiorum præcipua, tales lineas suscipientia, sunt quatuor: Acquinociale, Horizontale, Verticale, ac Meridianum. de quibus singillatim est à nobis disserendum. Acquinociale itaque Solarium planum fortitur ad æquidistantiam æquinoctialis circuli pro situ loci. Quam ob rem tale horologium habitantibus sub polo, est horizontale, cum horizon eius situs ipse æquinoctialis existat: in horizonte autem recto, hoc idem horologium verticale vocabitur, quandoquidem æquinoctialis ibi officio verticalis circuli fungatur. Horizontale Solarium ad Horizontis æquidistantiam siue recti siue obliqui ponendum erit. Verticale Solarium similiter penes verticalis circuli planitiem erigetur: quod duplicem poterit adipisci faciem, ad boreales partes vnā, & alteram ad australes vergentem: accidit enim vt Soli vtrouersum procurrenti non semper vna pateat. Hoc idem murale horologium dici solet. Hoc autem cum in horizontali similes suscipit præceptiones præsertim quo ad lineas horarias à meridie exortas. Meridianum denique Solarium ad meridiani plani æquidistantiam fabricetur. Tam enim hoc, quàm verticale ad horizontem perpendiculariter insistant, quasi parietes ad perpendicularum superstructi. Item meridianum Solarium, quo ad lineas horarum à meridie exortarum iisdem præceptis cum horizontali horologio recti horizontis contentum erit. Omnis enim meridianus est horizon rectus, cum per polos incedat. differunt tamen in situ planorum. Constat igitur horum singulorum horologiorum situs. Gnomon autem, siue stylus, siue idem appelletur horarius index horologij plano perpendiculariter infigendum est, ita vt eius cacumen statuatur in centro sphaeræ, quod est commune centrum omnium horariorum circulorum: Sic enim fiet, vt, in quocunque horario circulo

circulo Sol extiterit, gnomonicæ umbræ terminus in eodem circulo proiecta cadat iam in eiusdem horariam lineam, quippò quæ in ipso circuli plano iacet, cum sit communis eius plani cum horologij plano sectio. Sed centrum sphæræ est ipsum mundi centrum: In quo omnis astronomici instrumenti centrum in obseruatione cælestium constituendum est. Quod tamen, si in superficie terræ, ubi nos versamur, situm sortitur; non inferet sensibilem obseruantibus errorem, quandoquidem totus terræ globus, non solū ad firmamentum, sed ad Solarem etiam sphæram collatus nullam habet notatu dignam magnitudinem. Præterea illud attendendum, quòd quando horologij planum ducitur ad æquidistantiam alicuius horarij circuli; tunc linea horaria spectans ad talem circulum non apparet in talis horologij plano: cum plana sectionem non faciant, quæ linea horaria solet esse. Igitur in horologio meridiano linea meridiana non extat: in horologio horizontali linea horæ 24. ab occasu aut ab ortu non videtur: eā enim facit horizon: qui non secat planum horologij. In horologio horizontali horizontis recti linea horæ sextæ ante & post meridiem nusquam apparet: eam enim facit ipse horizon. Item in horologio verticali regionis 45. graduum latitudinis linea horæ 12. ante vel post ortum vel occasum describi non potest: talis enim horologij planum æquidistat plano circuli horæ prædictæ. Sed in particularibus singulorum horologiorum præceptis singula explicabuntur latius.

*Quæ horaria lineæ super vno sese puncto secant:
quæve æquidistant, & in quibus planis.*

Cap. 6.

HIS præmissis, vniuersale præceptum trademus ad discernendum, quinam horarij circuli se inuicem super vnū punctum secant, siue ipsi inter se, siue super aliquod punctum æquinoctialis: vt hinc liqueat, quæ horariæ lineæ, siue ipsæ inter se, siue super aliquid punctum æquinoctialis lineæ in cuiuspiam horologij plano se interfecent: Item & quæ horariæ lineæ & in cuius horologij plano æquidistant. Ex hac enim notitia sequetur facilis & emendata linearum descriptio. quod à nullo hætenus satis consideratum fuisse video. Sed quàmuis in descriptione secundi capitis, & in demonstrationibus quarti constet omnis sectionum, quas horarij circuli inter se, & cum æquatore faciunt: tamen & hic regulam exponemus id in promptu cognoscendi. Numerabimus autem,
gratia

gratia confusionis tollēda horas à meridiano per totum ambitum: Itemque horas ab ortu siue occasu per totum ambitum, ab initio primæ vsque ad finem, 24^æ. iuxta ordinem motus & circularum distinguendum. appellans, vt feci, circulos, qui horas à meridiano exorsas determinant, secantes, quando se inuicem super mundi polos secāt. Circulos autem, qui horas ab ortu vel occasu inceptas, ordinatim distinguunt, Tangentes, quando extremos parallellos in

Prima Regula. sectionum punctis tangunt. Hæc ergo erit prima Regula. Omnes circuli secantes se inuicem, super axe mundi secant: & perinde horariæ lineæ talium circularum in omni horologij plano se in-

Exceptio.

uicem secant super illud punctum, in quod axis cadit: excepto horologio meridiano & horologio horizontali sphaeræ rectæ: in quibus, quoniam planum horologij æquidistat meridiano, siue vni circularum secantium, horariæ reliquorum circularum lineæ sunt æquidistantes. Constat enim hoc per duo lemmata tertij capitis. Verum in horologio meridiano linea meridiana, & in horizontali

Secunda Regula. rectæ sphaeræ lineæ horæ sextæ non apparet. Secunda Regula. Omnes duo circuli tangentes per quadrantem remoti ab vno secante, in vno puncto cum tali secante secant æquatorem: quod per 3^æ caput constat: & ideo in horologio quolibet tres horariæ lineæ trium dictorum circularum in vno se inuicem puncto cum linea æquinoctiali secant, per primum lemma quarti capitis: excepto horologio æquinoctiali, in quo tres dictæ horariæ lineæ sunt æquidistantes, per secundū lemma dicti capitis. Exēpli gratia, circulus horæ sextæ ab ortu vel occasu, & circulus horæ 18^æ ab ortu vel occasu per quadrantem, hoc est per sex horas remouentur à meridiano: Igitur hi duo circuli cum meridiano in eodem puncto secant æquatorem: & in omni horologio lineæ horariæ horum duorum cum linea meridiana in vno puncto secant lineam æquinoctialem: dempto

Exceptio.

tamen horologio æquinoctiali, in quo tres lineæ horariæ tales sunt æquidistantes. Item circulus horæ 4^æ ab ortu vel occasu, & circulus horæ 16^æ ab ortu vel occasu per quadrantem remouentur à circulo horæ 22^æ à meridie: Igitur hi tres circuli in vno puncto secant æquatorem: & eorum tres lineæ horariæ in vno puncto secant lineam æquinoctialem in cuiuslibet horologij plano. Sed excipe horologiū æquinoctiale, in quo tres lineæ prædictæ sunt æquidistantes. Idem

Exceptio.

conclude pro cæteris circulis & eorum lineis ad hanc regulam spectantibus. Nec te conturbet, quod horam ab ortu vel occasu inceptam in distinctè appellem: Nam, vt in 2^o capite patuit, vnus & idē circulus horam ab vtrius limite numeratam, quanquam diuersis

Tertia Regula. semicirculis, determinat. Tertia Regula. Omnes duo circuli tangentes æqualiter

æqualiter ab vno secante remoti: sese inuicem cum ipso secante in vno puncto se dispescunt: quod ex 3^o cap. elicitur: quare per p^u lemma quarti capitis, tres lineæ horariæ talium circularum in vno se puncto secabunt in cuiusvis horologii plano secante tales circulos: Nam si horologii planum æquidistet plano vnus dictorum circularum: tunc duorum reliquorum horariæ lineæ in talis horologii plano erunt æquidistantes, per 2^u lemma dicti capitis. Quæ Regula late patet: Sed nos assignabimus exempla tantum pro horizonte, & inde pro circulo horæ duodecimæ ab ortu vel occasu: quoniam lineæ horariæ talium circularum facile describuntur, & perinde cæteræ super eas. Et similiter pro Meridiano: quoniam scilicet tam linea meridiana, quàm linea horizontalis, quàmquàm linea horæ 12^æ sunt facilis descriptionis, quandoquidem hæ duæ meridianam orthogonaliter secant: sicut & linea æquinoctialis. Vnde super illas reliquæ facile deduci possunt, descriptis prius lineis horarijs circularum secantiũ, horas. scilicet meridiæ distinguuntibus. Accipe igitur exëpla tertiæ Regulæ. Horizon & circulus horæ primæ ab ortu vel occasu æqualiter distant ab hora dimidia post meridiem: Igitur hi tres circuli se in eodem puncto secant. Et similiter tres illos horariæ lineæ in vno puncto se inuicem secant, in plano cuiusvis horologii secante illos circulos. Nam in plano horologii horizontalis, duæ reliquorũ circularum horariæ lineæ sunt æquidistantes, hoc est, linea horæ p^æ ab ortu vel occasu, & linea horæ dimidiæ post meridiem. Itẽ horizon & circulus horæ 2^æ ab ortu vel occasu æqualiter sunt remoti à circulo horæ primæ post meridiem. Ergo & hi tres circuli se in vno puncto secant: & tres eorum horariæ lineæ in vno se puncto secant in horologio secante circulos. Nam in horologio horizontali, duæ reliquorum circularum horariæ lineæ sunt æquidistantes. Itẽ horizon & circulus horæ 3^æ ab ortu vel occasu æqualiter remouentur à circulo horæ vnus & dimidiæ post mer. Itaque hi tres circuli in vno se puncto secant, & tres eorum horariæ lineæ in vno se puncto secant, in horologio secante circulos: Nam in horizontali, duæ reliquorum circularum lineæ sunt æquidistantes. Et sic in cæteris, ponẽdo semper horizontem vnum ex tribus. Sic etiam circulus horæ primæ ab ortu vel occasu, & circulus horæ 23^æ ab ortu vel occasu æqualiter remouentur à meridiano: Igitur hi tres circuli sese in vno puncto secant: & similiter ipsorum horariæ lineæ in horologio secante circulos. Nam in horologio meridiano duæ reliquorum circularum horariæ lineæ sunt æquidistantes. Hoc idem cõclude de circulo horæ 2^æ ab ortu vel occasu, & de circulo horæ 22^æ ab ortu vel occasu, & de cæteris binis à meridiano æqualiter remotis. Non aliter circulus horæ

Exceptio.

horæ 12^a ab ortu vel occasu, & circulus horæ primæ ab ortu vel occasu æqualiter sunt remoti à circulo horæ 6^h post mer. Igitur hi tres circuli in eodem se puncto secant: & similiter eorum lineæ horariæ in omni horologio circulos tales secante. Sed in horologio verticali regionis 4^a, graduum latitudinis; cuius planum æquidistans est plano circuli horæ 12^a ab ortu vel occasu, lineæ horariæ duorum reliquorum circulorum sunt æquidistantes. Item circulus horæ 12^a ab ortu vel occasu, & circulus horæ secundæ ab ortu vel occasu æquali spacio absunt à circulo horæ 7^a post meridiem: & ideo hi tres circuli in vno se puncto secant: & similiter eorum lineæ horariæ in horologio secante. Nam in horologio verticali dictæ latitudinis quod adiacet plano circuli horæ 12^a prædicti, duæ reliquorum horariæ lineæ sunt paralleli. & sic deinceps, ponendo semper circulum horæ 12^a vnum ex tribus. Quarta Regula. Singuli æquatoris paralleli vtriusque deducti incedunt per cancellatas circulorum tam secantium, quàm tangentium sectiones, atque ipsa sectionum puncta sunt limites integrarum & dimidiatarum horarum, à meridie persecantes, ab ortu verò vel occasu per tangentes circulos terminatarum: & similiter in planis horologiorum circulares seu curvæ peripheriæ, quas ipsa plana conicas dictorum parallelorum superficies secando faciunt, incedunt per cancellatas linearum horariarum à circulis secantibus & tangentibus factarum sectiones, perfectas horas, atque horarum dimidia in sectionum punctis discernendo. Vnde sicut extremos parallelos tangentes circuli tangunt in punctis, in quibus eosdem secant secantes: ita & in horologii plano lineæ horariæ à tangentibus circulis factæ, tangunt circulares seu curvas peripherias à conicis extremorum parallelorum superficiebus in ipso plano factas in punctis, in quibus easdem secant horariæ lineæ à secantibus ibidem projectæ: Qui quidem paralleli vnà cum extremo tam ad partes extantis, quàm occulti poli sunt duodecim; & arcus tam diurnos, quàm nocturnos ex numero perfectarum horarum confectos exhibent. Sed de curvis periferijs in secundo libello erit nobis sermo. Nunc distinguam horarum seriem in rota, in cuius medio horas à meridiano computatas, in limbo autem horas ab horizonte inceptas constitutam vt in promptu sit, quæ horæ à quibus æqualiter distent, cognoscere.

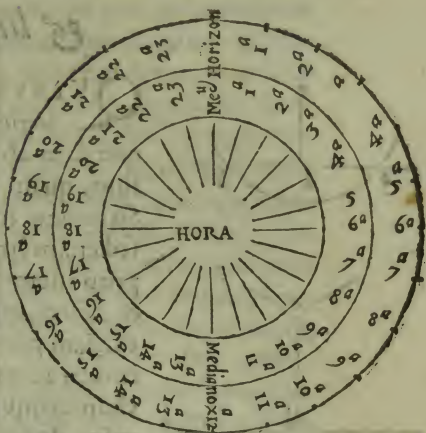
Quarta
Regula.

PRIMA REGVLA.

Lineæ horariz à meridie in omni horologio in vno se puncto secant: æceptis horologio Memo:& horologio horizōtali spheræ rectæ: in quibus sunt æquidistantes.

Distantia horarum in punctis
adsignatis eorumque locis
medijs est quærenda.

Secūda Regula.		Tertia Regula.	
Linea horaria tres in uno se pū- do cū equatore secantes in omni horol. Sed in hor- rol. aequinoctialis aquadistantes.	3. linea horaria in uno se puncto secantes in omni horol. ¶ Due linee ho- rariae aq- uistantes in ho- rol. horiz.	3. linea horaria in uno se puncto secantes in omni horol. ¶ 2. linee horarie aquidistantes in horol. yticali latus 45. gr.	
Mer ^{na} . 6. 18	Horizō. 1. $\frac{1}{2}$	12. 1. 6 $\frac{1}{2}$	
pr ^{ma} 7 ^a 19 ^a	Hor. 2. 1.	12. 2. 7	
2. 8. 20.	hor. 3. 1 $\frac{1}{2}$	12. 3. 7 $\frac{1}{2}$	
3. 9. 21.	hor. 4. 2.	12. 4. 8	
4. 10. 22.	hor. 5. 2 $\frac{1}{2}$	12. 5. 8 $\frac{1}{2}$	
5. 11. 23.	hor. 6. 3.	12. 6. 9	
6. 12. 24.	hor. 7. 3 $\frac{1}{2}$	12. 7. 9 $\frac{1}{2}$	
7. 13. 1.	hor. 8. 4.	12. 8. 10	
8. 14. 2.	hor. 9. 4 $\frac{1}{2}$	12. 9. 10 $\frac{1}{2}$	
9. 15. 3.	hor. 10. 5	12. 10. 11	
10. 16. 4.	hor. 11. 5 $\frac{1}{2}$	12. 11. 11 $\frac{1}{2}$	
11. 17. 5.	hor. 12. 6	12. 12. 12	
12. 18. 6.	hor. 13. 6 $\frac{1}{2}$	12. 13. 12 $\frac{1}{2}$	
13. 19. 7.	hor. 14. 7	12. 14. 13	
14. 20. 8.	hor. 15. 7 $\frac{1}{2}$	12. 15. 13 $\frac{1}{2}$	
15. 21. 9.	hor. 16. 8	12. 16. 14	
16. 22. 10.	hor. 17. 8 $\frac{1}{2}$	12. 17. 14 $\frac{1}{2}$	
17. 23. 11.	hor. 18. 9	12. 18. 15	
18. 24. 12.	hor. 19. 9 $\frac{1}{2}$	12. 19. 15 $\frac{1}{2}$	
19. 1. 13.	hor. 20. 10	12. 20. 16	
20. 2. 14.	hor. 21. 10 $\frac{1}{2}$	12. 21. 16 $\frac{1}{2}$	
21. 3. 15.	hor. 22. 11	12. 22. 17	
22. 4. 16.	hor. 23. 11 $\frac{1}{2}$	12. 23. 17 $\frac{1}{2}$	
23. 5. 17.	hor. 24. 12	12. 24. 18	
Horā post merid.	Horizon.	Horā post merid.	
Horā post ort. uel oc.	Horā post ort. uel oc.	Horā post ort. uel oc.	
Horā post ort. uel oc.	Horā post ort. uel oc.	Horā post ort. uel oc.	



Tertia regula.

3. *linea horaria*
in uno se puncto
secatēs i orhorol.
52. *linea horarię*
requirit tes in
horol. merid.

Mer. 1. 2. 3.
Mer. 2. 2. 2.
Mer. 3. 2. 1.
Mer. 4. 2. 0.
Mer. 5. 1. 9.
Mer. 6. 1. 8.
Mer. 7. 1. 7.
Mer. 8. 1. 6.
Mer. 9. 1. 5.
Mer. 10. 1. 4.
Mer. 11. 1. 3.
Mer. 12. 1. 2.

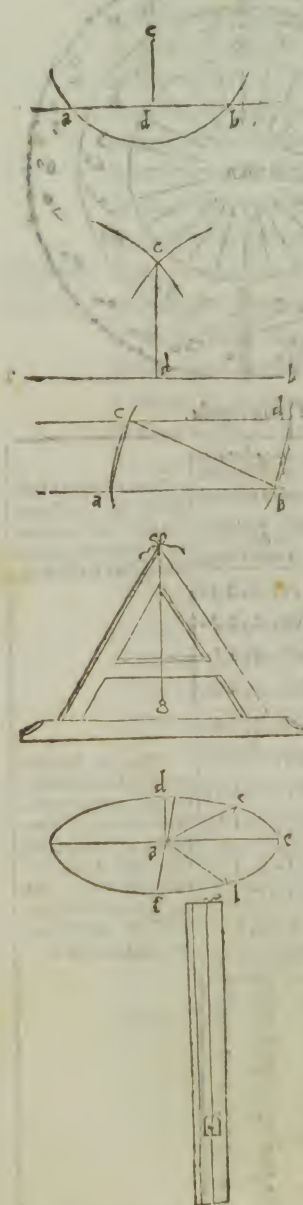
Meridiana linea.

Horā ab ori. vel occ.
Horā ab ortu vel oc.

Tertia Regula late
patet ad cācellatas
linearū horariarum
in horologiorū pla
nis factas sectiones.

Quarta Regula
pertinet ad circula
res seu curvas peri
feri: s in quib⁹ vm
brarū extremitates
feruntur dum Sol
in parallelis curvas
facientibus circun
ducitur. de quibus
in secundo libro.

*De Horologiorum, horizontalis,
meridiani, & verticalis planis
& linea meridiana. Cap. 7.*



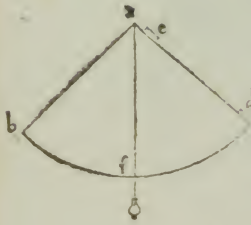
QUIBUS consideratis, preparanda sunt horologiorum plana. Sed prius præambula quædam absoluamus, magis ad nostræ praxis vsum, quàm ad demonstrationem accommodata. Suppono enim non solum elementaria postulata, sed etiam lineam lineam æqualem describere, aut propositam lineam in quolibet segmenta parti, & cætera, quæ canonis ac circini officio conficiuntur, iam per se nota. præsertim cum in instrumentorum ac machinarum fabricis multa fiant à mechanicis, quæ in theoria non demonstrantur. Quis enim docet in circulo unius gradus arcum abscindere, aut datam periferiam in tres æquales portiones secare, nisi hæc & alia pedetentim, & ut ita dicam, ad iudicium sensus attentando, in geometrica praxi consequeremur? Præmittam igitur Regulas necessarias. Quarum prima sit de perpendiculari. Proponatur a b. recta, & extra eam punctum c. Si opus sit à puncto c. ducere rectam perpendicularem ad lineam a b. describam super punctum c. circulum a b. qui secet propositam lineam in punctis a b. deinde secabo ipsam a b. per medium. In puncto d. & ducam rectam c d. quæ erit perpendicularis ad a b. rectam. Secunda Regula. In linea a b. datum sit punctum d. si opus sit ab ipso d. puncto excitare perpendicularem ad ipsam a b. capiam lineas d a. d b. æquales: & super punctis a b. ad spaciū totius a b. describam duos circulos, qui secet se invicem in puncto c. & ducam lineam c d. quæ erit perpendicularis ipsi a b. rectam. Tertia Regula. Proponatur linea a b. & extra eam punctum c. si opus sit per punctum c. ducere lineam æquidistantem lineæ a b. capiam in linea a b. punctum non proximum ipsi c. sed quantum satis est, remotum, quod sit b. super quo ad spaciū b c. describam circuli periferiam

periferiam a c. & rursum super puncto c. ad idem spacium i 6. deducam periferiam b d. quam officio circini faciam æqualem ipsi a c. periferiæ: & ducam rectam c d. quæ erit æquidistans ipsi a b. lineæ. Quarta Regula. Præparabo libellam cum perpendiculo, per quam planum siue pauimentum aut explanatus ad amissum lapis libratur. Instrumentum Architectis adeo notum, vt vix eius mentionem authores faciant. Triangulare æquilaterum: à cuius vertice perpendiculum trianguli cathetum percutiens, semel atque iterum basi congruente ad planum, arguit per 4^a vndecimi elementorum, plani libramentum. Et planities sic librata erit horizontale horologium: quandoquidem omnis perpendiculi filum est horizontis axis: & perinde planities, quæ perpendiculariter illud suscepit, horizontis æquidistantiam sequitur. Quinta Regula. Vt in substructo horizontis plano Meridianam lineam inueniam principem horariarum linearum in ipso plano circulum lineabo super centro a. qui sit b c. & à centro gnomonen a d. planum perpendicularem erigam, ita vt circa meridiem eius umbra terminetur intra circuli ambitum. Atque obseruabo geminas gnomonis umbras, ante meridianam quidem & post meridianam, quæ in ipsa periferia præcisè limites habeant a b. & a c. Inde secabo per æqualia arcum b c. in puncto e. Et ducam rectam a e. quæ erit quæsitæ meridianæ lineæ horizontis, cuius axis est ipse gnomon. Sexta Regula. Cum hæc inuenta linea sit communis sectio horizontis & Meridiani, & ipse gnomon iaceat in plano Meridiani: Iam superficies plana, in qua iacent rectæ d a. & a e. perpendicularis ad horizontem, erit ipsum Meridiani horologii planum. Septima Regula. Excitabo per 2^a Regulam rectam a f. ipsi a e. perpendicularem: eritque planities d a f. horologii verticalis, tam horizonti quàm Meridiano perpendiculariter incidens. Octaua Regula. Ad rectificandas murales planities ad horizontem perpendiculares fabricandus est Canon æqualis latitudinis & perpendicularem filum secundum longitudinem suscipiens: hic enim parieti applicatus, filo iam medium canonem peruerberante, arguet emendatam fabricæ perpendicularitatem. Sed hæc adeo nota sunt, vt pudeat me ipsorum traditionis. Hoc pacto constituentur horologiorum, horizontalis, Meridiani ac Verticalis plana. Veniamus nunc ad reliqua.

Quadrantis fabrica & vsus. Cap. 8.

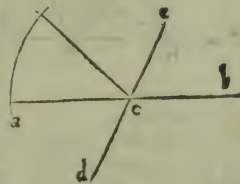
MVLTI atque ingeniosis instrumentis vtuntur Astronomi: quorum præcipuum factuque facillimum satis erit huic gnomonicæ scientiæ, instrumentum illud Quadrans est, nulli vel mediocriter erudito incognitum. Constat enim ex quadrante circuli:

M videlicet



videlicet a b c. sub semidiametris a b. a c. rectum complexis angulum, & quarta totius ambitus parte bc. contento. vni laterum a c. adiacent pinnae foramina bina continentes d e. in ipsa lateris linea, vel ad eius æquidistantiam posita. A centro autē a. perpendiculum demittitur a f. Periferia autem b f c. secunda est in 90. partes æquales, qui gradus debentur, more vulgato. hæc est instrumenti fabrica. Vfus autem eius præcipuus est ad coaptandas astrorum altitudines: præcipuè autem Solis. constituto enim instrumenti plano in cultrum super horizontem, atque ita aptato, vt Solaris radius per foramina parua d e. admittatur, interim perpendiculo a f. liberè pendente atque instrumēti superficiem corradente, periferia inter a b. latus & perpendiculi filum erit altitudo Solis: hoc est arcus b f. quotquot extiterit graduum. Nec multo difficilius deprehendes altitudinem Meridianam. Obseruabis enim illud instans, in quo gnomon super horizontem rectus, ex præcedentis capitis doctrina, proiciet umbram in ipsam meridianam lineam: Instat enim tunc Meridies: & omnis umbra, quam tunc cuiuslibet perpendiculi filum projicit, meridiana linea est: vnde si in ea umbra statim duo puncta signata per rectam copulantur, copulata iam noua linea meridiana est. Et altitudo Solis in dicto instanti supra dicto modo captata, dicetur altitudo meridiana. Est enim Solis in mer^{no} constituti altitudo & eius diei altitudinū maxima. Ve. si omniū altitudinum maxima accidit astro in horizontis vertice locato: quo in loco meridianus se cum verticali circulo vicissim dispeſcunt: quæ quidem altitudo suscipit totam quadrantis periferiam filo videlicet perpendiculi foraminatum latus aduerberante. Porro ex obseruatione meridianarum altitudinum elicitur zodiaci obliquitas, siue tropicorū distantia. Capiantur enim duæ meridianæ altitudines ad duo solstitia spectantes, in duobus scilicet solstitialibus diebus, æstiuo scilicet atq; hyberno assumptæ: Nam dempta minori de maiore, supererit dicta obliquitas: cuius dimidium erit maxima Solis declinatio, Sed huiusmodi obseruatio, si fiat in locis intra tropicos positis, tunc altitudinū solstitialium meridianarum complementa coniuncta dictam conflabunt obliquitatem. Hinc loci latitudo facillimè notescet. Sic coniūge duas meridianas solstitiorum altitudines: & aggregati dimidiū cape. Illud namque est altitudo æquatoris tui loci, hoc est, altitudo meridiana Solis in æquinoctiali constituti: Qua de circuli quadrante submotā, relinquetur eiusdem loci latitudo: hoc est, poli altitudo, seu verticis ab æquinoctiali remotio. Quæ obseruatio cum sit intra tropicos, tunc altitudinum solstitialium complementa sunt consideranda: quæ si æqualia sint, certum est locum sub æquinoctiali situm esse latitudinis expertem: si verò inæqualia, excessus tunc dimidium erit ipsa regionis

regionis latitudo versus eam partem computanda, quorsum maior solstitialis altitudo fuerat, obseruatam. Hoc pacto & astrorum per instrumēti foramina perspectorum, ac Lunæ altitudines mensurabuntur. Neque in Sole & planetis diuersitatem ingeret centrorum instrumēti & mundi distātia. Ex altitudine demum æquinoctialis tui loci, quæ est latitudinis siue altitudinis poli complementum, collocare poteris æquinoctialis horologij planum, ad situm suæ inclinationis, hoc pacto, in plano mei horizontis describā lineam meridianam a b. ex doctrina præcedentis: quam orthogonaliter in puncto c. secet linea d e. Mox in planitie meridiani, super lineam a b. perpendiculariter ad horizontem constructa, super puncto c. lineabo circulum a f. ponamq̃ue periferiam a f. tot graduum, quot habet altitudo æquinoctialis: & ducam rectam f c. Tunc enim planum, in quo iacent duæ rectæ d c e. c f. ad æquidistantiam æquinoctialis situm erit in horizonte meo. In quo plano linea c f. meridianæ erit: & linea d c e. sextæ horæ antemeridianæ & postmeridianæ. Gnomon autem ab ipso puncto c. perpendiculariter ad horologij planum excitabitur, qui gnomon hic erit portio axis mundi. Itaq; ex præcedenti capite & præfenti habemus situm quadruplicis horologij, scilicet Aequinoctialis, Horizontalis, Merⁿⁱ ac Verticalis. De quibus protinus est nobis singillatim tractandum.

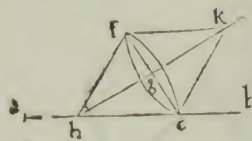


Horologij Aequinoctialis descriptio. Cap. 9.

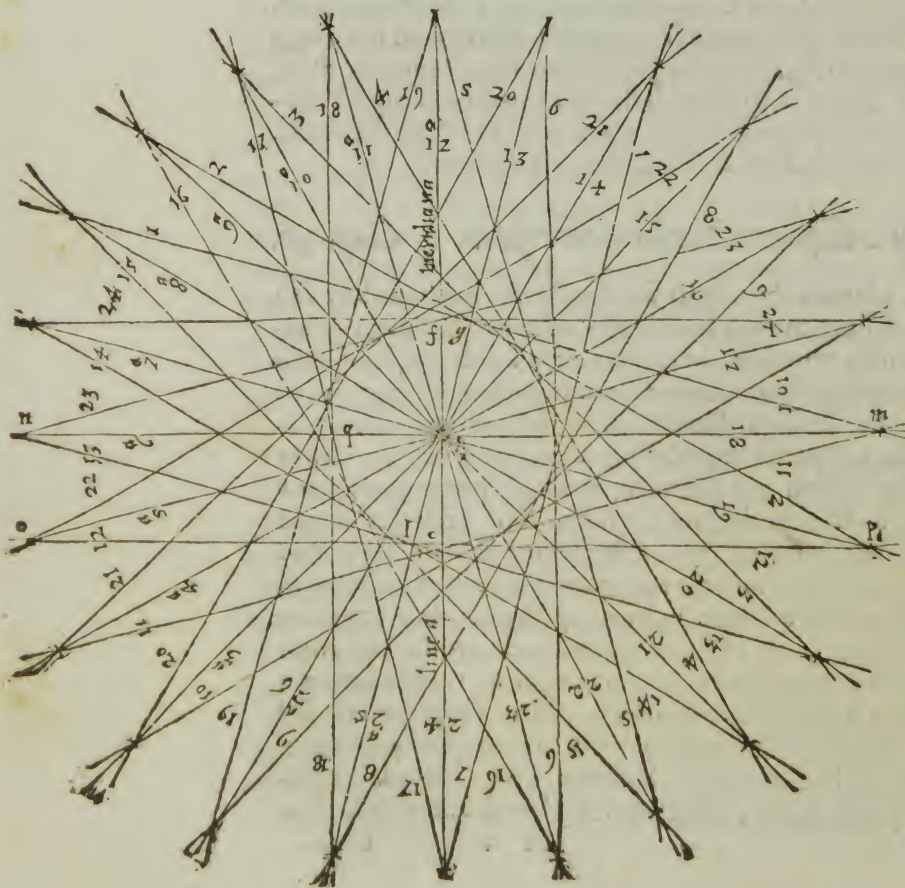
ITAQUE planum horologij æquinoctialis habitantibus sub æquinoctiali fungitur vice horologij verticalis: quoniam æquator ibi est circulus verticalis. In regione autem sub vtrolibet polo sita est pro horologio horizontali: quandoquidem ibi æquator est ipse horizon. Et vtrobique secunda est periferia circuli in tali plano descripti in 24^{or} partes æquales per xi i. lineas sese in centro secantes: stylus autem per centrum vtrunque prominens plano perpendicularis & perinde pars mundani axis proijciat semper vimbram horarum. indicem, siue à meridie siue ab ortu vel occasu exorfas: quoniam rectus horizon per polos incedens, est de numero circulorum horas à meridiano inceptas distinguendum, vt in secundo cap. diximus. In obliquis autem horizontibus, planum æquinoctialis cum neque in horizonte, neque in verticali circulo iaceat, neutrius horum horologiorum officio fungi potest: sed inclinandum est ad situm æquinoctialis in proposito horizonte. Exempli gratia, in hoc horizonte Messanæ, cuius latitudo est graduum 38. aut paulò maior, describam in plano horizontis lineam.

M 2 meri-

180 DE LINEIS HORARIIS

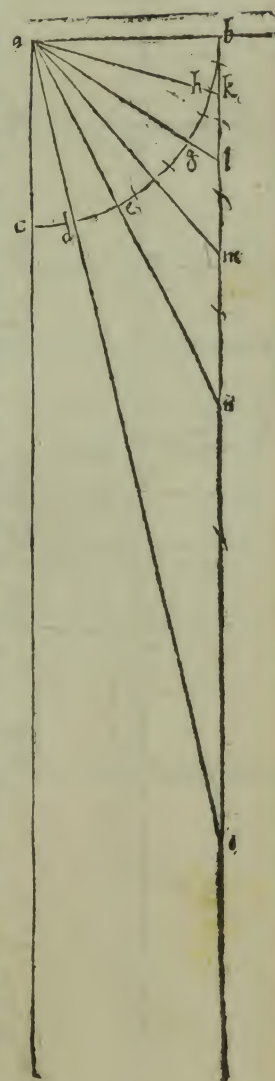


meridianam a b. per ante præmissum caput : super quam in plano meridiani deducam lineam fc. quantumlibet, posito angulo fca. graduum 52. quod est complementum latitudinis loci. Mox secabo per æqualia ipsam fc. in puncto g. cui perpendicularē excitabo gh. lineā occurrentē meridianē apud h. & ipsi gh. in rectum & æqualis adducatur gk. compleaturq; parallelogrammum fhck. Eritq; hk. portio axis mundi styli fungens officio ab utraque horologij facie : linea autem fc. erit lineæ mer^{na} in eadem facie : & angulus khc. latitudo loci : quantus etiam est angulus khf. & duo singuli apud k. Vnde parall^{la} fhck. in horizonte lat^{nus} 45. graduum erit quadratum : Cum alt^{do} ibi equatoris sit par latitudini loci. Deinde, vt deducam lineas horarias in hoc plano horologij æquinoctialis, exponam fg. c. rectam in plano, & ad spaciū diameter fc. super cetro g. describam circulum fc. cuius periferiam secabo in 24. arcus æquales : & per puncta diuisionum ac centrum g. ducam lineas xii.



extraquā-
tumlibet
pductas.
tales em
erūt lineæ
horariæ
horarū à
Meridia-
no ince-
ptarū in-
dices; quæ
sub polo
in horolo-
gio hori-
zontali &
sub equa-
tore p ho-
rologio
ticali ser-
uiunt : &
in horizōte
obliquo
pro horo-
logio æq-
noctiali,
dū planū
eius

eius inclinetur ad situm æquinoctialis, in ipso horizonte. Ipsa enim se. erit linea meridiana: g l. autem linea horæ primæ post meridiem & deinceps reliquæ per ordinem. Nunc pro horizonte obliquo describam lineas horarum ab ortu vel occasu numeratarum, sic per puncta f. c. ducam lineam ipsi f. c. perpendicularem, & ideo contingentem ad periferiam: quæ sit m. n. quæ erit linea horizontalis horæ fecet 24^a ab ortu vel occasu determinans. Similiter per punctum c. ducam aliam tangentem o. p. quæ erit linea horæ 12^a ab ortu vel occasu, æquidistans ipsi m. n. & etiam ipsi g. q. sextæ à meridiem. Non aliter per reliqua 22. puncta diuisionum in periferia ducam alias totidē tangentes: quæ distinguunt cæteras horas ab ortu vel occasu exorsas: quæ cum lineis secantibus facient alternos & cancellatos per ambitum concursus; quemadmodum in 6^o cap. ostensum est. Stylus autem g. k. in planum circuli perpendicularis erit horarum index: nam tota eius umbra feretur per spacia singula secantium linearum, & cooperiet ipsas singulas lineas, cum talis stylus sit axis mundi & communis sectio circularum per polos lineas ipsas proiicientium. Quo ad lineas verò tangentes, consideranda est umbre solū extremitas: cum solus styli vertex sit in centro circuloꝝ tangētium ipsasq; lineas facientium: Quamcunque enim ex lineis tangentibus extremitas umbre tetigerit, aut quarū intercapedinem tangētium mediauerit, earum hora ab ortu vel occasu numerata instabit. Quin etiam stylus g. k. vtrique (vt dictum est) æqualibus spacijs est producendus collocato enim horologio, vt dictum est, ad æquinoctialis æquidistantiam cum sol ab æquatore ad extantis poli partes declinauerit, irradiabit superiorem horologij faciem: ad oppositas verò, inferiorem. Quamobrem vtraque horologij facies, vt iam docuimus, delineata, & stylo vtrique prominenti insignita, horarum indicium fidelissime præstabit mutato tamen horarum numero, vt 12^a fiat 24^a. & 11^a fiat 13^a. & 10^a fiat 22^a semper adiecto duo denario. Re vera hoc erat horologiorum præcipuum, quandoquidem in præcipui circuli planitie describitur, & pro situ æquatoris adlocatum ad quamuis latitudinem accommodatur. Et notandum quòd in hoc horologio possent super centro g. describi circuli concentrici .i. circulo f. c. transeuntes per puncta cancellatarum sectionum, hoc est per angulos quadrilaterorum, in quorum periferijs semper definit umbra styli in terminis perfectarum siue dimidiatarum horarum quos circulos facit planum horologij secans conos parallelorum à Sole tunc descriptorum. Et sicut in horologio lineæ horariæ tangentes tangunt circulum in punctis, in quibus eundem secatur lineæ secantes. Ita in aliorum horologiorum planis, lineæ



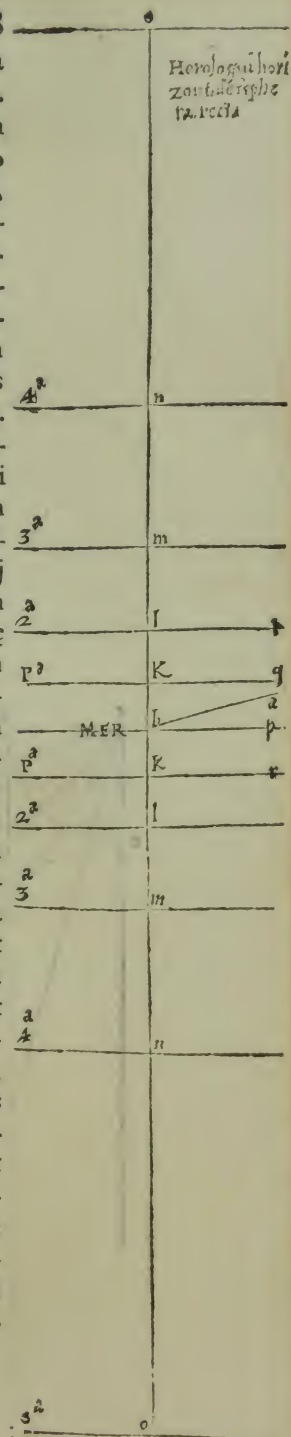
tangentes tangunt alterius speciei curuas periferias, vbi easdem secant lineæ infecantes: Quemadmodum in sphæra circuli horarij tangentes tangunt parallelos, quos tægit horizon in pñctis, in qbus eisdẽ secat circuli horarij secantes & vmbraæ termini ferũtur i vno die per certas curuas: vt in 3^o cap. prædiximus: & in secũdo libello latius explicabimus. Item notandum, quòd in huius æquinoctialis horologij & in aliorum descriptione, omnes lineas horarias tam secantes, quàm tangentes deduximus: Sic enim apertius intelligitur ipsarum dispositio & theoria, & facilius ad praxim lineationis accommodatur. Potest tamen, si cui libuerit, lineas aliquas dimittere, vt .s. vel solas secantes, vel solas tangentes, iuxta regionis vsum, describat. Nam Germani horarum exordium capiunt à meridiano. Itali & Siculi ab occasu. Babylonij ab ortu. Item nec integræ lineæ describi solent, nisi eæ tantũ, in quas vmbra styli pertingere potest. Quãobrẽ in hoc horologio æquinoctiali, atq; in horologijs meridianis, & verticalibus: quicquid linearum horariarum cadit super lineam horizontalem, hoc est horæ 24^æ ab ortu vel occasu, in quam Sol oriens vel occidens vmbra styli iacit, omittitur, siue omitti solet in describendo: quoniam super eam lineam nunquàm projicitur vmbra indicis: cùm Sol interdum semper sit altior horizõte, & perinde vmbra inferior horizontali lineæ. Item in horologio horizontali sphæra rectæ omnes lineæ describendæ sunt, cum Sol ibi quadruplicem vmbra iaculetur, orientalis quidem ad occasum. Occiduous ad ortum; Septentrionalis ad austram, & australis ad Septentrionem. pro horizontibus verò obliquis omittuntur lineæ, quæ ab ortu, vel quæ ab occasu exordium sumũt, iuxta vsum loci: Tamen melius est vtrasque admittere, cùm quæ vni computo non feruiant, ad reliquum vsuueniant.

*Horologij horizontalis recti, & horologij
meridiani descriptio. Cap. 10.*

QVONIAM ex prima regula sexti capitis, horariæ lineæ in horizontali horologio sphæra rectæ, & in omni horologio meridiano sunt paralleli; iam in talium horologiorum descriptione prænosceda est ipsarum linearum singularum intercapedo. Capiatur ad libitũ styli magnitudo, quæ sit a b. Et circulus quadrans a b c. sub duabus semidiametris a b. a c. & periferia b c. contentus constituatur. Secetur autem b c. periferia in sex æquos arcus c d. d e. e f. f g. g h. h b. & b k. recta periferiam in puncto b. tangens, & perinde ipsi a b. perpendicularis ipsique a c. æquidistans in indefinitum.

finitū producat. Deinde à centro a. per singula d e f g h. puncta
 rectæ agantur, quæ concurrant cum ipsa b k. apud totidem puncta.
 k l m n o. eruntque intervalla describendarum linearum tam in
 horologio horizontali sphaeræ rectæ, quàm in omni horologio
 meridiano, ipsa b k. k l l m m n n o. Nam reliquum est infinitum,
 & spacia horaria per reliquos æquatoris quadrantes his adæquan-
 tur, in planum horologii projecta correlatiua correlatiuis compa-
 rando. Demonstratio plana est. Posito enim a b c. vno ex quadran-
 tibus æquatoris, qui ad planum horologii, de quo agimus, ortho-
 gonalis est, ita vt a b. stylus ipsi plano perpendiculariter instet, iam
 horarii circuli per polos æquatorem per æquos horarios arcus
 partientes facient cum eo communes sectiones lineas ipsas a b. a g.
 a f. a e. a d. a c. Et eadem circulorum plana vltius producta secabunt
 lineam b o. (quæ communis est sectio æquatori & plani
 horologii) in punctis k l m n o. quæ dirimunt intervalla linearum
 horariorum, & per eadem singula singulæ puncta incedunt exis-
 tentes communes sectiones circularium planorum cum horologii
 plano. Nam a c. linea ipsi plano æquidistans non occurrit: Non
 enim apparet in horizontis recti horizontali horologio linea horæ
 sextæ à mer. neque in horologio meridiano linea meridiana, vt in
 5^o cap. dictum est. Eadem quoque demonstratio seruit reliquo æ-
 quatoris quadranti, ad integrandum horarum numerum: Nam
 propter similem planorum & linearum positionem, vtrouique bi-
 na intervalla æqualiter à stylo remota inuicem adæquantur. Item
 potes, si lubet, arcus b h. h g. g f. f e. e d. d c. singulos per medium
 partiiri: & per puncta diuisionum à centro a. rursus lineas cum
 linea b o. concurrentes protrahere, pro usu dimidiatarum hora-
 rum. vbi opus sunt. Exponatur itaque in plano horologii linea
 recta b p. quæ in horologio horizontali sphaeræ rectæ repræsenteret
 lineam meridianam, per doctrinam 7. capitis descriptam: quam
 orthogonaliter secet linea vtriusque producta b o. quæ ibidem erit
 communis sectio æquinoctialis cum plano horologii. in qua ca-
 piantur vtriusque spacia ipsis b k. k l l m m n n o. æqualia iisdemq;
 literis insignita: Punctoque b. insistat a b. stylus antea determinatus
 & factum erit horologium recti horizontis: Nam linea q k. orien-
 talis à linea meridiana b p. erit linea horæ primæ post meridiem, &
 cæteræ cæterarum per ordinem. Itē linea k r. occidentalis à meridia-
 na b q. erit horæ 23. à meridie siue primæ ante meridiē, & reliquæ
 reliquarum successiuè. Pro horologio autem Meridiani cuiuslibet
 nihil omnino immutabitur nisi situs plani: & in ipso meridiani
 plano ita collocanda descriptio, vt linea b o. communis ibi æqua-

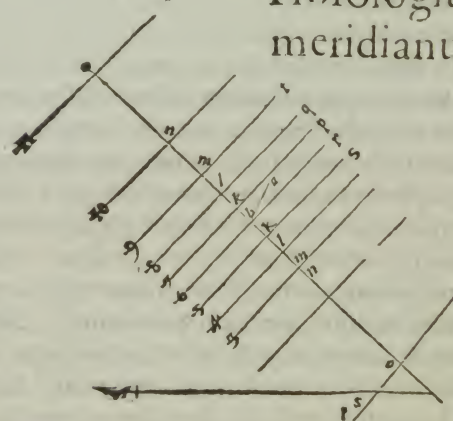
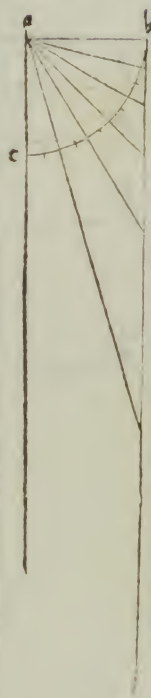
M 4 toris



toris & meridiani sectio tantum eleuetur, vt cum meridiana horizontalis plani linea angulum faciat æqualem inclinationi æquatoris super horizontem : & stylus a b. ad ipsum meridiani horologij planum perpendicularis, & linearum nomen & officium mutetur. Nam in facie horologij ad ortum vergente linea b p. erit sextæ horæ antemeridianæ, linea k r. quintæ : linea l s. quartæ, & consequenter cæteræ cæterarum : Nam meridiana non apparet. linea quoque q k. horæ septimæ antemer. linea l t. octauæ & reliquæ reliquarum, quovsq; protenditur arcus semidiurnus regionis. In facie autem ad occasum versâ : Idem numerus in singulis lineis ;

Horologium meridianum.

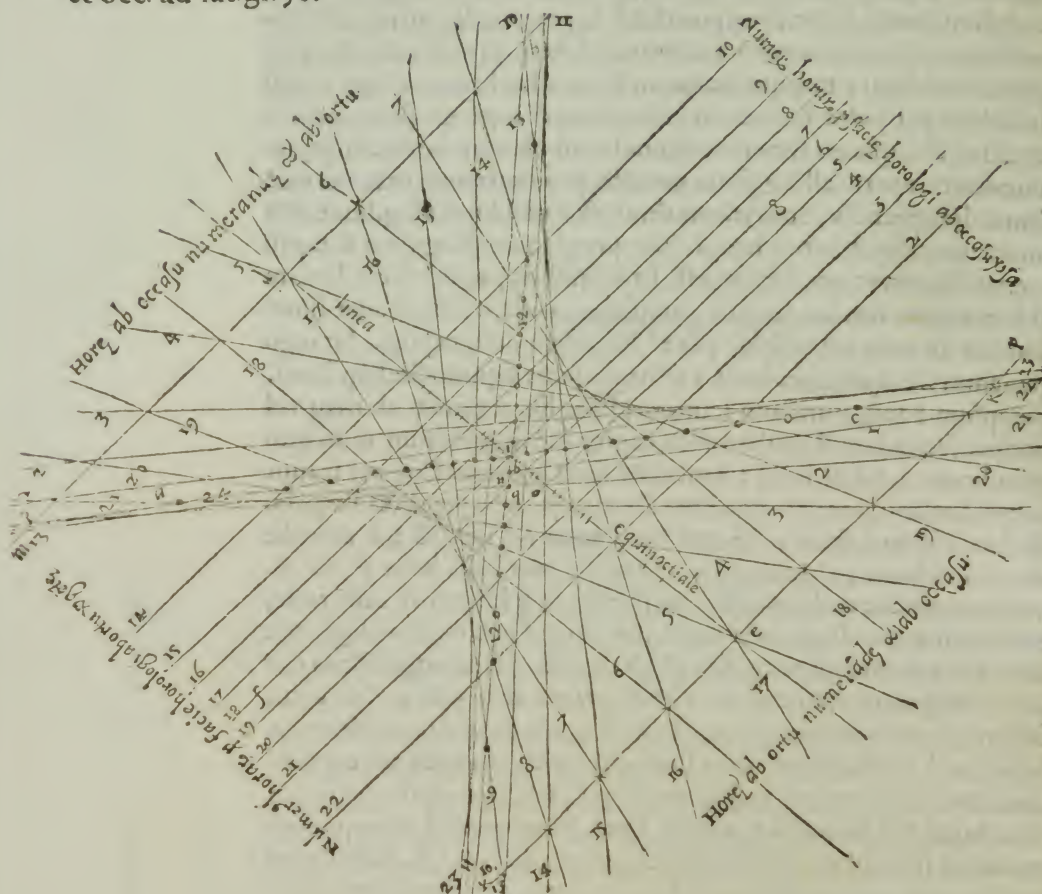
verū postmeridianus repetetur. Meridiana itaque in horizonte obliquo posita linea x u. ipsi apud u. concurrat linea b o. faciens angulum b u x. æquale altitudini æquatoris. Vnde pro loco habete verticem sub polo, horologium hoc ita locandum erit, vt horaria lineæ perpendiculariter istent plano horizontis. & Murale seu



verticale horologium ibi appellandum : quandoquidem locus ille meriano caret. Neque refert super quo horizontis diametro erigendum ibi sit verticale horologium, cum ad libitū à quouis horario seu verticali circulo exordiū horarū sumi possit, & hoc idem de horizontali eiusdem loci horologio dicendum. Nunc describemus lineas horarias ab ortu vel occasu : adhibe huc ingenium perspicacissime lector. In proposito Meridiani horologij plano in primis a b c. recta æquidistans horizonti erit linea horæ 24. cum qua linea d b e. faciat angulum d b a. æqualem inclinationi æquatoris super horizontem, hoc est graduum 52. quod est cōplementum propositæ latitudinis. Eritq; d b e. communis sectio æquinoctialis cum plano meridiani horol. & perinde æquinoctialis linea dicta. Deinde recta f b c. faciat angulum g b c. æqualem latitudini propositæ, scilicet 38. graduum. Eritq; f b g. perpendicularis ipsi d b e. & æquidistans axi mūdi, & linea horæ sextæ seu 18^a à meridiæ. cum sit cōmunis sectio circuli præfatæ horæ cū plano horologij, & per doctrinam dudum traditam,

raditam, lineabo cæteras horarias à meridie lineas ipsi fb g. æquidistantes: & ad ipsam d b e. perpendiculares. Itē recta h b k. faciat angulum h b g. æquū latitudini propositæ. Sic enim linea g b f. secabit angulum totum h b c. & oppositū a b k. per equalia: eritq; h b k. linea horæ 12^æ ab ortu vel occ. cōmunis. f. sectio circuli talis horæ cū plano horologij: tamque horizon, q̄ circulus horæ 12^æ qm̄ videt̄ incedunt per polos meridiani (in quibus & æquator secat eosdem circulos) & æquator sunt orthogonales ad planum horol. Vnde demonstratio aperta est. Quibus peractis, pro cæteris ab ortu vel occ. lineis describendis, considerandum est, quòd linea fb g. horæ 6^æ à mer. cum cæteris in hos horol. sunt per primam Regulam 6. capiti æquidistantes, vt iam factum est. Et in quibus punctis secāt lineam d b e. æquinoctialem singulæ, in ijsdem eandem secant binæ lineæ horariæ ab ortu vel occasu, per 2^ā Regulam dicti capitis. Sit ergo punctum l. in quo linea horæ 12^æ à mer. secat æquinoctialem lineā. per ipsum nanq; punctum l. incedet linea horæ primæ ab ortu vel occ. per secundam Regulam dicti capitis. Itē sit punctum m. in quo linea horæ 12^æ siue horæ 1^æ à meridie secat horizontē: nā per ipsum punctū m. ibit linea horæ primæ ab ortu vel occ. per dictā Regulā. Adhuc esto punctum n. In quo linea horæ 6^æ siue 18^æ à meridie secat lineā horæ 12^æ à mer. illud em̄ n. ducetur linea horæ p^æ ab or. vel oc. prædicta: vnde oportet tria puncta m n l. iacere in eadē recta, nisi erratum sit. Itaq; recta m n l. continuata in facie horologij erit linea horæ primæ ab ortu, & 23^æ ab occasu. Huic æquidistans erit per 3^ā Regulam dicti cap. linea horæ primæ ab occ. & 2^æ ab ortu, eodem tñ artificio lineanda, ex dictis Regulis. Item sit o. pūctum, in quo linea horæ 20^æ à mer. secat lineā æquinoctij: in eodē em̄ o. pūcto linea horæ 2^æ ab or. vel oc. ducetur li^a p 2^ā & 1^ā. Deinde sit p. pūctum linea horæ 13^æ siue p^æ à mer. secat horizontem, per idē enim p. signū gradietur linea horæ 2^æ ab ortu vel occ. per dictam & 1^ā. Esto demū q. pūctum, in quo linea horæ 7^æ seu 19^æ à mer. secat lineā horæ 12^æ ab ort. vel oc. per illud enim describetur linea horæ 2^æ ab or. vel oc. prædicta: Vna ergo recta suscipiet tria puncta p q o. secus error fuit in lineando. Quamobrem recta p q o. In horologij plano, quantum satis est, producta erit linea horæ 2^æ ab ort. siue 22^æ ab occasu. Cui parallelus erit per dictam 3^ā & 1^ā linea horæ 2^æ ab occasu, & 2^æ ab ortu, eadem tamē arte, per tria pūcta, deducenda. puncta, inquam, in tribus lineis, æquinoctiali, horizontali, & horæ 12^æ per lineas horarum à meridiano computatarum æquidistantes determinata. Similiter & cæteræ lineæ horariæ ab ortu vel occasu per tria pūcta in tribus prædictis lineis per Regulas sexti cap. recepta delineabuntur,

Horologiū meridianū
cum horis à mer. ab ortu
& occ. ad lat. gr. 38.



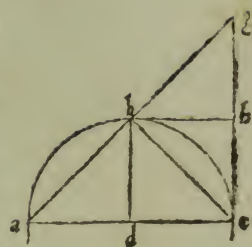
tur. Vides ergo cancellatam linearum vtriusque ordinis sectiones. Nam non solum super dictis æquatoris punctis, singulæ semper lineæ horariæ æquidistantes, sed vbiq; binarum tangentium horariarum linearum sectiones incedunt, quarum lineas horæ 1^a seu sextæ à meridiæ cum lineâ æquinoctiali Rhomborum à coalternis tangentibus factorum, diametros faciunt, & aliorum trapeziorum, sicut & ceteræ æquidistantes. Potes tamen quidquid linearum cadit supra lineam horizontalem a b c. omittere: Potes solas meridianas, aut occasuales lineas, iuxta regionis vsum, admittere. Item sicut lineâ æquinoctialis à plano æquatoris facta, incedit per angulos trape-

trapeziorum, ita & per angulos reliquarum trapeziorum hinc & inde ab æquatore feruntur quædam curvæ periferiæ, quæ hyperbolæ vocantur, factæ à conicis superficiebus parallelorum continentium arcus diurnos ac nocturnos perfectarum præcisè horarum: & umbra styli semper per vnum diem desinit in periferiam factam à conica superficie paralleli à Sole per illum diem descripti, sicut & paralleli in spheræ superficie per cancellatas sectiones horariorum circularum incedunt. Præterea ex his 24. lineis horarum ab ortu & occasu exoriarum terminatricibus, vndecim tangunt extremam dictarum hyperbolarum ab vna parte lineæ æquinoctialis, & vndecim alteram extremam ab alia parte, in punctis in quibus lineæ horariæ æquidistantes secant easdem, sicut circuli horarii tangentes tangunt in superficie spheræ parallelos extremos, à quorum superficiebus conicis fiunt in plano horologij duæ dictæ extremæ hyperbolæ, quæ contrapositæ dicuntur: & quarum axis est linea fbg. centrumque b. tangunt, inquam, in punctis, in quibus circuli horarii per polos secant eosdem. Nam reliquæ duæ lineæ horariæ ad complementum 24. quæ sunt linea horizontalis a b c. & linea horæ 12^æ h b k. sunt lineæ. Non coincidentes dictarum contrapositarum appellatæ: quæ in infinitum productæ ipsarum contrapositarum periferijs semper magis ac magis approximantes nunquam concurrunt. Sed hæc latius explanabuntur in secundo libello. Scio tamen hæc à speculatiuis ingenijs dicto citius intelligi quam unis rarissimi sint, qui Apollonij conica hodie percalleant. Cum vix in celeberrimis, nedum mediocribus gymnasijs Apollonij nomen audiat. Demum non est omittendum, quod harum linearum æquidistantium horas à meridie terminantium intercapedines, & perinde linearum occasualium spacia crescunt & decrescunt proportionem magnitudinis assumpti styli. Vnde maiorem stylum, maiora sequuntur intervalla. Et locus capaxior poterit horarum dimidia, aut etiam quadrantes & minora segmenta suscipere. Anguli tamen, quos lineæ horariæ inter se faciunt inuariati permanent, non mutata loci latitudine. Sicut & horarii circuli easdem semper seruant in vno loco angulos, situmque.

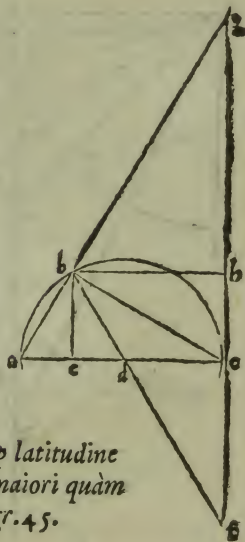
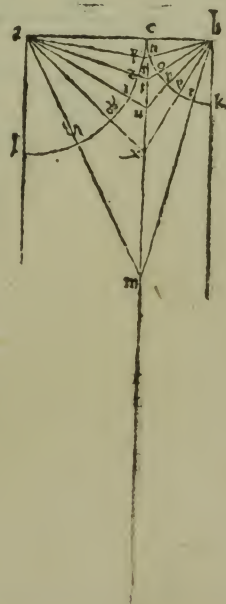
*Descriptio linearum horariarum à meridie,
in horizonte obliquo, suoque verticali. Cap. 11.*

NVNC pro horologio horizontali & verticali horizontis obliqui laborandum est. Similis enim ferè modus utriusque inferuit. Et præambula in primis necessaria absoluamus. Aut igitur loci
pro-

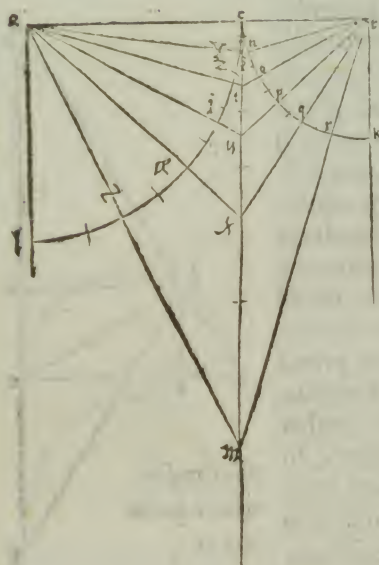
verticalis. & ipsa linea horæ 12^a sit axis propterea Meridiani, & communis sectio circuli horæ 12^a horizontis & verticalis ad rectos secantium meridianum. Punctum autem a. ubi axis mundi incidit horizonti, est illud, in quo lineæ horarum à meridie se inuicem intersecant in horologio horizontali. Punctum quoque g. in quo axis incidit verticali plano, erit illud, in quo lineæ horariæ à meridie se vicissim secant in horologio verticali. Quod si latitudo regionis sit dimidium recti anguli, tunc in triangulo a b c. anguli b a c. b c a. hoc est latitudo loci & altitudo æquinoctialis erunt æquales: & triangulum a b c. isosceles: tanta enim est ibi latitudo, loci, quanta æquatoris altitudo. Vnde semidiameter b d. perpendicularis ad a c. erit ibi stylus: & in horizonte linea horæ 12^a prædictæ ibit per punctum d. pedem scilicet styli: sed in verticali plano nusquam comparebit: quandoquidem ipsum verticalis horologii planum ipsum circuli horæ 12^a plano æquidistat: sicut linea b d. æquidistat lineæ c g. Cætera autem vt in priori figura consideratione sunt. Demum si latitudo regionis excedat dimidium recti anguli, tunc quoniam altitudo æquatoris minor est latitudine loci, iam ideo angulus b a c. maior erit angulo b c a. & ob id perpendicularis b e. cadet intra puncta a d. & recta b d. continuata occurret ipsi g c. deorsum productæ. Cætera omnia vt in prima descriptione considerantur. Item in hoc differunt tres descriptiones: quod in prima, stylus b e. excedit umbram rectam e c. Stylus verò b h. superatur ab umbra versa h c. in æquinoctio scilicet. In tertia verò figura huius contrarium sit: quandoquidem uterque stylus æqualis est umbræ à reliquo proiectæ. In secunda verò figura, & styli & umbræ in æquinoctio sunt æquales, perfectum scilicet complexæ quadratum. Vnde & in tali horizonte, horizontale & verticale horologium eadem penitus linearum horariarum in utroque ordine suscipiet dispositionem propter eandem æquatoris & axis ad utrumque planum inclinationem. Sed redeo ad primam descriptionem factam pro lat^{ne} minore quàm gr. 45. Ponamq; in rectum ipsas b c e a. lineas, quæ iam sunt in proportionem diametrorum aut semidiametrorum horizontis & paralleli maximi integrè apparentiū in meo horizonte: & super punctis a b. secundum quantitatem ipsarum a c c b. duos circulos & quadrantes describam scilicet b k c a c l. sese tangentes in puncto c. à quo perpendicularem ipsi a b. & perinde utranque periferiam tangentem in eodem puncto excitabo c m. indefinitam. deinde secabo quadrantem periferiæ minoris k c. in senos arcus inuicè æquales in punctis n o p q r. quæ puncta cōiungam cū centro b. actis totidē rectis productisq; ad occursum lineæ:



pro latitudine gr. 45.

p latitudine
maiori quàm
gr. 45.

linea $c m$. apud puncta totidem $s t u x m$. quæ puncta connectam cum centro a . periferiæ maioris, deductis totidem lineis quadrantemque secantibus in punctis $y z i a Z l$. Erunt enim arcus $c y y z z i i a$. & $Z l$. horaria spacia in quadrante mei horizontis inter æquatorem & Meridianum quolibet: eandem enim diuisionem fortiuntur singuli quadrantes horizontis meridiano & æquatori interiacentes. & angustiora interualla sunt, quæ meridiano viciniora. Cuius operationis demonstratio haud obscura est: Nam circuli horarij per polos, sicut æquatorem, ita omnem eius parallelum &



ideo maximum integre apparentium in $m e$. horizonte partiuntur per æquos arcus: horizontem verò qui obliquus est ad æquatorem, per arcus inæquales. Cum igitur $a c$. $c b$. sint semidiametri horizontis & dicti paralleli, hoc est proportionales illis, idem dicendum est de horis $a c l b c k$. quadratum sectione, quod de dictis in sphaera circularis. Qui cum se cōtingant ubi secat eos meridianus, & circuli in sphæra, vt ostendit Theodosius in principio secundi, sese contingere dicuntur, quorum communis sectio est vtrunque contingens. Iam in hac figuracione $c m$. linea fungetur vice dictæ communis sectionis. Semidiametri quidem prædicti paralleli, quæ sunt cōmunes sectiones circularum horariorum cum ipso parallelo, secant (vt dixi) paralleli periferiam per æquos arcus & productæ perueniunt ad dictam communem planorum circularium sectionem, quæ vtrunq; circulum in sphaera contingit, & cuius vice fungitur hic recta $c m$. perueniunt inquam, ad puncta $s t u x m$. ad quæ puncta perueniunt etiam communes sectiones circularum horariorum cum

horizonte: quas communes sectiones hic representant linea $a s$. $a t a u a x a m$. & perinde ipsæ secant quadrantē $l c$. sicut in sphaera secatur horizon per dictorum circularum plana. Quod si per recta $b c$ assumpsissem rectam $a b$. & descripsissem super $a b$. quadrantē: tunc in quadrante $a c l$. habuissem interualla linearum horariorum à meridie, in verticali mei horizontis: Dum enim capio verticalem pro horizonte posito $a c$. diameter verticalis fiet $a b$. diameter paralleli, quem tangit ipse verticalis, & qui maximus esset integre apparentium super ipsum verticalem quasi horizontem. Cum verticalis pro horizonte sumpti, latitudo sit complementum latitudinis mei horizontis. Vnde semper in duobus horizontibus, quarum vnus latitudo est complementum alterius, interualla horaria in vtrolibet eorum, sunt eadem, quæ in verticali alterius. Et ob id

in

in regione 45. gr. latitudinis, intervalla horaria horizontis eadem sunt, quæ & verticalis. Item dimidiabo arcus c n. n o. o p. p q. q r. r k. in signatis punctis, & per ipsa protraham diametros circuli c k. ad lineam c m. & ab incidentijs, vbi signata sunt puncta, productis lineis ad centrum a. Inueniam in periferia l c. spacia dimidiatarum horarum pro horizonte, & similiter, vt dictum est pro verticali: Nā talia spacia erunt quandoque vsui. Item illud attende, quod hæc omnia per maiores circulos certius & distinctius inueniuntur. Maiora enim instrumenta maioribus spacijs certiore sensum faciūt.

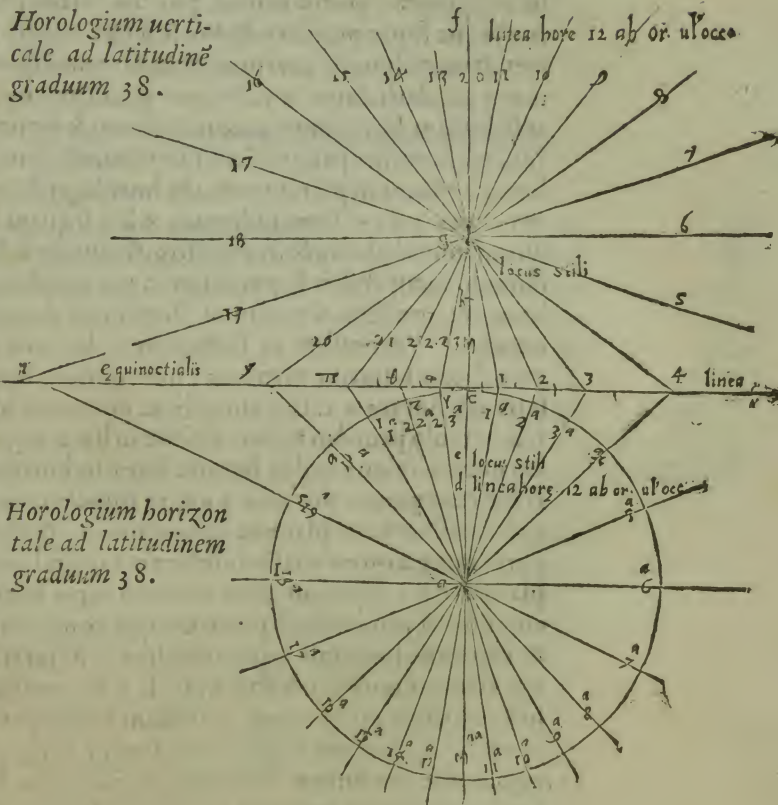
His peractis, parata est via describēdi lineas horarias à meridiē tā in plano horizontis, quā vticalis horologij. Et in primis describā, per 7^ū cap. in horizonti plano lineā meridianā a c. æqualem diame-

tro semicirculi nuper pro latitudine mei loci designati: signatis etiam punctis d e. sicut in semicirculo fecerā. Nam pūctū e. locus est styli e b. & punctum d. per quod incedit linea horæ 12^a ab ortu vel occasu: & punctum c per quod agam æqui-

noctiale lineam ipsi a c. ad rectos, quæ sit c o. vtrinque indefinitam. Et super centro a. spacioque ac. describam circulum a c l. æqualem videlicet circulo quadrantis a c l. nuper descripti: & protraham lineam a l vtrinque ad rectos ipsi a c. quæ duæ circulum a c l. in quatuor quadrantes dirimunt. eritque a l. linea horæ sextæ à meridiē communis

Horologium vetricale ad latitudinē graduum 38.

Horologium horizontale ad latitudinē graduum 38.



communis. s. sectio circuli horæ sextæ cum plano horizontis: & axis meridiani. & perinde perpendicularis ad a c. in meridiano iacentem. Transferam igitur huc spacia horaria dudum in quadrante a c. facta, arcus scilicet c y. y z. z i. i æ. æ Z. Z l. Et similiter eadem in collateralis quadrante: nam duo quævis spacia æqualiter remota à Meridiana linea sunt inuicem æqualia, & angustiora sunt meridiana viciniora: & protraham per puncta diuidentia centrumque a. lineas per totum horologij horizontalis planum: ipsæ nanque sunt lineæ horariæ propositi horizontis horarum à meridie exorsarum terminatrices: posito enim c. puncto versus partes extantis poli, erectoque super puncto e. stylo e b. si styli umbra ceciderit super a c. meridianam lineam, certum est instare meridiem. si umbræ extremum ceciderit super a y. lineam quantum opus est productam, instabit iam hora prima ante meridiem: & sic deinceps. Non aliter inuētis horarijs spacijs in circulo verticali, sicut docuimus, easdem horarias lineas in plano verticalis horologij describemus: sed tunc pro linea a d e c. sumam lineam c h g f. quam in verticali faciam lineam meridianam, & in puncto g. secabunt se lineæ horariæ: punctum h. locus styli h b. punctum c. per quod incedit æquinoctialis linea: & punctum f. per quod linea horæ duodecimæ ab ortu vel occasu. Vel possum ex factis iam in horizonte lineis horariis elicere lineas horarias verticalis, hoc modo: Producam, quantum satis est, lineam a c. sumamque in ea portiones lineæ c h g f. in meo semicirculo primùm factas: deinde in linea æquinoctiali c ω. notabo puncta, in quæ cadūt horariæ lineæ in horizontis plano dudum factæ, quæ puncta sint φ θ π λ ω. quæ puncta cōnectam cum puncto g. & producam in planum totum lineas: & idem faciam ex altera parte lineæ æquinoctialis. Intellegam tamen lineam c h g f. totumque planum c g ω. orthogonaliter erectum super horizontis planum: sic enim stabit pro verticali plano eritque communis sectio horizontis & verticalis linea ipsa æquinoctialis c ω. & recta coniungens centra a g. erit axis mundi: & styli duo e b. h b. communem verticem b. habentes, semper in vnum punctum projicient umbram iudicem horæ, siue in horizontis planum, siue in verticale definat, siue in æquinoctialem lineam communem planorum limitem. Item axis a g. semper totam umbram projiciet in spacium instantis horæ, aut super horarias vtriusque plani lineas eiusdem horæ limites. Nam sicut axis est communis sectio circulorum horariorum per polos mundi incedentium: ita eius axis umbra fertur per singula ipsorum circulorum plana, & perinde per factas à planis lineas communiter in horizontis & verticalis planis. Quo fit & ut, sicut singula circulo-

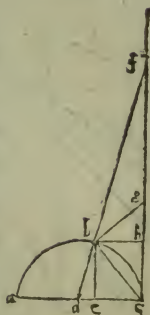
lorum plana secant vtrunq; horologium, ita vniuscuiusque circuli factæ lineæ in faciebus horologiorum continuentur ad vnum æquinoctialis lineæ punctum. Hoc igitur modo describentur lineæ horariæ à meridie in omni horizonte obliquo, atque verticali horologio. Verū pro horizonte latitudinis 45. gr. vtere secunda descriptione semicirculi: Erunt enim in eo lineæ a c. c g. in horizonte & verticali inuicem æquales; & perinde fient eadem vtroque horaria spacia, & par vtroque stylus. Pro loco tandem maioris latitudinis lineæ c g. longior erit, quàm a c. lineæ: & punctum f. per quod lineæ horæ 12^a ab or. vel occalū transire debebat, erit inferius pūcto c. Cætera, vt dictum est, disponentur. Potes tamen hæc duo horizontis & verticalis horologia singula per se describere, & quantum libet producere, vt singula capiant suas seorsum lineas.

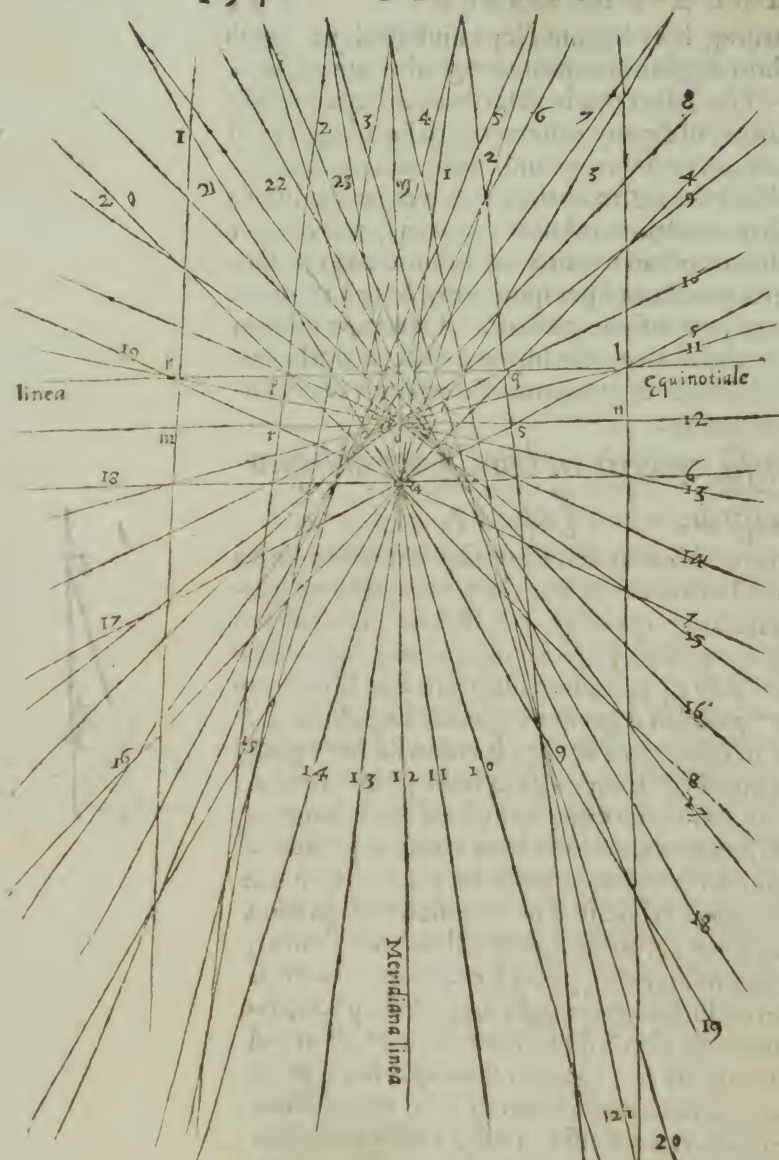
Linearum vtriusq; ordinis in horizonte obliquo descriptio. (cap. 12.)

LINEIS meridianarum horarū sic descriptis superaddemus lineas occidentales siue ortiuas, hoc modo. In lineā meridianā sumam quatuor puncta in primo semicirculo præcedētis capitis adinuēta sub tali tñ mensura, vt margo libelli complecti possit describēdas lineas. Quæ puncta hic instaurata sint a d e c. punctum scilicet a. in quo se inuicem secāt horariæ lineæ mer^{na} pūctum d. per quod incedit lineā horæ 12^a ab ortu vel occ. pūctū e. in quo figitur stylus e b. rectus ad horæ pūctū c. per quod trāsit lineā æquinoctij. Itaq; cū lineā horæ p^a ab or. vel oc. secet æquinoctialē k c l. in puncto in quo secat eundē lineā horæ 19^a à mer sit tale punctum k. Necnon cum lineā horæ eiusdem p^a secet li^a horæ 12^a in puncto, in quo secat eādē lineā horæ 6 $\frac{1}{2}$ à mer. sit tale pūctū m. in lineā horæ 12^a ab or. vel oc. m d n. Nam sic habeo in lineā æquinoctiali k c l. & in lineā horæ 12^a m d n. quæ facillimè describūtur, cum secēt Mer^{na} a c. orthogonaliter duo pūcta k m. per quæ ducenda est lineā horæ p^a ab or. vel oc. Posita ergo regula super dicta pūcta, describā lineā k m. p totū horologij planū, q̄ erit lineā horæ p^a ab or. vel oc. ex 2^o pcepto & 3^o sexti cap. Itē ex 3^o pcepto lineā ipsa horæ p^a ab or. vel oc. æquidistās est horæ dimidiæ à meridie: iḡ k m. æquidistabit lineæ horæ $\frac{1}{2}$ à mer. aliter enim erratum esset. Item, ex iisdē præceptis sexti cap. lineā horæ 23^a ab oc. trāsit per pūctum l. in quo lineā horæ 5^a à mer. secat æquatorē. & per pūctū n. in quo lineā horæ 5 $\frac{1}{2}$ seu 17 $\frac{1}{2}$ à mer. secat lineā m d n. horæ 12^a. Igitur lineā l n. erit horæ 23^a ab oc. quæ etiā ex 3^o præcepto dicti cap. æquidistās est lineæ horæ 11 $\frac{1}{2}$ à mer. sic melius corriges te in lineādo. Adhuc li^a horæ 2^a ab or. vel oc. trāfibit per punctum p, in quo lineā a p. horæ 20^a à mer. secat æquinoctialē k c l.

N

& per





*Horologium horizontale cum lineis à 22
meridie, & lineis ab ort. uel occ.
horas indicantibus ad latit. gr. 38.*

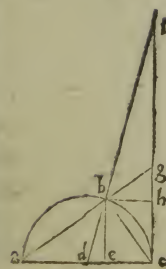
dictas: donec absolvas 23. lineas sese cum meridianis lineis cancellatim
inter-

& per punctum r.
in quo linea horæ.
7^a vel 19^a à mer.
quæ est a r. secat
lineam m d n. horæ
12^a. Itaque linea
p r. erit horæ 2^a
ab ort. uel occ. quæ
etiam æquidistans
est lineæ horæ p^a
vel 13^a à Mer. ut
certius agas. Præ-
terea linea horæ
22^a ab ort. uel occ.
Ibit per punctum
q. in quo linea ho-
ræ 4^a vel 16^a post
mer. a q. secat æq-
uinoctialem k c l. &
per punctum s. in
quo linea a s. 5^a
vel 17^a a mer. se-
cat lineam m d n. ho-
ræ 12^a. Iam ergo
linea q s. erit horæ
22^a ab occasu, q
quidē æquidistans
est lineæ horæ 11^a
post meridiem: ut
hoc etiam experi-
mēto comprobēs
praxim tuā. Quid
tantum moror?
Similiter ex præce-
ptis sexti cap. de-
scribes alias lineas
19. horarū ab ortu
uel occ. indices, si-
cut describere do-
cui quatuor præ-
dictas: donec absolvas 23. lineas sese cum meridianis lineis cancellatim
inter-

intersecantes ac quadrilatera quedam facientes, quarum diametrales recte sunt portiones meridianarum linearum. Nam linea horæ 24^æ, quam facit horizon, non apparet, vt dictum est in 5^o cap. Sic habes vniuersalem linearum horariarum vtriusque ordinis descriptionem & dispositionem, vt curioso lectori apertius notescat earum theoria: Non enim hæc scribo his, qui sola praxi contenti speculationem aspernantur. Potes tamen omittere lineas occasuales siue meridianas, vt lubet & expedit. Nam quidam lineis horarum ab occasu more Italico ac Siculo tm cōtēti sunt, earūq; partes solū describūt, ad quas umbra styli iacitur: portiones, inquā, occidētales pro Sole oriētali: portiones verò ortiuas p^o Sole occiduo. Sic & portiones linearū, quæ a stylo sunt australes, omitti solēt: qñquidem umbra, vt plurimum ad Septētrionē nobis projicitur. Nec omittenda est illa consyderatio, q̄ sicut linea æquinoctialis incedens hīc per angulos trapeziorū suscipit per totum æquinoctij diem desinētiās umbrarū styli: similiter per reliquos trapeziorū angulos hīc & inde ab æquatore incedūt curuæ periferiæ, quæ hyppolæ vocātur, factæ in horisōtis plano à conicis sup̄ficiēb. parallelorū, p̄ circulorū horariorū ī sphaera sectiōes incedētiū, in quas desinūt umbræ, dū Sol in earū parallelis circūfertur. Et sicut in sphaera circuli horarij tågētes tågūt extremos parallelos, quos tågūt horisō in pūctis, in quibus eisdē secāt circuli secātes: ita & p̄fatę 23. li^æ horariæ à dictis circulis horarijs in horisōtali plano, p̄iectæ, tågūt in ipso plano quādā curuā periferiā ab vni^o dictorū parall^l conica sup̄ficie (dū ab horisōtis plano secāt) factū, q̄ nō hyppole, sicut ceteræ à mediorū parall^l conis factæ, sed Parabola vocat, cui⁹ axis ē ipsa mer^{na} li^a. Et cui⁹ pp̄rietates ī 2^o libello explanabūtur: in pūctis, inquā, in quibus eādē curuā secāt lineæ horariæ à circulis secātib. factæ horarū. s. meridianarū indices.

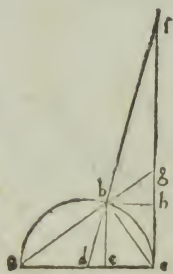
*Verticalis horologij in Sphaera obliqua cum vtriusq;
lineis descriptio. Cap. 13.*

EXantepræmissō capite describā in plano verticalis lineā meridianam c. f. cū ceteris lineis horas à meridiē limitātib. seq; in pūcto g. vicissim secātib. Sed pūcta c. h. g. sū in ea lineā, p̄r primā descriptionem in semicirculo adinuēta cōmēsurabo per figurationem dictā in præmissō cap. instauratā, ne nimium spaciū excedat paginæ capacitatem. Pūctum scilicet g. in quo simul se interfecant horarū lineæ à meridiē. pūctum f. per quod incedit lineā horæ 12^æ ab ortu vel occ. pūctum h. in quo erigēdus est stylus ad verticalem faciē rectus. pūctū deniq; c. per quod ducēda est æquinoctialis lineā kc l. Cum autem hb. stylus sit perpendicularis ad planum verticalis: & acumen styli b. situm sit in cētro communi circulorum horariorū: iam ipse stylus b. h. erit



N 2

portio.

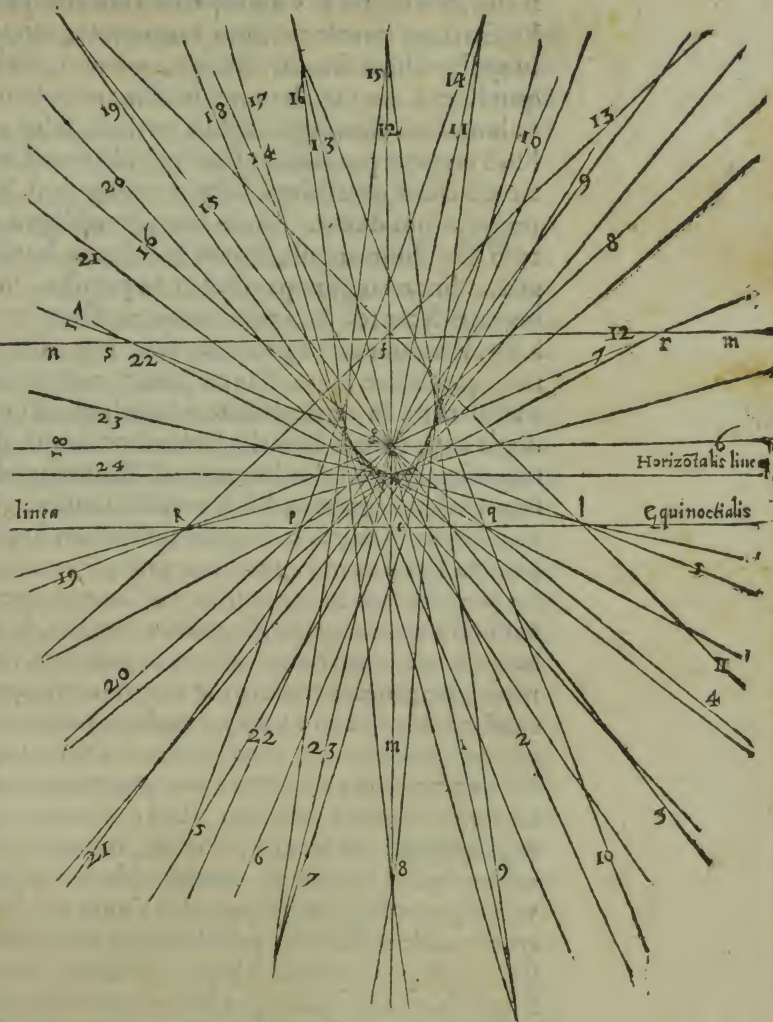


portio axis circuli verticalis, & perinde communis sectio Meridiani & horizontis incedentium per polos ipsius verticalis: Igitur linea horæ 24^a ab ortu vel occ. quam facit horizon in plano verticalis, ibit per punctum h. secās ad rectos lineā Mer^m c f. Nam, cum c f. sit perpendicularis ad horizōtem, erit perpendicularis ad lineā dictā horæ 24^a in horizōtis plano iacentem. Deinde linea g k. horæ 19^a à meridie secet æquinoctialem k c l in puncto k. & linea horæ 6 $\frac{1}{2}$ à mer. g m. secet li^a horæ 12^a ab ortu vel occ. in puncto m. Nam per 2^a & 3^a Regulas sexti cap. linea ducta per hæc duo puncta k m. erit horæ primæ ab ortu vel occ. quæ linea secat etiam lineam prædictam horæ 24^a horizontalem in illo puncto, in quo eadem secat linea horæ $\frac{1}{2}$ à meridie. Talia enim tria puncta in vna recta linea sita sunt, nisi in describēdo sit erratum. Item linea g l. horæ quintæ à mer. secet æquinoctialem k c l. in puncto l. & linea horæ 17 $\frac{1}{2}$ siue 5 $\frac{1}{2}$ à mer. secet lineam horæ 12^a ab ortu vel occ. in puncto n. Nam per sextum caput, recta l n. erit linea horæ 23^a ab ort. vel occ. quæ etiam secabit lineam horizontalem, vbi secat eam linea horæ 23 $\frac{1}{2}$ siue 11 $\frac{1}{2}$ à meridie, vt ex hoc certior fias. Adhuc linea g p. horæ 20^a à mer. secet æquinoctialem in pūcto p. & linea horæ 7^a vel 19^a à mer. secet lineam horæ 12^a ab ortu in puncto r. Nam per puncta p r. ibit linea horæ 2^a ab or. vel oc. quæ secabit li^a horizontalem vbi secat eam linea horæ primæ à Meridie. Denique linea g q. horæ 4^a seu 16^a à meridie secet æquinoctialem in puncto q. & linea g s. horæ 17^a vel 5^a à mer. secet lineam horæ 12. ab or. in puncto s. Nam coniuncta q s. erit linea horæ 12^a ab or. vel oc. quæ secabit lineam horizōtalem, vbi eam secat linea horæ 23^a seu 11^a à mer. vnde certior eris. Et ne pluribus, quàm opus sit, tecum agam, eodem processu describes cæteras 20. lineas horarum ab ortu vel oc. numeratarum. Nam in hoc horizōte nostro planum circuli verticalis secat omnes horarios circulos; & perinde omnes horariæ lineæ in tali plano apparent descriptæ. Sicut & contingit ad omnem latitudinem, quæ minor, maiorve sit dimidio anguli recti. Nam in verticali horologio latitudinis 45. gr. præcise non apparet linea horæ 12^a ab ortu vel occ. quoniam talis horologii planum æquidistans iam plano circuli horæ 12^a illud minime secat: & ideo lineam eius circuli nō suscipit. vt in 5^o cap. dictum est. Completis igitur lineis horarijs vtriusq; ordinis, procreantur & hic per ambitum cancellatæ linearum horariorum sectiones, sicut & circulorum plana lineas facientia se vicissim in sphaera interfecant. Item sicut vnusquisq; parallelorum in sphaera incedens per cancellatas circulorum sectiones describitur à Sole, dum facit arcus diurnos integrarum ac præcisarum horarum; ita curua periferia à cono talis paralleli in plano verticali secante facta, suscipit per illum diem vmbrarum styli desinentias. &

sicut

sicut i sphaera circuli horarij tangentes tangent extremos paralelos, quos tangit horizon, in punctis in quibus eisdem secant circuli per polos horarij: ita & hic descripta 24^{or} horariae lineae ab ortu vel occ. exorsae, tangunt quadam curua periferia, quae Ellipsis dicitur, quasi ovalis, in punctis, in quibus eandem secant lineae horariae meridae. Curuae autem periferiae per angulos trapeziorum incedentes, quae superiores sunt equinoctialis, quae cumque sunt a conis parallelorum nondum peruenientium ad verticalem circulum, sunt ellipses, quae admodum praedicta: Quae autem curua periferia fit a cono paralleli tangentis circulum verticale, parabola existit. Ceterae autem curvae periferiae a ceterorum parallelorum conis factae tam superiores equinoctiali linea k c l. quam

Horologium verticale cum utraque linearum serie ad latitudinem graduum 38.



inferiores, erunt hyperbolae, hinc & inde semper auersis ab æquinoctiali brachijs. Igf sicut in praesenti capite & duobus praecedentibus descriptimus pro latitudine gr. 38. minori quidem dimidio recti anguli, tam in horizontali, quam in verticali horologio lineas horarias utriusque ordinis; ita faciemus pro omni horizonte obliquo, semper utentes regulis 6^{ti} ca. Verum in horizonte obliquo latitudinis gr. 45. horologium horizontale

N 3

& ho-

& horologium verticale suscipiunt eandem penitus dispositionem, propter eandem æquatoris ad vtrumq; horologium inclinationem, & stylos, & umbras & omnia paria, vt in ante præmissis cap. dictum est. Et in vtroq; horologio lineæ tangentes tangunt parabolam in punctis, in quibus lineæ secantes secant eandem. Et stylus figitur in puncto, in quo lineæ horæ 12^{a} ab or. vel oc. secant meridianā, tangitq; parabolam in horizontali horologio: sed in verticali stylus ponitur vbi horizontalis lineæ tangens parabolam secant meridianam. Cæteræ autē curvæ periferiæ à conis parallelorū factæ vtrobiq; sunt hyperbolæ per angulos trapeziorum ductæ. At in horizontē obliquo, cuius latitudo excedit recti dimidium anguli, sicut & in reliquis, horologij horizontalis tangentes lineæ tangunt parabolam in punctis, in quibus eadem secant horariæ secantes: & cæteræ curvæ periferiæ per angulos trapeziorum à parallelorum conis proiectæ, sunt hyperbolæ: verum stylus cadit intra parabolam, hoc est inter lineam æquinoctialem & lineam horæ 12^{a} ab ortu. In verticali autem horologio talis horizontis lineæ meridianæ cum cæteris horarijs secantibus secant duas Hyperbolas contrapositas, hoc modo: linearum dictarum quædam secant superiorem hyperbolam singulæ in binis punctis tantum: & quædam in singulis punctis, eandem, & in singulis inferiorem hyperbolam: sic sunt 24^{or} puncta sectionum, cum lineæ sint 12^{a} . In quibus quidem punctis tangunt easdem contrapositas 24^{or} lineæ tangentes horarum ab ortu & occasu terminatrices, singulæ in singulis. Ex quarum numero lineæ horizontalis tangit superiorem hyperbolam vbi secant eandem lineam meridianam: lineæ verò horæ 12^{a} tangit inferiorem hyperbolam vbi secant eandem Meridianam: vtraque orthogonalis ad meridianam. Curvæ quoque periferiæ per cancellatarum sectionum puncta deductæ hinc inde ab æquatore ad hyperbolas non minus hyperbolæ sunt, auersæ ab æquatore, sicut extremæ. Sed curvarum periferiarum speculatio & proprietates in secundo libello, vt non semel promissimus, explanabuntur. Exempla itaque adduximus in describendis horarijs vtriusque ordinis lineis quatuor: Vnum pro horologio æquinoctiali: quod quidem locis sub polo fungitur vice horizontalis: in recta vero sphaera est pro verticali. Alterum pro horizonte recto & pro meridiano quolibet. Tertium pro horizontali obliqui horizontis: Postremum pro verticali nostræ regionis. Ex quibus lectoris perspicacia poterit & ad proprium horizontem, & ad quemvis alium, siue exercitij, siue delectationis gratia, horologium quodlibet cum lineis, ad vsum siue speculationem accommodatis elaborare. Nec omnia oscitanti lectori sunt propinandas. Nunc quædam circa lineas & periferias & horologiorum facies notabimus.

Quædam

Quadam circa lineas horarias & flexas & horologiorum facies notanda. Cap. 14.

VISVM fuit nobis decentissimum, vt sicut horariae lineae describi solent ad determinandas integras horas à meridie, siue ab ort. aut oc. numeratas, sicut & in sphaera circuli, à quorum planis horariae recte in horologiorum plana proijciuntur: sic & curuae periferiae, quae umbrarum desinentias suscipiunt, per cancellatas rectarum sectiones flecterentur, vt iudicarent earundem horarum integritatem, ac simul arcus diurnos ac nocturnos perfectae horarum continerent, sicut & in sphaera paralleli per circulorum secantium & tangentium cancellatas sectiones ducti, à quor. conis in horologij plano sectis praedictae curuae periferiae generatur. Atq; multiplicatis horarijs circulis ac lineis ad distinguenda horarum dimidia, siue quadrates, adhuc paralleli & flexae similiter mectae per sectionum factarum puncta in sphaera & horologio ducerentur easdem horarum partes & segmenta comonstrantes. Namq; secus facientes, & puncta sectionum mectamus & inspicienti oculo ingerimus confusionem. Consueuerunt siquidem alij flexas huiusmodi lineare ad indicanda signa & zodiaci principia & partes, in quibus Sol defertur, dum umbrarum desinentiae flexas describunt: hoc est eas flexas describere, quae à parallelis per initia & partes signorum in sphaera ductis, generatur. Quod nos in 2^o libello docebimus: vbi plenior erit sermo de umbrarum desinentijs. Sed quis verat vtrumq; fieri, & singulis flexis loca Solis lateratim adscribere? Praeterea notandum est, qd sicut Sol in nostris regionibus non fertur per oes parallelos, qui extremis interiacent, quos horizon contingit (non. n. transgreditur tropicos suos) ita & in planis horologiorum non oes curuae periferiae à parallelis generatae praestant vsum ad umbras determinandas. Nihilominus non abstinuimus à descriptione oium parallelorum & flexarum, vt rei speculatio melius innotescat. Quanq; in regione hntelatici non minore complemento maximae solaris declinationis, Sol nullum non parallelum intra extremos descriptum visitat. Quinimmo sicut in sphaera possunt describi illi paralleli, quos horizon obliquus neq; tangit, neq; secat, sic & in horologij plano curuae periferiae à talibus parallelis generatae, quae semper ellipses sunt, delineari possunt, sicut in 2^o docebimus. Quarta qda in dictis regionibus, ob magnam equatoris inclinationem, suscipiunt limites umbrarum: quandoquidem Sol integros earum parallelos circinat supra horizontem: sicut in secundo melius intelliges. Item in lineis horarijs attendendum, qd sicut vnusquisq; circulo horariorum à meridie horas distinguendum secatur in polis in duos semicirculos, quorum vnus à meridie, alter à media nocte horas computat; siue vterq; à meridie, si lubet, diuersis tñ numeris; ita & eius circuli horaria linea in horologij plano

N 4

secatur

secat in pūcto cōmuni cū mer^{na} & alijs in duas partes, quæ vna līnes est horarum à meridiē, altera horarum à noctis medio cōputatæ, siue si vtraq; portio lineæ à meridiē horas numeret, diuersis & p duodenariū differētibus numeris, numerabit. Nec non, sicut vnusquisq; quatuor & viginti horarioꝝ circuloꝝ tāgentium, de quorum numero est horizon obliquus, secatur in duos semicirculos apud cōtactuum pūcta, quorū vnus distinguit horas à semicirculo horizontis orientali, hoc est, ab ortu exorfas; alter verò horas à semicirculo horizontis occidentali, hoc est, ab occ. inceptas; ita & ipsius circuli horaria linea in horologij plano secatur apud contactum curuæ periferiæ, à parallelo, quem tangit horizon & circulus ipse horarius, factæ dispescitur in portiones duas diuersorum officiorum: altera enim ab ortu, reliqua ab occ. horas enumerare solet eodem numero, occidentalis scilicet ab ortu: orientalis verò ab occ. Et ideo nulla inter lineas proprio vacat officio. Et quodcumque vmbra desinit in pūctum aliquod sectionis duarum aut trium linearū, certum est illud instans terminum esse talium horarum à diuersis initijs exorfarum. Exempli gratia, Sole æquinoctialem possidēte, instet quinta post meridiem hora, iam instabit ab ortu 1^a & ab occ. 23^a. Ideoq; in tali instanti omnino styli vmbra desinet in illud pūctū, in quo se iauicem secant in plano horologij tres lineæ horariæ, videlicet linea horæ 5^æ à meridiē, linea horæ 1^æ ab ortu, & linea horæ 23^æ ab occasu. Quid? quòd & nostra horologia nocturnas etiam horas radiante scilicet Luna indicabunt, vt iam non tm̄ Solaria sed & Lunaria vocari mereantur. Nam, exempli gratia, in plenilunio, radiante Luna, si styli vmbra desinat in lineam horæ primæ ab ortu; iam Luna horam compleuerit à suo ortu: & perinde Sol tantundem temporis post suū occalum: hoc dato, q; Luna oriente, Sol occidat: instabit ergo hora prima post Solis occ. Sic etiam & in alijs temporibus, per lunam hora notescere potest, dum constet, qua hora Luna oriatur, aut qua occidat. Ecce in hoc casu linearum vsus egreditur solares terminos, quandoquidem Luna, propter latitudinem, quam patitur ab ecliptica, egrediatur sæpe Tropicos.

De facierum horologiorum conuersione. Cap. 15.

NE QV E illud notatu dignum, est omittēdum, quod ad inuersionē facierum horologicarum pertinet. Namq; facies horologij verticalis ad partes meridianas conuersa exponitur, qñquidē ab ijs partibus, vt plurimum, à Sole irradiatur: verū Sole ad extātem polum declināte, dicta horologij facies nō inspicitur à Sole matutino aut vespertino, dū à verticali circulo ad dicti poli partes secedit; sed inspicitur tunc eius faciei dorsum, quod ad dictis poli manifesti partes vergit: itaq; conuertēdus est verticalis horologij paries, vt facies, quæ ad meridiē vergebat, conuersa

conuerſa reſpiciat partes oppoſitas : Ita tñ, vt quidquid lineamētoru m
 erat ſupra lineam horizontalem, fiat inferius eadem: & e contrario infe-
 riora ſiant ſuperiora, redacta facie ad æquidistantiam prioris ſitus. Quæ
 quidem conuerſio fit ſuper axe meridiani: qui axis incedit per acumen
 ſtyli æquidistās horizontali & æquinoctiali lineis. Namq; acumen ſtyli
 ſitum intelligitur in cētro oīum circularum horariorum & maiorum.
 Poſito ergo dicto axe, fixoq; ad acumen ſtyli & immoto manente, circū-
 uoluatur paries horologii verticalis, donec facies meridiana vergat ad
 partes oppoſitas ad æquidistantiam. ſ. prioris ſitus reſtituta, ſtante ſtyli
 acumine vbi prius erat: ſic enim locata facies præſtabit horarū iudiciū
 ad Solem à dictis partibus radiātem, cōmutatis tñ linearū inſcriptio-
 nibus, vnoquoq; ſcilicet horarū numero in cōplemētū ſui vſq; ad 24^{or}
 tradueto, vt exēpli cauſa, linea q̄ inſcribebat vnus horæ, vocetur horæ
 23, & quæ duarum, nunc 22^{ar} & quæ trium, nunc ſit 21. & ſic deinceps.
 Similis penitus & ſuper eandem Merⁿⁱ axe m conuerſio fieri poterit in
 horologio æquinoctiali, de quo in nono capite diſſeruiſimus. Neq; oportet
 cōuerſionis modū repetere, modò ſeruetur æquidistantia ſitus faciei, vt
 horologio cōuenit. Non aliter, neq; ſuper alium axem cōuerſi poſſet
 facies horologii horizontalis, de quo in 12^o cap. ita vt inſpiciat inferius
 hemiſphæriū, vſumq; præſter antipodibus noſtris: qñquidem nos inde
 radium ſolarem non ſuſcipimus: neq; opus eſt vt modum hic tradam,
 eandem. n. verba repeterē: hoc tñ mutato, vt facies hīc ad æquidistantiā
 ſuam inuerſa reſtituatur. vt cōgruus horologio ſitus ſeruetur. linearum
 inſcriptionibus cōmutatis, vt dictum eſt: tam in horizontalis huius, q̄
 in æquinoctialis horologii cōuerſione. Sic enim habes pro vtraq; facie
 tā horologii verticalis, quā æquinoctialis, quāquā horizontalis, abſo-
 lutiſſimā lineamētoꝝ cū ſtylo deſcriptionē atq; ſitum ſub vno labore.
 Poſteſt & Mer^{nā} horologium cōuerſi non ſolū ad ſuā æquidistantiam, hoc
 eſt, vt ex oriētali fiat occidētale, ſed etiā ad alios ſitus. Sed audi perſpi-
 caciffime lector, quo pacto cōuertatur hoc meridianū horologium: Nā
 cum meridiāno æquidiſtet, qui vnus eſt de numero circularū ſecantiū,
 poſteſt & ad æquidistantiam cuiuſvis talium circularū redigi, mutatis tñ
 linearū officijs. Talis autē cōuerſio fit ſuper axe mūdi, qui plano ipſius
 horologii ſemper æquidiſtat, ita vt acumen ſtyli ſemper immotū in axe
 dicto ſitum permaneat. Si itaq; horologium meridianum ad orientem
 vergens ſuper axe mūdi cōuertatur, donec ad ſui ſitus æquidistantiam
 reſtitutum vergat ad occidentē, præſtabit tūc horarum iudiciū ad ſolē
 occidētale, hoc eſt, poſtmeridianum: uerūm linea horizontalis fiet linea
 horæ 12^æ, & ecōtrario: & linea horæ primæ, fiet linea horæ 13^æ addito
 ſemper duodenario in horis ab ortu uel occaſu. In his autem, quæ à
 meridie numerātur, ablato eodem numero. ſic linearū officia mutātur.

Faciam

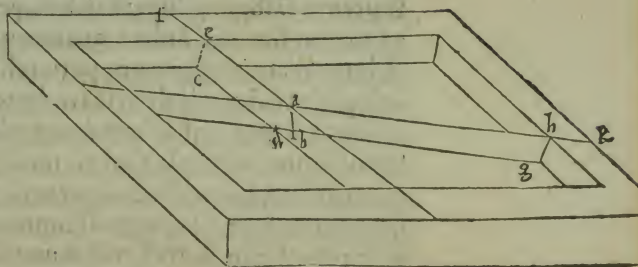
Faciã & aliam merⁿⁱ oriẽtalis horologij cõuersionem ad æquidistãtiam circuli horarij secantis horã sextã, qui mer^{nũ} orthogonaliter super axe mundi secat: oportebit autẽ cõuerti horologium per quadrãtem vnus reuolutionis, vt ad circuli prædicti horẽ 6^x redigatur æquidistãtiam: vñ oportebit & horarum officia variare, addito singulis linearum numeris senari o. Quare linea horã 18^x ab ortu vel occ. assumet officium lineã horizõtalis, quã 24^a terminat. Item linea horã 18^x à meridie fungetur vice meridianã: linea horã 19^x à meridie indicabit primã indidem numeratam. & sic deinceps in cãteris. Intellige autẽ vt horologium mer^{nũ} oriẽtale ad dicti circuli horẽ 6^x tralatum æquidistãtiam, vergat sursum, hoc est, ad sectionem æquatoris cum mer^{no} superterrancã. Nam si deorsum ad reliquã eorũ sectionem cõuersum sit, oportebit senariũ numeris horarijs auferri: Sic linea horã 6^x ab or. vel oc. fiet horizontalis & linea horã 18^x à meridie fiet linea horã 12^x hoc est mer^{na}. Et in vtrãq; facie huius situs linea horã 6^x à meridie nõ apparet, qñquidem horologium plano talis horẽ æquidistãt est. Memẽto autẽ in dictis additionibus, qñcũq; excrescat cõgeries vltra numerum 24^{or} tũc abiectis 24^{or} tenẽdum esse reliquũ: In subtractionibus autem eũdem numerum apponẽdum minori, à quo maior subtrahi nequit. Sed scio huiusmodi conuersionum demonstrationem à speculatiuis desyderari: quã tamen sicut obscura non est cõsideranti similes planorum sectiones in similibus positionibus fieri, ita in theorijs secundi libelli apertissime clarescet.

De facierũ diuersarũ i lineamẽtis colligãtia. C. 16.

CVM stylus plano sui horologij sit perpendicularis, dubiũ nõ est, stylũ ipsum semp esse portione axis circuli, cuius plano æquidistat horologij planũ: itaq; si Sol in ipso axe statuatur, hoc est in polo ipsius circuli, iã stylus nullã iaciet vmbra iam tũc in se ipso receptam: tũc igr pes ipsius styli erit index instantis horã. Sicut cum Sol possidet verticẽ siue zenit regionis, tũc stylus horizõtalis horologij talis regionis ne quo iacet vmbra, & per vmbra extremo cõsiderãdus erit styli pes. Quod si sol in ipso plano iaceat horologij, tũc vmbra styli in infinitũ p̄ijcitur: extra eam: si sit Sol in horizonte, infinita erit horizõtalis styli vmbra in ipsum horizõtalis horologij planũ proiecta. Nam Sole aliquãtum sup planũ eleuato, vmbra statim finẽ alicubi adipiscitur, & in aliquod plani pũctũ desinit. Itaq; cũ Solaris radius radit ad amissim horologij faciẽ, quod quiuis inspectõr facild iudicat; certũ est Solẽ in ipso plano iacere, & styli vmbra esse tũc infinitam. Verũ qñ vmbra finem habet, neq; in horologij plano desinit, cũ tam latum planum fieri nequeat, vt omnes vmbrae desinẽtias recipit; non cõstabit horã indicium. Oportebit igr circũuallare horologij planum parietibus ad styli fastigium. subuectis:

Sic enim.

Sic. n. styli umbra semper desinet, si non in ipsius horologij plano, at in ipsos parietes erectos: & si umbræ extremū projiciatur secundū ipsum parietum alt^{ne}, certum erit umbram tūc esse infinitam, & Solē in ipsius horologij plano existere, & instare eam horam, cuius circulo æquidistās locatur horologij planū. vtpotā, Si horologium sit horizontale, instare finē horæ 24^æ siue initium primæ ab ort. vel oc. Si horologiū sit mer^{nū}, instare meridiē. Si horologiū æquidistās sit plano horæ 6^æ à mer. instare horā 6^ā seu 18^ā à meridiē. Si horologiū sit verticale regionis 45. gr. latitudinis, instare horā 12^ā ab ort. vel occ. eius. n. horæ plano horologium illud æquidistat. Si autē umbra desinet in planū horologij, indicabit desinetiam horā instātem inter lineamēta horaria suis iā insignita titulis. Quod si desinet in aliquod punctum parietum adstructorū, non minus notescet hora, si horariæ lineæ pauimenti, vt ratio postulat, cōtinuētur per facies erectorū in ambitu parietū. Sed quemadmodum continuētur, paucis docebo: nā viam facillimam eligam. Intellego pauimētum quadratū siue quadrilaterū rectāgulū, cuius duorum laterum oppositorū vnum ad ortum & alterum ad oc. æquidistātia ponātur lineæ mer^{næ} in ipso pauimēto libellato ad horizontis æquidistantiam descriptæ reliquaverò duo latera ad meridiē & oppositas partes æquidistantia: sint lineæ æquinoctiali eiusdē pauimēti: & super hæc quatuor latera totidē parietes eiusdē crassitudinis ad celsitudinem styli a b. perpendiculr pauimēto instātis: Sintq; in pauimēto lineæ horarię per doctrinā 12. capitis descriptæ. Ex quibus lineis capio, exēpli gratia lineam quāpiam horariam, quæ sit c d. ad pedē parietis occidentalis ad pūctum c. incidētem: quā volo cōtinuare, vt ductus plani lineam faciētis postulat, in planitiē erecta dicti parietis & in ipsa superficie fastigij: Ponam regulam emēdatissimam eiusdē crassitudinis super supremas parietū superficies, quę vndiq; sunt eiusdē altitudinis, Ita vt regulæ acies tēgat acumen styli a b. hoc est pūctum a. & æquidistās sit lineæ horariæ c d. quod tunc erit, cum per acie regulæ, quæ sit a e. radēter inspicies lineā c d. vt perfectissime cōgruunt acies & lineæ. Certum. n. est tūc planum, in quo iacēt acies regulę & lineæ c d. esse illius circuli, qui facit in pauimēto lineam horariā c d. Quamobrem pūcta e f. in suprema superficie parietis, quę sunt in acie regulæ cōtinuata faciunt rectam e f. super quam circuli horarij planum secant dictam supremam superficiē. Item pūcta e c. quæ sunt in limitibus dicti occidentalis erecti parietis cōiuncta faciunt rectam e c. super quā dicti circuli planū secant erecti



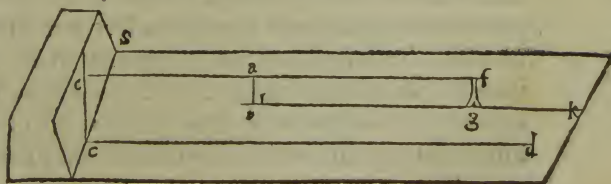
erecti parietis faciē. habeo igr̃ in dicta erecti parietis facie li⁷ horariam e c. eius nominis, cuius erat linea c d. in horizōtali pauimēto: hoc idem faciam in opposito parieti seu laterali, cuiusq; superstat regula a e f. ex alia parte. Item assumam in pauimento aliam lineam horariam d g. Et similiter statuā aciem regulę a h k. per acumen styli ad æquidistantiam horarię lineę d g. & protraham duas lineas h k. in suprema superficie parietis septētrionalis, & g h. ab extremis descriptarum in facie eiusdem parietis erecta: quę erit linea horaria in dicta facie eius noīs, cuius linea dg. Hoc idē faciam in opposito meridionali, seu laterali pariete, vbicūq; cadat regula a h k. Idemq; faciam pro omnibus lineis in pauimento horizontali descriptis. Sic habebō in singulis quatuor faciebus parietum circumstātiū erectis, quę sunt totidem horologiorū facies oīa horaria lineamenta. Ita fiet vt umbra styli nunq̃ non excipiat vel à substrato pauimento, vel ab erectorum parietum faciebus: atq; vbicūq; umbra desinet, indicabit inter lineamenta instantem horam. Lineę quoque in supremis fastigiorū superficiebus, per regulę aciem descriptę, vsu erunt ad ortum siue occ. Solis: quandoquidem radius tunc per acumen styli delatus dictas fastigiorum parietalium superficies radit. Hac via ex horologio occidentali describam horologium meridianum, tam ad ort. q̃ ad occ. vergens: quę sunt duo parietes erecti ab ortu & occ. Item quę horologium verticale tam ad meridiem q̃ ad septentrionem, quę sunt duo parietes à meridiē & septentrione superstruēti. Potes eorū parietum facies extendere, vt recipiant omnia lineamēta. Sed talium horologiorū sic circumstantium styli commune acumen cum stylo a b. sortientur: ipsum siquidem a. punctum. Quamobrem, si ab ipso a. puncto demittis perpendicularem rectā, ad quāuis dictorū parietum faciem, ea perpen^{dis} erit stylus eiusdem faciei certissimus horarum index. Namque plana horariorum circulorum secantium simul pauimentum & adstructos parietes, omnia incedunt per punctū a. & styli acumen semper in pūcto planis communi lineas horarias facientibus sisti debet: vt umbra styli extremitas per Solem in quouis circulo horario constitutum iaculata propriam circuli horariam lineam iudex horę quęsitę certissima percutiat. Sicut autem feci in horologio horizontali, ita & vnumquodque reliquorum horologiorum, verticale, meridianum, æquinoctiale, parietibus siue cymatijs ad altitudinem styli erectis circumcludam; & in circumstantibus muris per lineas in horologio, ex traditis superius præceptis, descriptas, excitabo totidem eorundem nominum horarum lineas: & similiter in labris murorum, vbi regula per styli acumen ad lineę subiacentis æquidistantiam composita percutiet, vt umbra styli extremum omnino alicubi exceptum, siue in substrato, siue in laterali-
bus muris, inter lineas semper horam indicet.

Horologij

Horologij in quocunque situ descriptio. Cap. 17.

EODEM penitus modo ex horologio delineato poteris quodlibet planum oblatū delineare, singulis in eo lineis suscitatis ab angulo plano & cōmuni: quāuis oblatum planum non sit ad æquidistantiam meridiani, neq; verticalis productū, sed aliud quoduis, siue ad perpendiculū horologio delineato, siue obliquum. Quid. n. obstat situs plani, dum constent bina puncta, alterum. s. per lineę factę incidentiā, alterū per aciem æquidistantis regulamēti, per quā oīno ducenda est horaria linea quesita? Dabo tñ hic & aliud nec multo diuersum præceptū ad ducēdas horarias lineas in proposito plano cuiuscūq; situs: Delineabo primū ex doctrina 1^{mi} & 12^{mi} capitum horizontale planum ductis quolibet horarijs lineis, cui erectus stet a. b. stylus: sitq; propositum planum cuiuscūq; situs ita quidem coherēs proposito plano, vt linea recta ch. sit cōmunis vtriq; plano, hoc est, horologij horizontalis & plano proposito: sitq; in horizontis plano linea quēdā horaria c. d. quam continuare volo in plano proposito. Assumā canonem e. f. cuius extremum e. sit acumē in acie canonis e. f. & extremo f. adhæreat ad rectū angulum fulcimetum quoddā fg. ad altitudinē a. b. styli, & basim g. planam habēs, & plano horizontis insidentē. Et in ipso horizontis plano per pedem styli a. b. ducam lineam b. k. ipsi c. d. horarię parallelum per 7^ū caput. Deinde ita collocabo canonem e. f. g. vt acies e. f. tangat acumen styli quod est a. & fulcimetum f. g. insidens plano horizontis stet directē super lineā b. k. & canonis acumen e. tāgat propositum planū: sic enim a. b. g. f. erit rectāgūlū parallelogrāmū. quare linea e. a. f. æquidistans erit lineæ b. k. Sed b. k. parallel⁹ fuit ipsi c. d. Igī per 9^ū 11^{mi} elemētorū, acies recta e. f. æquidistans erit lineæ c. d. Quamobrē planum, in quo sunt rectæ e. f. c. d. ductum qdē p. acumē styli a. erit planum circuli faciētis lineā horariā c. d. Cūq; extremū regulæ e. sit ī plano proposito & c. pūctū in eodē; certū erit cōiūctam rectā e. c. ac productā esse cōmunē sectionē plani circuli prædicti cū plano pposito: & perinde horariā lineā, quā cū ipso plano pposito facit pdictus circulus. Similiter ex alijs horarijs lineis in horizontē descriptis eliciētur horarię eiusdē nominis lineæ in proposito plano, in quo quidem stylus index cōmune habebit acumē cum a. b. stylo: punctum scilicet a. vnde poteris stylum a. b. ita vicinum plano proposito sistere, vt perpendicularis linea ab a. puncto ad planum propositum, quæ stylus erit horarum index, sit congruæ longitudinib.

ita



ita ut lineæ describendæ suscipiantur in proposito plano, quod faciendum proponitur. Igitur ita deductis lineis horarijs inducendæ sunt & flexæ per trapeziorum angulos integrarum & dimidiatarum horarum puncta peragantes & arcus diurnos perfectarum horarum permentæ: quæ cum sint conicæ sectiones parallelorum à Sole descriptorum, suscipiunt umbrarum desinentias indidem emissis radijs eiacularas. Sicut & in cæteris horologijs faciendū præcepimus. Et in uniuersum est in omni horologio notandum, quod sicut Sol semper inter suos tropicos deferitur; ita & flexæ lineæ à tropicorum conis in horologiorum planis factæ includunt omnes umbrarum à Sole proiectarum desinentias: quamobrem quidquid linearum horariarum extra huiusmodi flexas extenditur, omitti potest, cum illuc umbra nunquam attingat: quanquam Lunæ radiantis projectio dictos limites aliquantum egrediatur.

De horologiij portatilis rectificatione. Cap. 18.

CUM ex Astronomicis instrumentis quædam sint stabilia, quædā portatilia; nostra Solaria possunt utrique numero ascribi, quamuis magis illis conueniat firmitas, sicut loci situs & circulatorum dispositio immutabilis est. Verū, quæ portanda fabricantur, non nisi ad usum climatis cui attributa sunt, transferri possunt: non enim tolerant notabilem latitudinis mutationem: Neque ergo Solarium pro Sicilia mihi laboratum, conueniet Romæ, multo quæ minus Venetijs, aut in loco qui Septentrionalior, aut australior est Sicilia nimio intervallo. Cum autem transfertur horologium per clima suum, semper erit rectificandum ad situm congruum, ut scilicet ad libellam locetur, & meridiana linea in sua præcise positione iaceat, & linea æquinoctialis à stylo versus extantis poli partes in horizontali horologio oblique spheræ: nam in sphaera recta æquinoctialis linea per styli pedem transit. Et rectificato sic horologio horizontalis, cætera horologia facilliter ad situm suum adaptantur. Numque meridianum horizontali horologio orthogonaliter erectum, meridianæ lineæ ponendum est æquidistis: verticale autem similiter superstructum ad æquinoctialis lineæ æquidistantiam: & cætera, ut situs eorum postulat. Sed audi quo pacto locandum ac rectificandum sit horizontale Solarium: scis enim semper umbræ gnomonis terminum ferri per circulum in horologio æquinoctiali, in reliquis autem & horizontali per aliquam curuam perferiam: & singuli dies singulas habet perferias, quas umbrarum limites describunt. Si ergo tante capacitatis sit horologium tuum, ut linearum interualla capiant horarum partes & singulorum parallelorum perferias;

ferias; considerabis periferiam tui diei siue per arcus diurni quantitatem, siue per locum Solis periferiæ adscriptum; atque ita adaptabis portatile tuum Solarium, vt umbra styli desinat in periferiam diei, desinat, inquam, in punctum quoddam, quod à meridiana linea sit occiduum, si observatio ante meridiana fuerit: desinat verò in punctum periferiæ, quod à meridiana sit ortum versus, si post meridiem captes horam: sic enim in tali situ firmato horologio, Meridiana & reliquæ lineæ totumque horologium in situ proprio stabit, & umbræ terminus inter lineas numericis inscriptas instantem horam manifestabit. Si autem non sit tantum linea rñm Solarij tui interuallum, vt singulas dierum periferias recipere possit: recipiat quot potest, vt puta tot, vt arcubus diurnis p horam vel per horæ dimidium crescentibus rñdeant, siue arcubus eisdem per horæ quadrantem augmentatis: & inde in re-ctificando situ Solarij, cōsiderabis ex arcus diurni magnitudine, locove Solis adnotato, duas periferias inter quas umbra tui diei desinere debeat, interuallum quoque propinquitatis ad vtrāque coniiciens: Ibi enim sistendus est umbræ gnomonicæ apex, habens tamen ab ea parte meridianam instrumenti, ad quam à meridiano Sol secesserit: sic enim instantis horæ, vt prius, indicabit interuallū inter lineas. Vnde quem- s amodum, qui per Quadrantem Astrolabum, seu Quadratum horarium, aut quoduis aliud portatile instrumentum observat horam, cert- ostendere debet vtrum ante vel post meridiem fiat observatio: ita & in tulario portatili, hoc idem prænoscat, necesse est. In hoc præcellunt Sabilià instrumenta portatilibus, quod illa non indigent hac consy- deratione atque re-ctificationis labore. Sed exponam hic in tabella differentias ascensionales, latitudines ortus, declinationes, ac Solis lo- cos singulis arcubus diurnis per horæ quadrantem adauctis respon- dentes: In latitudine graduum 38. & $\frac{1}{2}$ quantam Messanensis noster horizon postulat: vt possint circumferentijs arcus ipsos in solario continentibus lateratim adnotari vtrinque. Poterit idem facere vnus- quisque ad latitudinem loci sui: triuialis enim est Calculus & suppu- tatoribus cunctis notissimus. Eccam nunc tabellam.

*Tabella arcuum diurnorum, differentiarum ascensionum, latitudinum ortus, declinationumq; ad lat. gr. 38 $\frac{1}{2}$

Arcus diurnus.		Differētia ascēiona- lis. m.		Declina- tio Solis. Mer.		Latitudo ortus ☉ Mer.		Locus ☉ in zod. a- scen.		Locus ☉ in zod. descen.			
Horæ. m.	m.	gr.	m.	gr.	m.	gr.	m.	gr.	m.	gr.	m.		
9	0	22	30	25	57	33	45	0	0			Tropicus Capricorni	Extra zodia cum
9	$\frac{1}{4}$	20	37 $\frac{1}{2}$	24	9	31	17						
9	$\frac{1}{2}$	19	59	23	30	30	25	0	0	30	0		
9	$\frac{3}{4}$	18	45	22	15	28	44	18	15	11	45		
9	$\frac{1}{2}$	16	52 $\frac{1}{2}$	20	16	26	5	29	41	0	19	Paralleli Australes.	
10		15	0	18	14	23	25	8	19	21	41		
10	$\frac{1}{4}$	13	7 $\frac{1}{2}$	16	6	20	37	16	0	14	0		
10	$\frac{1}{2}$	11	15	13	56	17	53	22	40	7	20		
10	$\frac{3}{4}$	9	22 $\frac{1}{2}$	11	42	14	56	29	25	0	35	Paralleli	
11		7	30	9	26	12	1	5	44	24	16		
11	$\frac{1}{4}$	5	37 $\frac{1}{2}$	7	6	9	2	12	0	18	0		
11	$\frac{1}{2}$	3	45	4	46	6	3	18	0	12	0		
11	$\frac{3}{4}$	1 A	52	2 Sep.	22	3 Sep.	0	24	0	6	0	Equino	Tialis.
12		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
12	$\frac{1}{4}$	1	52 $\frac{1}{2}$	2	22	3	0	6	0	24	0		
12	$\frac{1}{2}$	3	45	4	46	6	3	12	0	18	0		
12	$\frac{3}{4}$	5	37 $\frac{1}{2}$	7	6	9	2	18	0	12	0	Paralleli Se ptentrionales	
13		7	30	9	26	12	1	24	16	5	44		
13	$\frac{1}{4}$	9	22 $\frac{1}{2}$	11	42	14	56	0	35	29	25		
13	$\frac{1}{2}$	11	15	13	56	17	53	7	20	22	4		
13	$\frac{3}{4}$	13	7 $\frac{1}{2}$	16	6	20	37	14	0	16	0	Paralleli Se	
14		15	0	18	14	23	25	21	41	8	19		
14	$\frac{1}{4}$	16	52 $\frac{1}{2}$	20	16	26	5	0	19	29	41		
14	$\frac{1}{2}$	18	45	22	15	28	44	11	45	18	15		
14	$\frac{3}{4}$	19	59	23	30	30	25	30	0	0	0	Tropicus Canceri.	Extra zodia cum
14	$\frac{1}{2}$	20	37 $\frac{1}{2}$	24	9	31	17						
15		22	30	25	57	33	45						

Quæ tabella definit fermè in Solis Tropicum æstivum, maximum-
que Solis arcum diurnum, maximam eius declinationem, maximam
ortus latitudinem Canceri: sicut ab hyberno tropico, minimoque arcu
diurno.

diurno, maximaq; in oppositum declinatione, maximaq; eiusdem

ortus latitudine capiebat exordium. Verum mihi placuit extendere vtrinque tabellam ad extremos vsque parallelos, quos horizon loci tangit: quorum eius, qui extat, arcus diurnus habet horas 24^{or} totus enim extat: arcus vero eius, qui delitescit, nihil, cum totus lateat. Et vtrobiq; tam differētia ascēnsionalis, q̄ lat^{do} ortus est quadrans circuli: declinatio vero cōplemētum alt^{nis} poli. Et nota, q̄ sicut ab æquatore ad manifestū polū sunt 12 paralleli, & totidē ab eodē ad occidētū, terminatores arcuū diurnorū integrarū horarū: de quorū numero sunt extremi duo, quos tangit horizon:

Sic & in plano horologij à linea æquinoctiali vtrouersum sunt totidē flexe, singulę à singulis dictorū parall^{is} conis generatę: quę sciipiūt extremitates vmbraz, dū Sol tales parallelos describit: de quarum flexarū numero sunt extremę, quas tangūt lineę horarię ab or. vel occ. vt non semel dictū est. Et attēdēdū est, p̄spiciacissime Lector, q̄ deductis in plano horologij, exēpli gratia, horizontalis, tã horarijs, q̄ flexis lineis, tūc postea in circūstātibus subiectisq; faciebus parietū adstructorū ad celsitudinē styli, cōtinuādę sunt tam rectę lineę horarię, sicut in 16

cap. docuimus, q̄ flexę secundum suā singulę curuaturā, & per trapeziorū ab horarijs lineis factorū, angulos circūducte absq; aliqua fractura: verū in fastigijs planis dictorū parietū, quib. regula per acūmē styli transiens, vtrinq; cōgruit; dictę flexę sūt rectę & cōgruunt atq;

O. cocunt.

<i>Arcus diurnus.</i>	<i>Differētia ascēnsionalis.</i>		<i>Declinatio parallelis.</i>		<i>Latitudo ortus pa- ralleli. Se.</i>	
<i>Horæ.</i>	<i>gr.</i>	<i>m.</i>	<i>gr.</i>	<i>m.</i>	<i>gr.</i>	<i>m.</i>
15	22	30	25	57	33	45
16	30	0	32	25	43	3
17	37	30	37	45	51	9
18	45	0	41	59	58	17
19	52	30	45	15	64	20
20	60	0	47	45	70	22
21	67	30	49	28	75	39
22	75	0	50	45	80	37
23	82	30	51	35	85	25
24	90	0	51	50	90	0
<i>Horæ.</i>	<i>M.</i>		<i>Mer.</i>		<i>Mer.</i>	
	<i>gr.</i>	<i>m.</i>	<i>gr.</i>	<i>m.</i>	<i>gr.</i>	<i>m.</i>
0	90	0	51	50	90	0
1	82	30	51	35	85	25
2	75	0	50	45	80	37
3	67	30	49	28	75	39
4	60	0	47	45	70	22
5	52	30	45	15	64	20
6	45	0	41	59	58	17
7	37	30	37	45	51	9
8	30	0	32	25	43	3
9	22	30	25	57	33	45

Parallel^{is}
maxim^{us}
integre oc-
cultorū.

Parallel^{is}
maxim^{us}
integre oc-
cultorū.

coeūt singulae cum singulis horarijs lineis secātibz tū horas integras tū dimidiatas à Meridie distinguētibz, ita vt vna quaeq; flexa cū vna quaeq; horaria fiat vna recta linea. Namq; cum planū dictorū fastigiorū incedat per acumen styli, hoc est per verticē oīum conorū cōem, secās ipsas conicas superficies, facit nō flexam, sed rectā lineam, per 3^{am} primi conicorū elemētōrū. Quod melius explanabitur insequēti libello: vbi, declinationes, ascēssiones, differētias ascēssionū, latitudines ortus, horā per alt^{itudinem}, vmbraz mensuras, per linearum ductū inueniēdas dabimus absq; calculi adminiculo. Itaq; cū, extra eā, duae flexae hinc inde ab æquinoctiali recta auerisē sint parallelorum arcus diurnos 13^{us} & 11^{us} horarum complexorum: earū flexarum, quae ad partes poli extantis, in dictis fastigiatis erectōrū parietum planis, coit cum linea horarum 6^{us} ante meridianarum: Quae verò ad partes occulti poli, coit cum linea horaria horarum 5^{us} ante meridiem. Item duae sequētes flexae hinc inde, à paralleli arcuum diurnorū horarum 14. & 10. generatae, coibūt cum lineis horarijs, haec quidem quinq; horarum, illa septem, ante meridianarum. Itaq; deinceps: de quo plenius in sequenti libro. Quāq; huiusmodi linearum coitum ideo semper fieri, quod tres ibi horarij circuli, quorum vnus est horizō, & conica paralleli cuiusdam superficies ita se vicissim secēt; vt trium planorū & conicæ talis vnica recta sit cōmunis sectio, cuius mediocris ingenij circulozum intersectionem in 2^o capite positam intuens facile intelliget. Potest & rectificari horologium, hoc est, sisti ad positionem suam virtute Magnetis lapidis: cuius inuētio quamuis antiqua satis sit, tamen acus illius seu ferrei obeli attemperatio, qui vim à Magnetis cōtactu adeptus semper ad Septētrionem vergens horologij situm docet & ventorum plagas nautis indicat, neotericorum inuētum est, & maioribus nostris oīno incognitum. Itaq; inuēta primū Meridiana linea per 7^{um} caput, aptatoq; per eam & ad situm suum firmato horologio, cōsiderandus erit situs obeli Magnēsij, eiq; directē subnotanda linea, seu figura prae cise obelo similis & æqualis. Nam deinceps horologium transportatum, semper ad talem situm redigi poterit: tamdiu enim circumuertendum erit Solarium, quoad obelus, qui situm naturalem magnetis immotus seruat, sublineatæ figuræ superiaceat, ipsam cooperiens: sic enim horologium positioni congruē restitutum ad gnomonicae vmbrae indicium horam cognitam exhibebit. Talis autem rectificatio fit in horologio horizontali, quod solum æquilibrij commoditatem prae stare potest, suffulto mobiliter obelo, quo facili momēto situm suum semper, vicinq; conuerso horologio, assequatur seruetq;ue. Verū rectificato tam horizontali, iam & cetera horologia, quae illi adhærēt, facillime con ad gruum situm, ex ijs, quae dicta sunt, adaptari possunt.

Libri primi finis.

FRANCISCI MAVROLYCI, ABBATIS MESSANENSIS.

DE LINEIS HORARIIS,
LIBER SECVNDVS.

Ad Io. Vegam, Siciliae Proregem :

P R Æ F A T I O.



AT IS quidem mihi fecisse viderer superiori libro de horarijs lineis scribenti ; nisi flexarum quoque notitia, in quas umbræ desinunt, non parum faceret ad intelligendam optimè lineamentorum positionem : tales autem flexæ sunt Conicæ sectiones, Circulus, Parabole, Hyperbole, Ellipsis. Namque in ipso Equinoctij die, umbræ terminus per rectam, quam æquinoctialem lineam appellauimus, desertur: Sole autem alibi constituto, aliquam ex dictis periferijs describit. Operæ precium igitur facturus uideor, & rem speculatiuis ingenijs gratissimam, si huiusmodi periferiarum proprietates & formas, quantum ad ipsum spectat negotium, hic exequar : Quod cum ex conicorum elementorum doctrina pendeat, & ad subiecti theoriæ magis, quàm ad praxim pertineat ; ab his, qui de horologijs huiusmodi scripserunt, quos ego sciam, hæcenus neglectum est. Ego uerò nullam unquam lineationem, nullum calculum, nullius tabularis abaci, aut instrumenti usum unquam probaui, cuius antea speculationem non optimè perpenderim : Idemq; ab omnibus bonarum artium amatoribus faciendum censeo. Nam sicut animo corpus paret : sic practica philosophiæ pars theoricam sequitur magistræ. In primis itaque intelligendum est, quod in quotidiana conuersione mundi, sola diameter æquatoris circa centrum suum planam superficiem circuli sui describit : omnis uerò alia mundi extra æquinoctialem diameter tali motu, circaq; idem centrum conuersa describet duas conicas superficies, siue, ut vulgus vocat, rotundas pyramides, communem verticem terræ centrum, fixumq; diametri punctum habentes: quarum bases sunt circuli ab extremitatibus diametri per integram reuolutionem descripti, & æquatoris paralleli, & ab eo æqualiter remoti, & inter se æquales. Hoc modo describuntur omnes paralleli contrapositioni, & eorum conicæ superficies. Vnde illa sphaera diameter, quæ communis sectio est horizontis obliqui ac meridiani, quæ linea meridiana est in horologio horizontali, in conuersione mundi describet conicæ superficies, quarum bases sunt paralleli contrapositioni, quo

O

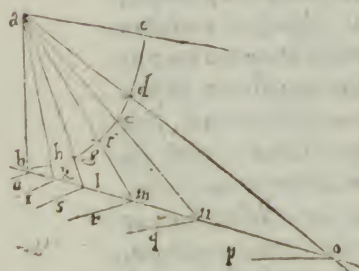
2

contingit

contingit horizon & ceteri circuli horas ab ortu vel occasu terminantes. Contingit, inquam, in punctis, in quibus eosdem circuli horarii à meridie secant. Atque hi sunt extremi parallelorum, ortum & occasum habentium: Ceteros enim omnes aequatori & extremis interiectos secat horizon & circuli compares: sicut & qui per polos. Et si paralleli deducantur per puncta sectionum circulorum horariorum; tunc in singulis punctis secabunt se vicissim tres circuli horarii, & parallelus: & qualibet mundi diameter per bina ex talibus punctis opposita connectens erit communis sectio trium predictorum circulorum, hoc est, planorum, cum conicis superficiebus ipsius paralleli & contraposti, per ipsam diametrum in conversione mundi descriptis. Planum autem horologii secans circulos horarios facit rectas lineas horarias: secans uero conicas superficies, facit circulares seu flexas dictorum nominum peripherias, de quibus deinceps agendum.

De situ & formatione linearum tam rectarum quàm flexarum in recto & in obliquo horizonte cum praeambulis ad sequentia. Cap. 1.

IN VERTICALI horologio sphaera recta, & in horizontali sub polo horariae lineae se vicissim in centro circuli secantes, peripheriam per aequos arcus diuidunt. Contra uero tam in horizontali recti situs quàm in verticali horologio polari horariae lineae sunt aequidistantes. Intelligo enim aequatoris quartam a b c. qui in situ sphaerae rectae verticalis circuli vicem habet, ita positam, ut semidiameter a b.



fit axis horizontalis: semidiameter uero a c. axis meridiani, & in sex aequales arcus in punctis d e f g h. distinctam: & ducam per centrum a. & dicta puncta rectas, quae incidunt horologii horizontalis plano apud puncta k l m n o. in recta b o. quae communis sectio est talis plani cum aequatore, & linea equinoctialis dicitur, tangens peripheriam b c. apud b. propter angulum rectum a b o. Eruntq; circulorum horariorum per polos ductorum in plano aequatoris a b o. communes sectiones, rectae a b. quae meridiiana est a k. a l. a m. a n. a o. Cum plano autem horologii horizontalis communes eorundem circulorum sectiones erunt rectae per eadem puncta ad ipsam b o. perpendiculares: quandoquidem circuli orthogonaliter secant aequatorem rectae, inquam, o p. h q. m r. l s. k t. b u. quae meridiiana est. Et hoc intelligam in reliqua aequatoris quarta. Ecce igitur in verticali horologio sphaerae rectae lineae

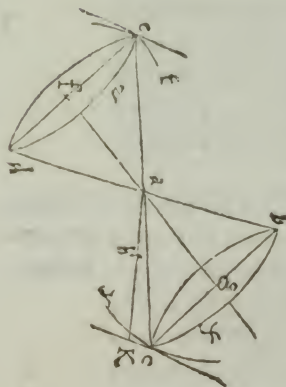
lineæ horariæ a b. a k. a l. a m. a n. a o. secant periferiâ circuli a b c. per æquos arcus: in horizontali verò eiusdē situs horologio lineæ horariæ b u. k t. l s. m r. h q. o p. sunt æquidistantes: sicut & cæteræ lineæ in collateralī quadrante intellectæ. Sed æquator a b c. sub polo fungitur vice horizontis. & planum b o p. ibidem murale est horologium: & perinde horariæ ibi horizontem per æquos partiuntur arcus: in verticali verò æquidistant, sicut propositio concluderat. Neque opus est in his horizontibus recto scilicet & polari, alijs horarum lineis: in recto enim eodē lineæ distinguunt horas siue à meridie, siue ab ortu & occasu exorsas: quandoquidem meridianus & horizon sunt de numero circulorum distinguendum. In polari autem situ, paralleli æquidistantes sunt horizonti, hoc est, æquatori: & ideo, qui ab eo ad polum altum secedunt, expertes sunt ortus & occasus.

Pro cæteris autem horologijs hoc accipe præambulum ad intelligendas projectiones & situs linearum. Nam sicut horizon obliquus & cæteri circuli horarij tangentes tangunt duos parallelos æquatoris in ijs punctis, in quibus eodē secant circuli horarij secantes; ita & plana horizontis & cæterorum circulorum tangentium tangunt conicas superficies, quarum bases sunt dicti paralleli, & vertex communis sphaeræ centrum, & contactus sunt latera conorum, quæ sunt communes sectiones circulorum tangentium & secantium & ipsarum conicarum superficierum. Quodcūq; autem planum, præter verticem, secat tam conicas superficies, quàm plana tangentia & secantia: Illud secando, faciet in conica superficie flexam: in planis autem tangentibus rectas lineas, quæ tangunt flexam in ijs punctis, in quibus secant latera conica prædicta, & in quibus dictam flexam secant rectæ, quas planum præter verticem facit in planis circulorum secantium. Atque hæ rectæ flexam secantes sunt horariæ lineæ horarum à meridie terminatrices eius singulæ nominis, cuius circuli horarij, in quorum sunt planis. Rectæ verò flexam tangentes, sunt lineæ horarum ab ortu vel occasu inceptarum, ipsis quidem circulis horarijs, à quorum planis fiunt, cognomines. Sit enim, exempli gratia, sphaeræ centrum a. & Meridianus, in quo puncta b c d e. secans duos parallelos contrapositos b x c. d z e. super eorum diametris b c. d e. orthogonaliter, quia per eorum polos incedit: secans autem conicas eorundem superficies communem verticem a. fortitas faciat, per tertiam primi conicorum, triangula a b c. a d e. quæ orthogonaliter erunt basibus b x c. d z e. cū planum b c d e. incedat per axem f g. coniungentem centra f g. basium & per mundi polos euntem: Deinde horizon obliquus tangat parallelos b x c. d z e. in punctis c e. per 8^a secundi sphaericorum elementorum,

O 3 in

*Primum
præambulum.*

in quibus eosdem secat meridianus a b c d. sitque periferia horizontis obliqui c y. et quo fit, vt communis sectio meridiani b c d e. cum horizonte c y e t. sit recta c a e. latus scilicet conicarum superficierum. Dico itaque, quod horizon tangit easdem conicas superficies super ipsum latus c a e. super quo easdem secat meridianus. Quod sic ostendam: cum circulus c y e t. tangat circulum b x c. iam per diffinitionem



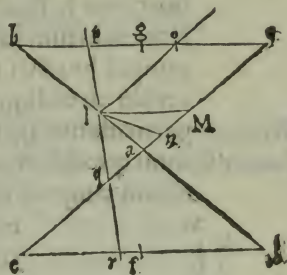
in principio secundi sphaericorum elementorum, communis sectio planitierum talium circulorum que sit recta c k. tanget vtrunque circulum in puncto c. Nullum itaque punctum in plano circuli c y. extra lineam c a e erit in superficieribus conicis: sed vnumquodque extra eas. Assumatur enim in dicto plano punctum quoduis h. extra lineam c a e. & ducatur linea recta a h. & producatnr donec incidat lineae c k. ad punctum k. omnino enim incidet ad aliud punctum quam c. Itaque punctum k. erit extra periferiam b x c. quandoquidem recta k c. tangit periferiam dictam in stylo puncto c. Et perinde linea recta a h k. erit extra conicas superficies: & ideo punctum h. extra easdem. Similiter ostendam, quod

omnia puncta in plano circuli c y. extra lineam c a e. recepta, erunt extra conicas superficies: Quamobrem planum circuli c y. super solū latus c a e. tangit conicas superficies. Et sicut hoc ipsum demonstratum est de meridiano & horizonte, ita de quibuslibet alijs duobus horarijs circulis vno tangente & altero secante super contactum demonstrabitur. Vt autem residuum propositi explanetur, sit in exemplum planities quæpiam præter verticem conicum a. vtpote planum circuli b x c. secet conicam superficiem, & facta sectio sit flexa b x c. secet planum circuli tangentes c y. & sectio sit recta c k. quæ iam tangit flexam in puncto c. in quo planum dictum secat latus conicum a c. & in quo flexam secat recta b c. quam dicta planities facit cū plano a b c. circuli secantis. Quod enim rectæ lineæ sint communes sectiones planorum, patet per tertiam vndecimi Euclid. Quod autem sectus conus plano præter verticem flexam faciat, patet in genere ex 2^a primi conicorum, speciatim vero 4^a. 11^a. 12^a. & 13^a. eiusdem. Itaque recta b c. secans flexam, erit horaria linea terminatrix horæ à meridie, quam terminat circulus a b c. in cuius plano iacet. Itemque recta c k. tangens flexam, erit horaria linea horam ab ortu vel occ. discriminans, quam circulus c y. à quo generatur, discriminat. Vtpote meridianus circulus facit meridianam lineam: proximus autem ad occasum per polos, primam post meridiem, & cæteri deinceps cæteras. Horizon autem facit horizontalem

zontalem lineam, quæ initium est horarum ab ortu vel occasu numeratarum: proximus autem tangens secundum ordinem motus primi, primæ horæ ab ortu vel occ. lineam facit: & deinceps singuli singulas suas. ¶ Ponam nunc aliud præambulum, vt dictum plani conos

*Secundū
præam-
bulum.*

secantis, flexasque in conica superficie faciētis, ac paulatim flexarum qualitatem, quantum opus est, manifestemus. Resumo igitur conos a b c a d e. communem verticem a. per rectam b a d. puncto a. stante circa periferias æqualium parallelorum b c. d e. circumactam descriptos: quos, vt dudum, planum per axem fa g. secet, faciē per tertiam primi conicorum, triangula a b c a d e. basibus orthogonalia: In quorum vno vtpote a b c. protraham 4^{or} lineas: sic in vno laterū a b. a c. quod sit a b. capiam contingens punctum quod sit l. per quod ducam ipsi b c. basi æquidistantem l m. vsq; ad latus a c & non æquidistantem l n. incidentes lateri a c. ad puncta m n. Item ducam lateri a c. æquidistantem l o. quæ ipsi b c. occurrens apud o. nusquam coincidit lateri a c. in infinitum. Ducam & inter b o. puncta eadem, dem lineam l p. quæ producta incidat lateri a c. apud q. & basi d e. apud r. quæ similiter nusquam alibi, quanquam in infinitum producta, coincidet lateribus triangulorum. Deinde super singulas has quatuor lineas. l m. l n. l o. p q r. superstruam singula plana orthogonalia in planum triangulorum a b c a d e. eaque extendam, vt secet conicas superficies: facient enim quacunque secare possunt producta in conicis superficiebus singula periferiarum genera, de quibus Apollonius latissime differit in octo conicorum libellis. Namq; sectio facta à plano secante per l m. ducto, circulus erit, cuius diameter l m. per quartam primi conicorum: quandoquidem planum tale secans æquidistat basi conicæ b c. Sectio autem à plano secante per l n. ducto facta ovalis quædam periferia erit, quæ Ellipsis dicitur, cuius axis siue diameter maior l n. per 7^a & 13^a primi conicorum. Sectio verò à plano l o. in cono facta erit curua quædam periferia, cuius crura per conicam superficiem infinitam in infinitum procedunt dilatata, cuius axis seu diameter l o. quæ nusquam, & si in infinitum producta, occurret conicæ superficiei, quæ sectio à præstantissimis Geometris parabola dicitur, vt constet per 11^{am} primi conicorum. Sectio denique à plano per p l q r. ducto generata duplex est: nam vtrunque conum secat: & similes in singulis conis sectiones fiunt. quarum axis seu diameter communis est l q. hæc autē est curua quarti generis periferia, cuius brachia per conicam superficiem delata in infinitum augentur: quæ sectio hyberbole uocatur, tam



O 4 in vno,

in vno cono, quàm in altero: unde & ambæ hyperbolæ contrapositæ dicuntur, vt patet per 14^a primi conicorū. Ex his solus circulus habet vniformem periferiam: congruūt enim in vno circulo arcus æquales. Ellipsis autem quàmuis in se ipsam perfectò ambitu coeat, tamē circa vertices maioris diametri suscipit curuationem periferiam: & eò est oblongior, quò planum secans obliquius est ad conum. verum semper à præcipuis diametris sese orthogonaliter secantibus distinguitur in 4^{or} quadrantes inter se similes & æquales. Parabola verò brachia in infinitum protendens, sicut semper minuit pedetentim, ita nunquàm deferit curuaturā: & in duo similia secatur ab axe. & omnes parabolæ sunt inter se similes, sicut & circuli: sūt enim eodē ductu plani penes latus conicum extēsi. Non aliter hyperbole, vtrinque ab axe suo similia projicit brachia nūquàm coeūtia & paulatim curuaturam minuētia: verum ab obliquiore plano angustior generatur hyperbole. Sed de his

*Tertium
pambulū.*

particulatim agetur per singula horologia. ¶ Sed prius exponam tertium quoddam præambulum, quod est tale: Plano quopiam circuli conicam tangente superficiem: omnis recta æquidistans lateri contactus extra planum tãgens ad partes conī, producta omnino coincidit superficiē conicæ. Resumam lineamentum primi præambuli, in quo conum a b c. cuius vertex a. basisque circulus l x c. tangit planum circuli c y. super latus conicum a c. existēte basis & plani tangentis cōi sectione recta c k. quæ vtrunque circulum tangit, vt constituit. Et ponatur per quoduis pūctum extra planū a c k. tangens, ad partes tamen conī, quod pūctum sit s. ipsi a c. lateri contactus æquidistans recta s u. quantūlibet remota à plano & à cono. Aio, quòd linea s u. producta coincidit omnino conicæ superficiē in infinitum extensæ. Quod sic demonstrabo: Cū linea s u. sit æquidistans ipsi a c. quæ ad pūctum c. occurrit plano basis b x c. iam & ipsa eidem plano coincidit: coincidat ad pūctum u. Et coniūgatur recta c u. quæ, per 15^a tertij elementorum secabit circulum b x c. quāquidē recta c k. tangit eundem. secet in pūcto x. Et ducatur latus conicum a x. per pⁱ primi conicorum.

Erunt ergo, per 7^a vndecimi elementorum linea a c. s u. a x. in vno plano: coincidit autem x a. linea ipsi a c. linea apud a. Igitur & eius parallelo s u. coincidit. Verum per primam primi conicorum a x. continuata semper iacet in conicæ superficiē: Itaque s u. ipsi iam a x. coincidens conicæ superficiē, sicut demonstrādum proponitur, coincidit.

*Quartū
pambulū.* ¶ Postremum præambulum erit. Plano tangēte conicam superficiem,

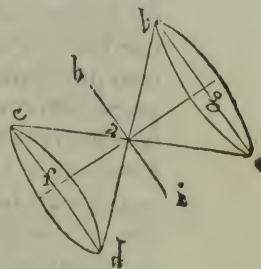
omnis



omnis recta in ipso plano iacens & æquidistans lateri contactus, nunquam occurreret conicæ superficiei, quanquam in infinitum & vtrouersum continuata. Nam, sicut in primo præambulo fuit ostensum, contactus plani cum conica superficie fit solum super ipsum latus contingentiæ: & omnia dicti plani puncta extra hoc latus, sunt extra conicam superficiem: igitur linea in ipso plano existens & lateri dicto æquidistans, quoniam semper extra latus cadet, semper extra conicam superficiem deferetur.

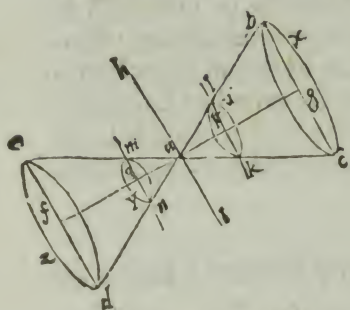
De flexis, quas secant & tangunt horaria linea in obliquis horisontibus, & singulos situs & singula horologia. Cap. 2.

HIS præmissis, veniam ad singularia, incipiēs ab horologio æquinoctiali, quoniam illud vsum præstare potest cuilibet horisonti si ad eius situm adaptetur. Sit itaque sphaeræ centrum a. parallelos, quos tangit horizon obliquus, diameter b c. d e. in plano meridiani: eorum centra f g. per quæ axis mundi f g. cōis sectio meridiani & horisontis linea e a c. quæ latus conicum est, super quo horizon tangit conicas superficies, quarum communis vertex a. & bases b x c. d e z. circuli. linea b a d. communis sectio merⁿⁱ cum circulo horæ 12^æ ab or. vel oc. quæ latus conicum est, super quo circulus horæ prædictæ tangit conicas superficies: sicut in p^o præambulo præcedētis capitis ostensum fuit. Et in eodem plano merⁿⁱ, linea h a i. secet ad rectos axem f a g. eritq; h a i. cōis sectio merⁿⁱ & æquatoris. Eritque angulus c a g. & vnusquisq; trium reliquorum inter axem & conica latera contentorum & ad punctum a. coeuntiū, alt^{do} poli, siue latitudo regionis: Angulus autem e a h. & vnusquisq; trium reliquorum, prius dictis extrinsecorum, fiet complementum dictæ altitudinis poli, seu localis latitudinis. Quod quidem lineamentum singulis sitibus obliqui horisontis erit cōmune, angulo quidem lat^{nis} ad situm propositum determinato. Vbi in primis notādum est, quod quando angulus g a c. altitudinis poli minor est dimidio recti, hoc est 45. gradibus; tunc angulus b a c. est acutus & eius contrapositus. Qñ autem angulus g a c. est dimidium recti, tunc anguli octo ad pūctum a. coeuntes, sunt æquales inter se: & tunc linea b a d. est axis horisontis: & iacet in plano circuli verticalis, qui in tali situ est idem cum circulo prædicto horæ duodecimæ tangens conos super lineam b a d.



Quando

Quando verò angulus g a c. excedit recti dimidium, tunc altitudo,

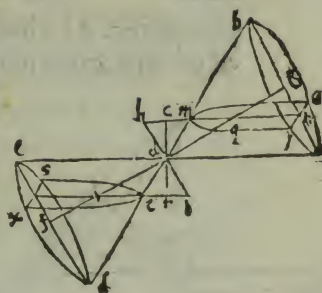


Horologiū æquinoctiale.

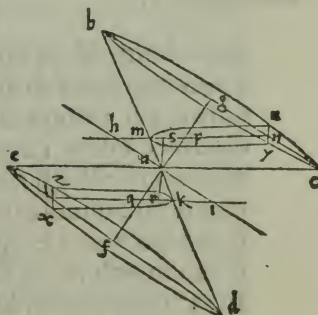
erunt. & per signa p q. producam plana æquidistantia basibus
b x c. d z e. conorum quæ conos secando, facient, per 4^a primi
conicorum circulos, qui sint l u q. m y n. quorum centra p q. eruntque
lineæ l k. m n. eorum cum meridiano communes sectiones: & perinde
lineæ meridianæ dicentur. Cæteri autē circuli horarij per polos super
axe fg. se inuicem secantes, secabunt circulos l u k. m y n. in arcus 24^{or}
æquos, facientque in eorum planis. diametrales lineas horarū à meri-
die. Et sicut horizon tangit ipsos circulos in punctis k m. circulus au-
tem horæ 12^x ab ort. vel oc. tangit eosdem in pñctis l n. in quibus qua-
tuor pñctis meridianus secat eosdem; ita & reliqui circuli horarij per
polos cum correlatiuis circulis tangentibus facient. Quando ergo Sol
declinabit ab æquatore h. i. ad partes poli extantis g. spectabit faciem
horologij m y n. & in eam projiciuntur vmbre styli q a. extremitas in
eam scilicet horariam lineam, cuius horarium circulū Sol possederit.
Quod si Sol ab æquatore h. i. declinauerit ad partes occulti poli f. tunc
irradiabit faciem horologij l u k. & vmbre à stylo p a. proiectæ simi-
liter horarum indices erunt. In ipso verò æquinoctij vtriuslibet die
radie iaculabitur vmbra per vtranque faciem infinitas. ¶ In horo-
logio autem horizontali obliqui situs, horariæ lineæ secantes parabol-
en secant singulæ, meridianæ lineæ excepta, in duobus punctis, in qui-
bus hinc inde tangunt eandem geminæ lineæ horariæ tangent. Nam
meridianæ lineæ cum sit diameter transuersa parabola, in solo vertice
secat eam, vbi eandem tangit lineæ horæ 12^x. Horizon autem, qui
æquidistat horologij plano minime facit lineam. Repetita itaq; cono-
rum descriptione, per pñctum a. traducam ipsi e a c. ad rectos lineam
s a r. vt ipsæ a r. a s. sint mihi pro stylis inuicem æquales. Et per pñctum
r s. ducam ipsi e a c. æquidistantes indefinitas: quæ quidem secant b c.
& d. rectas apud l n. axem autem apud q p. ipsam b d. apud k m.
ipsamq;

ipsamque h i. apud easdem notas. Et super ductas l i. n h. erigam plana parallela & ad meridianū orthogonalia : quæ conos a b c. a d e. secantia facient per vndecimā primi conicorū parabolas circum diametros k l. m n. quæ sint x k z. v m y. Sicut itaque meridianus eas parabolas secans facit lineas meridianas i l. h n. ita & reliqui circuli per polos facient in planis parabolarum cæteras lineas horarum à meridie se inuicem in puncto axis p. vel q. secantes : quæ singulæ, per 27^a primi conicorum, vtrinque coincident periferiæ, in punctis videlicet, in quibus eandem tangent lineæ horariæ tangentes, vt in primo præambulo præmissi ostensum fuit. Nam meridianæ linea i' l. vel h n. quæ sunt axes parabolæ in solo vertice k. vel n. secat parabolam : vbi eandem tangit linea horæ 12^a ab ort. vel occ. Itaque in plano parabolæ x k z. stylus r a. in plano autem parabolæ v m y. stylus a s. vmbra proijciat, eius horæ indicem, in cuius circulo Sol tunc locabitur. Et sicut planum parabolæ x k z. est horologium ad nostrum spectans hemisphærium : ita planum parabolæ v m y. ac nostros pertinet antichitiones. Illic ergo in linea meridiana consyderantur quatuor puncta, tam in vno, quàm in altero horologio : scilicet punctum r. qui pes est styli : punctum q. in axe, in quo lineæ horariæ secantes se inuicem secant : pūctum i. quod suscipit extremum vmbre meridianæ æquinoctialis : & punctum k. qui vertex est parabolæ. In altero autem horologio ipsa hæc puncta sunt apud f p d n. Verum hic faciendæ est distinctio secundum horizontem situs. Nam si quidem loci latitudo fuerit minor. 30. gradib. tunc r. punctum erit vicinius pūcto i. quàm pūcto k. quandoquidem tunc anguli b a k. r a i. singuli cū sint minores. 30. grad. angulus r a k. maior 30. superest. Si autem loci latitudo fuerit grad. 30. præcise; tunc r. punctum medium erit inter i k. puncta : quoniam anguli tunc prædicti 30. grad. singuli. Si verò loci latitudo maior sit quàm 30. grad. inferior autem 45. tunc, collatis ijsdem angulis, punctum r. vicinius puncto k. quàm puncto i.

con-

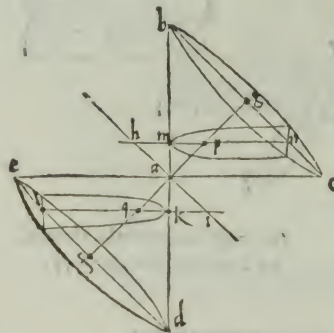


*Horologij horizontalis theoria.
ad latit. minorem grad. 45.*



*Horologij horizontalis theoria ad
lat. grad 45.*

cōcludetur. At si loci latitudo fuerit 45. grad. tunc punctum r. quod est pes styli, cadet in ipsum k. punctum parabolæ verticem: quod erit inter q i. medium. Item, si loci latitudo fuerit

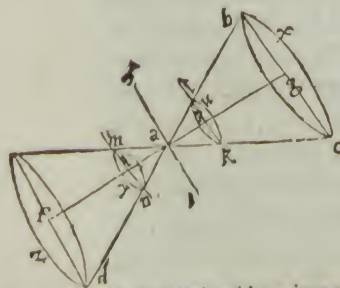


Horologij horizontalis theoria ad lat. maiorem grad. 45.

maior quidem gr. 45. minor verò 60. tunc punctum r. cadet inter puncta k q. vicinius puncto k. Adhuc, si loci latitudo fuerit præcisè 60. graduum, punctum r. medium erit inter puncta q k. Si denique latitudo 60. gradus excefferit, punctum r. magis approximabit puncto q. Nobis tamen: satis erit tres posuisse descriptiones: vnam pro latitudine minori 45. gradibus: alteram pro 45. grad. reliquam pro maiori. Nam ex prima & tertia cæteri situs facillè notescunt. Lineas autem horarias in his horologijs non protraximus: eas enim lectoris perspicacia intelliget, præsertim in 9°. 10°. 11°. & 12°.

præcedentis libelli capitibus in exemplum praxeos delineatas. Item notandum quòd dato, quòd Sol deferatur in periferia basis vnus conorum per motum diurnum: tunc vmbre styli extremitas circumlata describet ipsam circuli seu parabolæ periferiam in altero cono per planum horologij factam. Adhuc sciendum, quòd si super axem meridiani circumuoluantur præscripta horologia semicirculari conuersione, iam vnum ex eis redigetur in situm alterius: hoc est inferius ad situm superioris, & superius ad situm inferioris: de qua conuersione in 15° cap. præmissi lib. actum est. Quæ tamen ideo huc inducta sunt, vt horologiorum theoria innotescat lectoribus apertiùs.

De horologio verticali & meridiano horizontis obliqui, quæque in eis flexæ secantur & tangantur à lineis horarijs. Cap. 3.

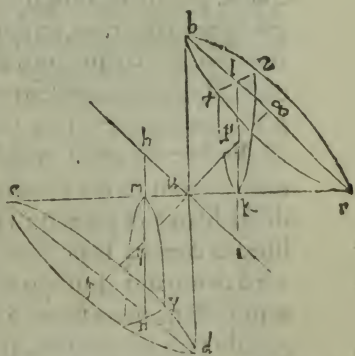


Horologij verticalis theoria ad lat. maiorem gr. 45.

PERSEVERABO in eadem conorum descriptione, supponens angulum latitudinis loci $ga c$. primo minorem dimidio recti: namq; in horologio verticali talis situs horariae lineæ secantes secant ellipsim in binis singulæ pñctis, in quibus tangunt eadē lineæ horariae tágentes. & stylus erit portio axis verticalis: sicut in horizōtali horologio fuit portio axis horizōtis. Itaq; de lineæ $e a c$. quæ communis sectio est merⁿⁱ & horizontis

horizontis & axis verticalis circuli, capiam æquales portiones a k. a m. quæ mihi pro stylis erunt. & per puncta k m. ducam ipsi e a c. perpendiculares k l. m n. quæ productæ coincident axi apud p q. puncta: lateribus conorum apud k l. m n. puncta: & ipsi h i. æquinoctiali apud easdem h i. notas. Deinde lineis k l. m n. superstruam plana triangulis a b c. a d e. hoc est plano meridiani orthogonalia: quæ per 13^{am} primi conicorum, secando conos facient ellipses, quarum diametri primæ sunt k l. m n. Vnde sicut meridianus has ellipses secans, facit lineas k l. m n. horologiorum scilicet meridianas; ita & reliqui horarii circuli per polos secantes earundem ellipsum plana facient reliquas horarias lineas, quæ secantes se super axem apud p q. puncta singulæ tam vnâ, quàm alteram ellipsum in binis punctis secabunt, in quibus eandem tangent lineæ horariæ tangentibus à circulis horarijs conos tangentibus in ipso vtriuslibet ellipsis plano factæ. Sicut linea horizontalis in punctis k m. & linea horæ 12^æ in punctis l n. tangunt ellipses, in quibus easdem secat meridianus. Stylus autem a k. in planum k u l. quod ad meridiem vergit: Stylus verò a m. in planum m y n. quod ad altum spectat polum; vmbra proiciens, eius horæ lineam percutiet, à cuius circulo Sol radiauerit. Et in vtroque huiusmodi horologio quatuor sunt puncta consideranda: puncta scilicet p q. in quibus singulis lineæ horariæ secantes se vicissim interfecant: puncta k m. quibus gnomones infixi sunt k a. m a. commune acumen a. in centro spheræ habentes: per quæ quidem transit linea horizontalis horæ 24^æ ab ortu vel occasu. puncta l n. per quæ incedit linea horæ 12^æ horizontali æquidistans. puncta demum h i. vmbra æquinoctiales meridianas terminantia. Reliquas lineas hic Lectoris perspicacia, sicut in 13^o cap. præcedentis lib. descriptæ sunt, imaginabitur.

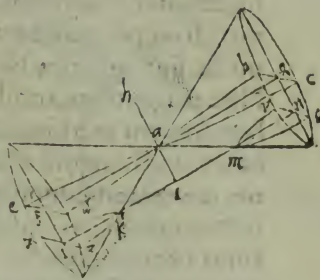
In horologio autem verticali obliqui horizontis, cuius latitudo habet dimidiū anguli recti, horariæ lineæ secantes secant parabolam singulæ, meridianam excepta in duobus punctis, in quibus lineæ horariæ tangentibus tangunt eandem: quemadmodum in horologio horizontalis eiusdem fieri contingit. Ducam ergo in lineamento semel assumpto, per puncta k m. qui sunt stylorum æqualium pedes, lineas k l. m n. ad rectos ipsi e a c. & axi coincidentes apud p q. lineæ h a i. apud a i. & super eas structim planities meridiano orthogonales conum vtrunque secantes faciant, per vndecimam primi co-



Horologii verticalis theoria ad latit. gr. 49.
nicorum,

nicorum, parabolas circa diametros $k l$. $m n$. quæ sint $x k z$. $u m y$. in quibus ipsæ diameter communes iam ipsarum parabolarum cum meridiano sectiones erunt lineæ meridianæ secantes periferias solum apud vertices $k m$. per quos incedit linea horizontalis tangens easdem: Similiter & aliæ horariæ lineæ se vicissim in puncto p . puncto quæ q . secantes per 27^a primi conicorum, in binis singulæ locis parabolam secabunt: ubi & eandem tangentes horariæ contingunt. Puncta verò $h i$. suscipient extrema umbrarum æquinoctialiū in meridie. Et ad summam omnia fient sicut in secunda descriptione horologij horizontalis ad latitudinem grad. 45. dudum exposita: si pro horizontalibus verticalia plana capiantur, quarum vnum ad meridiem, alterum ad extantem vergat polum, indidem Solarem radium ad horas indicandas excipiens. At in horologio meridiano cuiuslibet horizontis obliqui lineæ horariæ, quæ à meridie horas numerant, sunt æquidistantes, vt in decimo cap. præcedentis libri ostensum est, atque secant hyperbolas vtriusque coni contrapositas: sic vndecim lineæ, paralleli, quarum media est sextæ horæ index, secant vtramque contrapositarum singulæ: suntque duo ac viginti puncta sectionum. Nam circulus meridianus, cum æquidistans sit horologij talis plano, iam, vt diximus, nequaquam projicit in plano lineam. in singulis autem dictis duobus ac viginti punctis tangunt easdem periferias singulæ tangentes lineæ, quæ ab ortu vel occ. distinguunt horas: hoc est vndecim tangunt vnā hyperbolen in punctis, in quibus eam secant lineæ horarum æquidistantes: & ceteræ vndecim tangunt reliquam hyperbolen in punctis totidem ubi eandem secant æquidistantes prædictæ. Nam reliquæ duæ ex numero tangentium, quæ sunt linea horizontalis & linea horæ 12^a ab ortu vel occa. iam hic restant Non tangentes: secant enim sese in centro contrapositarum, & vtrunque in plano horologij in infinitum productæ semper magis ac magis approximantes, ad spacium quotis dato minus, nunquam periferijs hyperbolarum coincidunt. Hic opus est maxime lectoris perspicacia. Repetam eandem conorum structuram: Ponam tamen lineam $h a i$. communem iam sectionem horizontis, verticalis & æquinoctialis, hoc est, axem meridiani, ita vt $a i$. sit stylus meridiani horologij: omnis enim stylus est axis eius circuli, cui planum horologij æquidistat. Mox per punctum i . ducam axi mundi $f g$. æquidistantē $l k i m n$. lineam conicis superficiebus incidentem apud puncta $k m$. basibus verò conorum apud puncta $l n$. Et per lineam $l n$. ducam planum æquidistans meridiano $b c d e$. Eritque planum, in quo $f g$. $l n$. orthogonale tam meridiano, quàm plano horologij, planum videlicet circuli horæ sextæ per polos ducti, qui & super lineam $h a i$. secat se cum hori-

horizonte, verticali & meridiano: & secans conos per verticem, facit rectas a k. a m. æquales. Itaque planum per lineam l n. æquidistans meridiano, iam per 14^a primi conicorum, faciet in conis singulas hyperbolas, quæ vocantur Cōtrapositæ: quarum communis diameter k m. centrumque i. quæ sint k z x. m u y. Et sicut planum circuli per polos horæ sextæ, in quo Δ. a k m. facit secas planum hyperbolarum lineam horariam l n. horæ eiusdem; ita & reliqui horarij circuli per polos faciunt idem hyperbolarum planum secantes cæteras horarum lineas parallelos, quæ hyperbolarum periferias secant illam in vndecim, & hanc in totidem punctis, in quibus easdem contingunt 22. lineæ horarum tangentes. Nam reliquæ duæ tantum nusquam admittunt in horologij plano: Quod quidem sic demonstratur: Horizon tangit conicas superficies super latus conicum e a c. At circulus horæ 12^æ tangit easdem super latus conicum b a d. super quæ latera secat easdem meridianus, per primum præambulum præcedentis capitis. Latus autem e a c. æquidistans est lineæ horizontali in plano hyperbolarum factæ: sunt enim communes sectiones horizontis & æquidistantium planorum; & similiter latus b a d. æquidistat lineæ horæ 12^æ in eodem contrapositarum plano proiectæ: sunt enim communes sectiones circuli horæ 12^æ & æquidistantium planorum, per 16 11. Eucl. Quoniam igitur lineæ horizontalis & latus contactus in ipso tangente plano æquidistant, iam lineæ horizontalis per quartum præambulum, nunquam occurreret superfici conicæ, & perinde nunquam tanget hyperbolen, hinc vel inde, quàmuis in infinitum vtrouersum continuata. Similiter, quoniam lineæ horæ 12^æ, & latus contactus super circulus talis horæ tangit conum, æquidistant in ipso plano tangente; iam lineæ horæ præfatæ, per dictum præambulum, nunquam conicæ superfici, & perinde contraposis periferijs quantūlibet vtrinque producta, coincidet. Duæ igitur lineæ tales, scilicet horizontalis, quæ est horæ 24^æ ab ortu vel occ. & lineæ horæ 12^æ nunquam tangent quàmuis in infinitum vtrinque continuatæ contrapositas hyperbolarum periferias in horologij meridiani plano. Immo omnis lineæ vni earum æquidistans ipsique & periferiæ interiacens omnino producta coincidet periferiæ, per tertium præambulum præmissi: quandoquidem per nonam vndecimi Eucl. æquidistans erit lateri contactus: & extra planum tangens ad partes coni. Ex quibus sequitur, vt dicte duæ lineæ.



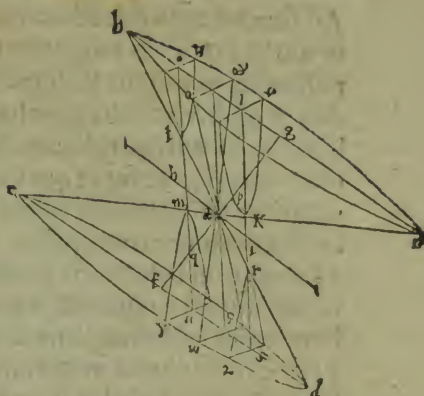
Horologij meridiani theoria.

lineæ horariæ horizontalis, scilicet & horæ 12. in plano horologii meridiani per punctum. 1. quod est centrum hyperbolarum transmissæ sint ipsarum Non tangentes. Talis enim conditio nullis nisi Non tangentibus, accidit. Et hoc erat demonstrandum. Hoc itaque horologium meridianum ita locandū erit, ut lineæ sint cum lineæ horizontali, angulū æqualem loci latitudini cōtineat, horologio penes meridianū disposito. ut licet stylus i. a. in axe meridiani situs respiciat ortum vel occasum umbramq; iaciat ad eius horæ lineam, cuius tūc circulum Sol possidet, quamquam istoc horologium super axe mundi f. g. conuerti possit ad diuersos situs: sicut in 15. cap. præmissi libri docuimus.

*De horologio verticali ad latitudinem gr. 45.
maiolem, deq; contraposis periferijs, quas in eo
lineæ horariæ secant & tangunt. Cap. 4.*

IN horologio verticali ad latitudinem, quæ dimidium recti angulū excedit horariæ lineæ secantes, secant contrapositas hyperbolas singulæ in binis pūctis: quæ duo puncta sunt, aut in vna tantum ex periferijs: aut singula in singulis: sic fiunt 24^{or} puncta, in quibus totidem lineæ horariæ tangentes contingunt dictas periferias. Quando autem circulus verticalis secat conos super bina latera constatum; abscindens videlicet de basi conico arcum duarum, aut 4^{or} aut sex, aut alterius paris numeri horarum: tunc lineæ horariæ à circulis Conos super dicta latera tangentibus in horologii plano factæ, nusquam cum periferijs tactum admittunt: quamquam in infinitum ad vtrasque continuatæ: sunt enim non tangentes contrapositarum. lineæ verò horariæ à circulis per polos, qui super dicta latera conos secant, in horologio factæ sunt non tangentium singulæ singularū eqdistantes: quare per 13^a secundi conicorum, & singulæ in singulis punctis vnā tantum hyperbolarū secabunt. Et evanescent de numero 24. punctorum, duo puncta cōtactuum, sicut & sectionum. Iam enim in præcedentibus cum constiterit ad latitudinem gr. 45. minorem, conos, quos Horizon contingit verticalis horologii plano secto (singulas ellipses efficere, ad latitudinem verò præcise graduum 45. parabolas: Hic ad latitudinem gr. 45. maiorem demonstrandum est, eiusdem plani ducta in huiusmodi Conis effici contrapositas hyperbolas. Oportebit enim in præscripta Conorum descriptione angulum g a c. latitudinis talis excedere dimidium recti: & perinde totū angulum b a c. maiorem esse recto: Quare planū circuli verticalis secabit Conos per verticem a. faciens per 3^a primi contran-

contriangula a θ ψ . a ϕ ω . Assumptis
ergo, vt in præcedenti, æqualibus stylis
a k. a m. ductisq; per pñcta k m. planè
ad æquidistantiam verticalis, scilicet
dictorū trianguloꝝ, fiet per 14^a primi
conicorum ac 2^a præambulū p^o cap.
huius lib. ductu taliū planoꝝ vtrinq;
à verticali binæ hyperbolæ ppositæ.
Circa diametros k r. m t. Ita quidē vt
pñcta k r. m t. sint vertices ipsarum
k m. scilicet pedes gnomonū k a. m a.
quæ sūt portiones axis ipsius vticalis
qui axis est cōis sectio horizōti & me-
ridiani, latusq; conicum contactus



horizontis ad conos. sicut linea b t r d. cōis sectio meridiani & circuli
horæ 12^æ latusq; cōtactus eiusdē circuli ad conos. pñcta autē p q. in
quib. axis mūdi occurrit diametris hyperbolarū: & i qb. lineæ horarię
secātes se inuicē secant, de quarum nūo sunt ipsæ ppositarū diameter
l k s. n m o. pñcta demū h i. q termināt vmbras merid^{as} æquinoctiales
k i. m h. Sicut ergo linea l p s. à mer^{no} facta in plano ppositarū kx. rz.
quæ linea mer^{na} est, secat ppositas in pñctis k r. in quib. easdē tågūt in
eodē plano linea horiz^{lis} & linea horæ 12^æ: ita & singulę cæteræ lineę
horarię secātes à cæteris circulis horarijs p polos in dicto plano factę
seq; inuicē ad pñctū p. secātes, secāt dictas ppositarū periferias i binis
pñctis, in quib. easdē tågunt lineæ horarię tågētes, à cæteris circulis
conos tågētib; in dicto plano factæ. Nam, per Coroll^{iu} 3 3^æ secundi
conicoꝝ, nulla linea periferijs ppositarum, plurib. quàm in duobus
locis coincidere potest. Itaq; si linea horaria secās per pñctū p. ducta,
secet hyperbolē k x. in duobus locis, iam tūc ipsi r z. ppositæ coinci-
dere non potest per 3 3^a prædictam. si autem in vno loco, tūc aut non
coincidēt ppositæ r z. per 1 3^a secūdi conicoꝝ, quod tūc accidit, cum
æqdistat Non tågēti: aut coincidēt in vno tm loco, per 1 6^a eiusdem
libri. Et hoc idem intellige de lineis horarijs in plano ppositarum t u.
m y. apud pñctum q. se vicissim secantibus. Namque sicut planum
hyperbolarum k x. r z. ad meridiem vergens suscipit vmbras styli k a.
Sole à circulo verticali ad austrū semoto: Ita & planum hyperbolarū
t u. m y. ad altum polum respiciens suscipiet vmbras styli m a. Sole à
præfato circulo eodem versus quandoque secedente. Sic habes theo-
riam horologij verticalis vtrouersum vergentis. Quanquàm si fiat
semicircularis reuolutio super axe meridiani vnus plani situs redigi
potest ad situm alterius: vt in 15^o cap. præcedentis libri accepisti,

P

Ad

Ad summā ergo lineæ horariæ secantes in 24. pūctis secabunt piferias, in quibus totidem tangentes tangent easdem. Sic constat prima pars nostræ propositionis. Reliquum sic ostendetur. Ponātur lineæ $\theta a \varphi$. & $\lambda \omega$. in quib. verticalis circulus secat conos, eadē, super quas circulus horæ unius antemeridianæ, & circulus horæ unius postmerianæ secant eosdem conos: & super quas circuli horarum 11. & 13. ab or. vel oc. tangūt eosdē conos. Sic enim arcus paralleli $\theta b \lambda$. à verticali abscisus erit duarum horarum. In hoc enim casu lineæ dictarum horarū 11. & 13. nunquā coincident periferijs hyperbolarum, quanquā vtrinq; in infinitum productæ & æquidistabunt, linea quidem horæ 11. lineæ horæ unius antemeridianæ & reliqua reliquæ. Nā, cū circulus horæ 11. & circulus horæ unius antemeridianæ & verticalis secēt se inuicē super lineam $\theta a \varphi$. planū autem hyperbolarū $k x r z$. æquidistet plano verticalis: iam per 2^a lemma tertij cap. præcedenti libri, reliquorum circuloꝝ in plano hyperbolæ sectiones, hoc est, lineæ horæ 11. & lineæ horæ unius antemeridianæ inuicē æquidistātes erūt, & eodē syllogismo lineæ horæ 13. cōcludetur æquidistās lineæ horæ unius post meridianæ. Cum autē per 16^a 11. eorū, lineæ $\theta a \varphi$. æquidistet lineæ horæ 11. sunt enim cōes sectiones circuli talis horæ cū planis æquidistātib. s. circuli verticalis & horologii, sitq; $\theta a \varphi$. latus cōtactus, super quod. s. circulus dictæ horæ tāgit conū: propterea, per 4. præambulū, primi cap. huius lib. lineæ horæ 11. q̄q; in immēsum vtrinq; cōtinuata, nunq; coincidet superficiēi conicæ, & perinde neq; periferiæ hyperbolicæ. & hoc idem simili argumēto, de lineæ horæ 13. demonstrabitur. Quāobré tales duæ lineæ, in hoc ex^o, horæ 11. & horæ 13. se inuicem in pūcto medio inter $k r$ secātes, quod est cōtrapositarum centrum, nusq; & si in infinitum vtrouersum productæ cōtactum cū periferijs admittēt. Imò quæcūq; lineæ ipsarum vni æquidistans, ipsiq; ac periferiæ interiecta, omnino cōtinuata periferiæ occurret, per 3. præambulū primi cap. qñquidem, æquidistans erit, per 9. 11. eorū lateri cōtactus e a θ . vel $\lambda a \omega$. & extra planū tāgens seorsū ad partes coni posita. Ex quibus cōcluditur, q̄ tales lineæ horarū 11. & 13. sunt Nō tāgentes hyperbolæ cōpositarū $k x r z$. & incedētes per punctum medium ipsorum pūctoꝝ $k r$. quod est hyperbolarum cētrum: Talis em̄ cōditio nullis nisi Non tāgentib. accidit. Et hoc erat demonstrādū. Id idē faciemus p̄ plano hypbolarū $m y t u$. Quod, si p̄ circulis horæ unius antemeridianæ & postmerianæ asūplissemus circulos horarum duarum ante & post mer. & pro circulis horarum 11. & 13. ab or. vel oc. circulos horarum 10. & 14. indidē numeratarū; id idē pro lineis horarum talium cōclusissemus: Nā lineæ horarum 10. & 14. in eo casu essent Non tāgentes hyperbolæ. posito videlicet arcu paralleli $\theta b \lambda$. quatuor tunc horarū. Idemq; pro cæteris horarijs circulis

circulis hinc inde à meridiano æqualiter semotis. Hoc itaq; modo, cū tales duæ horariæ lineæ nunquàm tãgant periferias, pereunt iam duo puncta contactuum de toto numero, sicut & totidẽ puncta sectionũ: Nam duæ lineæ horarum à meridiẽ hinc inde sumptarum dictis Nō tangẽtibus æquidistantes in singulis tm punctis hyperbole k x. per 13 secũdi conicorum, coincidunt. Vnde supersunt 22. pũcta cõtactuum in qb. & totidẽ sectiones: Quod de propositione demonstradũ supererat. Vnde manifestum est, qd id, quod in horologio merid. semper accidit de linea horizontali & linea horæ 12. ab ort. vel occ. nō semper euenit in horologio verticali latitudinis dimidio recti anguli maioris de lineis aliquibus horarijs, nisi præsupsita circuli verticalis, qualem prædiximus, positione. Itẽ in meridiano euanescent nō solũ duo puncta contactũ cum sectionibus, sed etiam vna ex secatib. horarijs, q̃ scilicet mer. facere solet: q̃ tali horologio æquidistās nō facit lineā.

De flexis lineis in singulis horologijs per singulos locorum Solisq; situs, umbrarum desinentias suscipientibus. Cap. 5.

DICENDVM nunc de lineis umbrarum desinentias suscipientibus, hoc est, descriptis ab ipsa umbræ extremitate in horologii cuius vis plano, per singulos locorum Solisq; situs. Namq; Solaris radius ductus per acumẽ styli, eiusq; umbram terminis ac describẽs in ipso æquinoctij die planam æquinoctialis superficiem, describit in omnis horologii plano rectam lineam: Cum per 3. 11. planorum, cõis sectio sit recta linea. In cæteris autem diebus, describẽs, vt diximus, conicas superficies, parallelorũ equalium a Solis cẽtro & à puncto diametraĩt opposito descriptorũ, delineat in horologii plano flexam lineam, quã ipsum planum conicas superficies secãdo procreat. quẽadmodum in 2º præambulo primi cap. huius libelli tradidimus. Sed hic distinguẽdẽ sunt factarum sic in horologiorum planis linearum ad quemuis loci, Solisq; situm, species: Agemus autem per conclusiones & corollaria. Sitq; prima cõclusionum. 1. In omni horologio, Sole æquatorem possidẽte, umbrarũ termini per totũ diẽ in vna recta linea terminat: quæ æquinoctialis linea vocat̃, & meridianā ad rectos secat angulos. Talis enim linea est cõis sectio æquatoris cum horologii plano, & ob id recta. 2. CONCL. Horologium æquinoctiale in circulari periferia suscipit umbrarũ terminos: hoc ẽ, ad singulas solis positiones singulis accommodatis circulis. Tale enim horologiũ, cū æquidistet æquatoris plano, æquidistabit omnium parallelorum basibus & perinde secans conicas corũ superficies, faciet, per 2ũ primi cap. præambulũ, & per 4ũ

P 2

primi

Horizon primi conicorum, circulos, quorū periferiæ umbrarum definitas per
rectus. conica latera delatas suscipient. *COROLL.* Vnde manifestum est, q̄ in
 horologio verticali horisontis recti, & in horologio horis^{ali} cuius zenit

Polaris est mūdi polus quotidianæ umbrarū termini, semp̄ in aliquā circuli
situs. periferiam terminatur: ita ut Sole ad æquatorē magis accedēte maior

periferia terminet umbras: minima verō ī solstitio. Sūtq; tales circuli
 cocētrici: q̄nquidē cōe centrū in axe mūdi ipsoq; styli siue gnomonis
 pede fortiūtur. *CONCL.* 3^a. Si parallelus, ī quo Sol circūfertur t̄gat
 circulū, cuius plano horologiū æquidistat, umbræ limites suscipiētur
 in periferia conicæ sectionis, q̄ parabola vocatur: Namq; huiusmodi
 horologii planū secās conū dicti paralleli sectionē facit, cui⁹ diameter,
 quæ linea mer^{na} est, cōis videlicet sectio eius cū mer^{no}, æquidistat lateri
 conico præfati cōtactus: & ideo, p 11^a primi Conicorū, & 2^a p̄ambulū
 primi ca. huius, facta sectio, q̄ umbrarū definitas excipit, parabola ē.

COROLL. Vñ manifestū est, q̄ in horologio horisontali regionis, cuius
Latitudo lat^{do} suscipit cōplemētum maximæ decli^{nis} Solaris, dū Sol in tropico
 gr. 66 $\frac{1}{2}$ extāte, q̄ t̄git ibi horis^{na}, posito, umbrarū fines in periferia paraboles
 deferūtur. *COROLL.* Itē in regione maioris latit^{nis} id ipsum accidit Sole

Latitudo illum paral^{lu} possidēte, qui t̄git ibi supernē horisontem. *COROLL.* Itē
 maior quā talis ēt periferia umbras terminat in horologio verticali, vbi circulus
 gr. 66 $\frac{1}{2}$ verticalis cōtingit aliquē parallelū Solarē: quod accidit habitantibus

Latitudo intra tropicos. 4^a *Cōcl.* Dū Sol fertur in parallelo secante circulū
 minor gr. cui æquidistat planum horologii: tūc umbrarum definitas cadēt in
 23 $\frac{1}{2}$ aut periferiam quādam sectionis conicæ, quam vocāt hyperbolē. Nā talis
æqualis. horologii planum secās conum dicti paralleli sectionem facit, cuius

diameter, quæ linea mer^{na} est, coincidit lateri conico supra verticem,
 secatq; p̄positum conum faciēs p̄positam sectionem: quare per 12^a &
 14^a primi conicorum & secūdum p̄ambulum, factæ sectiones, quæ
 umbras à Sole in talibus parallelis eiaculatas excipiunt, Hyperbolæ

Horizon p̄positæ sunt. *COR.* Vnde manifestum est, id fieri semper in horologio
rectus. horisontis recti, & in quouis horologio mer^{na}. ¶ Item in horologijs
 horisontalibus horisontum secantiū omnes Solis parallelos, in quib.

Latitudo videlicet latitudo minor est cōplemēto maximæ solaris declinationis.
 minor q̄ ¶ Item in horologijs verticalibus, vbi verticalis circulus secat omnes
 gr. 66 $\frac{1}{2}$ per zodiacum parallelos: vbi scilicet latitudo excedit maximā decli-
 nationem. Nam in alijs latitudinibus id q̄nque non semper accidit.

Latitudo 5^a *CONCL.* Quod, si Sol feratur in parallelo neque tangente, neque
 maior gr. secāte circulum, cui æquidistat planum horologii: tunc umbrarum
 23 $\frac{1}{2}$ definitas circumferentur in periferia perfecti ambitus, sectionis
 videlicet conicæ, quam Ellipsim appellant. Nam huiusce horologii
 planum ita conicæ talis paralleli superficiem circūquaq; abscindit, ut,

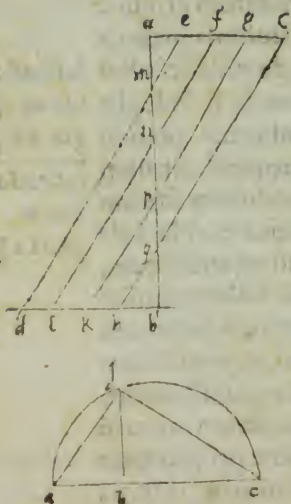
per

per 13^a primi conicorum: & dictum præambulū, conicam sectionē faciat, quæ ellipsis appellatur. COROLL. Vnde manifestum erit hoc quandoque accidere in horologijs horizontalibus latitudinis maioris complemento maximæ declinationis solaris: quando videlicet Sol *latitudo maior q̄* ibi fertur in parallelis horizonte sublimioribus. Item in horologijs *gra. 66½* verticalibus latitudinis dicta maxima declinatione minoris: quando *latitudo minor gra. 22½* scilicet Sol illic describit parallelos, quos verticalis neque secat, neq; tangit. COROLL. Quamobrem in talibus horologijs dictorū situum continget umbrarum limites in triplicem cadere periferiam: Nā Sole possidēte eum parall^l, qui tangit circulum horologio æquidistantem, per postrema tertiæ conclusionis corollaria, Parabola: Sole autē hñte eum parall^l, qui secat circulū horologio æquidistantem, p postremū Coroll. 4^a conclusionis, hyperbola: Solæ denique eum parallelum tenente, qui nec tangit, nec secat circulum horologio æquidistantem, Ellipsis, p præcedēs immediate coroll^l, excipiet projectæ umbrarū definentias. 6. CONCL. Quod silubet has horologiorū proprietates in regione tua immotus experiri, fabrica tibi horologiū ad æquidistantiā alieni horizontis seu verticalis, cuius incidentias experiri velis: Nam quidquid accidere in præmissis cōclusionib. diximus in tali horizontē seu verticali hor^o, iam & in tuo ad eius æquidistantiā fabricato accidet. Sed fabricandi modum in penult^o præcedētis libelli cap. exposuimus.

De lineis utcumque, seu ad datam rationem secandis, aut inueniendis, deq; periferiæ diuisione deq; chordis, ac similibus. Cap. 6.

IA M Flexam aliquam ad Solis locū seu astri cuiuspiam pertinētē, hoc est, quæ ab ipsius astri radio per acumen styli porrecto in cuiusvis horologii plano, primiūque motus conuersione delato describitur, in tali plano deducere volentibus: Itēque ad dati arcus diurni parallelum, latitudinem ortus, ac declinationem, Solisque locum debitum assignaturis, necessaria est declinationum, ascensionum, differentiarum ascensionalium, ac latitudinum ortiuarum notitia: Quos quidem arcus ne per calculū seu tabulas aut alienum instrumentū mendicare cogamur, docebimus quo pacto solū lineādo ac circinādo, illos cōsequamur. Sed prius regulas quasdam negocio necessarias præmittemus. REGVL A 1. Si datam quamuis lineam a b. velim in quocūque, vtpote, quinq; partes æquales diuidere: tunc per eius extrema a b. ducam in diuersum duas ei perpen^{tes} seu inter se æquidistantes & indefinitas a c. b d. per regulas 7 cap. libri præmissi:

P 3 de qui-



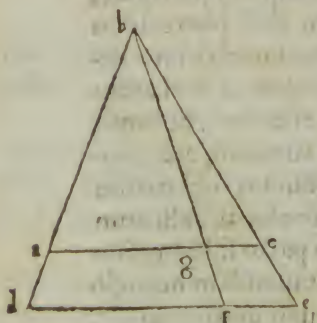
de quibus singulis assumam per circinū quatuor, una scilicet minus proposito partium numero, continuas portiones hinc inde a e. e. f. fg. g. c. nec non d. l. l. k. k. h. h. b. Et coniungam puncta diuisionum per totidem lineas, ita ut parallelogramma faciant: sintque iam coniuncta e. d. f. l. g. k. c. h. quae secabunt lineam a. b. in totidem punctis m. n. p. q. Sic enim ipsa a. b. in ipsis punctis in quinque partes aequales, iuxta propositum diuiditur, per 12^a sexti elementorum Euclidis. REGV. 2. Si inter duas datas rectas a. b. b. c. velim comperire mediam proportionalem; describam super totam a. c. semicirculum a. d. c. & à puncto b. excitabo per 7^u cap. praedictum, lineam b. d. perpendiculararem ipsi a. c. & periferiae apud d. incidentē, quae per octauam sexti Euclidis media perpendicularis est inter ipsas a. b. b. c. sicut volebam. REGVLA 3. Quod si inter lineas a. b. a. c. libeat

mediam proportionalem inuenire; super a. c. maiorem lineabo semicirculum, atque ut in praemissa b. d. perpendiculari excitata, coniungam a. d. quae erit media proportionalis inter ipsas a. b. a. c. propter octauam sexti praedictam. REGVLA 4. Item, si opus sit ipsis a. c. c. d. datis tertiam proportionalem subiungere, quarum a. c. maior. describam super a. c. maiorem ex eis, ut prius, semicirculum a. d. c. Et intra semicirculum coptabo per circinū ipsam c. d. Et à puncto d. ducam d. b. diametro perpendiculararem, eritque, per octauam memoratam b. c. tertia proportionalis ipsis a. c. c. d. sicut volui. REGV. 5.

Datae sint tres lineae a. b. b. c. b. d. si oporteat quartam inuenire, ad quam b. d. sit sicut a. b. — b. c. coniungam a. c. Et producam b. c. cui apud e. occurrat linea d. e. ipsi a. c. aequidistans: eritque, propter similitudinem \triangle^{lon} , sicut a. b. — b. c. sic b. d. — b. e. Itaque b. e. erit linea quaesita.

REGVLA 6. Quod si oporteat lineam b. e. secare secundum proportionem ipsius a. d. sectae in puncto a. tunc coniungam d. e. ipsique aequidistantem, ducam a. c. quae secet ipsam b. e. in puncto c. Eratque ob causam dictam, sicut b. a. — a. d. sic iam b. c. — c. e. REGVLA 7. Vel si linearum

aequidistantium a. c. d. e. altera diuisa, libeat reliquam similiter diuidere; coniungam earum extrema ductis d. a. e. c. ad punctum b. concurrentibus



rentibus (concurrēt enim, si a. c. d. e. sunt inæquales) & punctum concursus b. iungam cum puncto lineæ diuisæ, ducta b. g. quæ continuata secabit reliquam in puncto f. ita vt sicut est a g — g. c. sic sit d f — f. e. Quod ex similitudine $\triangle \Delta^{lo}$ per secundum sexti constat.

REGVLA 8. Sit præterea in quadrante circuli a b c. lineæ d e. alteri semidiametrorum vtpote ipsi a c. æquidistans: sitque a c. vteunque secta in puncto f. si velim ipsam d e. similiter secare: tunc coniungam a d. ponamque per circinum ipsi a f. æquale a g. de ipsa a d. abscissam: & à puncto g. ducam per 7 præmissi cap. ipsi d e.

perpendicularem g h. Sic enim g h. secabit in pūcto h. ipsam d e. ad proportionem ipsius a d. per secundam sexti, & ideo ipsius a c. Erit enim, sicut a g — g. d. hoc est, sicut a f — f. c. sic e h — h. d. sicut

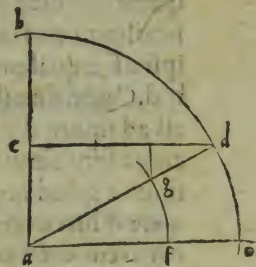
facere volui. REGVLA 9. Contra verò, proponatur d e. secta in puncto h. si velim similiter secare a c. coniuncta tunc prius a d. excitabo à puncto h. ipsi d e. perpendicularem, quæ secet ipsam a d. in puncto g. Et per circinum faciam ipsi a g. æqualem

ipsam a f. Sic enim eodem syllogismo fiet sicut e h — h. d. sic iam a f — f. c. quod faciendum fuit. Sed hæc & alia huiusmodi

notiora sunt, quàm canibus (vt aiunt) Delia nostris. Quare ad reliqua properemus. ¶ Et quoniam circuli periferiam non temerè in 360. partes secari solere: sicut quadrantem in 90. signum physicum, in 60. commune in 30. secari, quos gradus appellant: gradumque in 60. minutias & minutiam in totidem secundas: itaque deinceps, omnibus vel mediocriter eruditis est nouissimum; trāsibo ad chordas

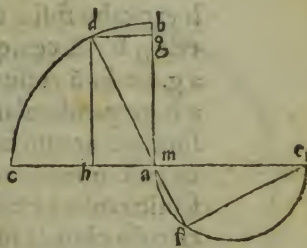
atque sinus. Cum enim chorda sit recta linea iungens extremitates arcus: iam sinus alicuius arcus erit dimidium chordæ duplo ipsius arcus debite. Quare, sicut chorda maxima est circuli diameter; ita & maximus sinus erit circuli semidiameter. Item sinus complementi arcus cuiuspiam ad quadrātem, vocari solet sinus secundus talis arcus. Huius autem ad semidiametrum completio, sinus versus, & quasi sagitta sinus primi, quæ arcum chordamque per equalia partitur. Itaque ad captandum sinum arcus propositi, arcumve dati sinus, duplex in promptu via: De lineamentis

geometricis, non de calculo hic loquor. Exponā circuli quadrantem, sub duabus semidiamentris a b. a c. & quarta periferiæ totius parte b d c. contentum Item producam c a. ipsiq; æqualem continuabo a c. rectam. super quam lineabo



Circuli
diuisio.

Chorda.
Sinus.



P 4 semi-

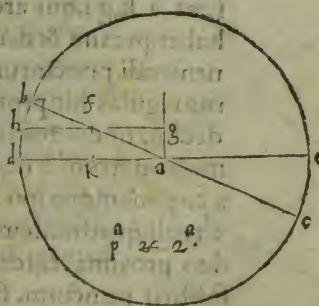
*Regula
sinuum.*

femicirculū a f. **REG. 1.** Quibus peractis, si lubear arcus dati sinum inuenire, utpote arcus b d. sinum primum & secundum; tūc ducam à puncto d. duas perpendiculares ad semidiametros quadratis, quę sint d g. d h. eritque d g. quidem sinus rectus arcus b d. dati: At d h. sinus secundus eiusdem, æqualis quidem ipsi a g. quare bg. sinus versus eidē arcui b d. debitus vocabitur: quę adeò aperta sunt, ut demonstratio non egeant. **REG. 2.** Eadem autem elicere potero ex semicirculo sic. Si velim ortui a k. simili d b. sinum debitum assignare, continuabo in semicirculo a f. ipsi a k. æqualem arcum k f. & ducam chordam a f. quam esse dico sinū ipsius arcus b d. Item coniungam f e. chordā, quę similiter sinus erit secundus arcus b d. Item abscindā de diametro e a. ipsi e f. æqualem e m. nam m a. residuū erit sinus versus eiusdē arcus b d. Quod sic ostēditur. In circulo b d c. chorda dupli arcus bd. dupla est ad sinum d g. & dupla itidē ad chordam a f. arcus a k f. qm̄ scilicet arcus sunt similes, & diameter diametri dupla. Ig̃ chorda a f. æqualis sinui d g. Sed anguli ad g. & f. sunt recti. ig̃ per pen. primi elor̄, cum a e. a d. sint æquales: erit & f e. æqualis ipsi a g. vel d h. sinui scđo, scilicet arcus dicti b d. Vnde p̄ cōceptionē, supererit m a. æqualis ipsi b g. sinui verso arcus eiusdem b d. Sic quos habuimus sinus in circulo maiore b d c. habemus & in minore a f e. per chordas. Itē, qm̄ triāgulū a f e. est æquilaterum & æquiangulū triangulo d g a. & triāgulo a h d. iā pridem æqualis erit angulus d a h. angulo f a e. Sed angulus f a e. cū angulo f a c. per 13^a primi elor̄ faciunt duos rectos: ergo & angulus d a h. cum angulo f a c. cōplet duos rectos: Quare per 14 eiusdē d a f. est vna recta linea. Et propterea dato arcui b d. sinū debitū quęsiturus possē continuare rectam d a. donec occurrat periferiæ circuli minoris ad punctū f. & inde connectere f e. ipsiq; æqualem e m. abscindere: sic enim, ut prius, haberē chordam a f. pro sinu recto arcus b d. chordaq; f e. pro sinu eiusdē arcus secundo: & m a. sinum eius versum. **REG. 3.** Contrā, si iubeat, dato sinui a h. exquirere arcū debitū: tunc à pūcto h. excitabo ipsi a c. ad rectos h d. donec occurrat periferiæ in pūcto d. eritq; b d. arcus, quē quærimus. Aut si eūdem arcū per sinū secundū a g. seu sinū versum b g. quærere iubrer: tūc à puncto g. excitare ipsi a b. perpendicularem g d. periferiæ in signo d. occurrentē. & haberem similiter arcum b d. tali sinui debitum. **REG. 4.** Quod si hæc eadē ex circulo minore velim elicere: tunc sinum datum a h. coaptabo in semicirculo a f. hoc est, per circinum ipsi a h. æqualem in dicto semicirculo chordā immittā a f. nam assumpti arcus a k f. dimidiū, hoc est, arcus a k. erit, quem volumus similis quidē ipsi arcui b d. Si autem eundem arcū nancisci velim per sinū eius secundū a g. tunc rursus collocabo in semicirculo ipsi a g. æqualem chordam c f. Nam relicta periferia

periferia a k f dimidiata in puncto k. exhibet arcū ak. ipsi b d. quæsito similem. Denique per sinum versum b g. arcum talem venaturus: abscindam de diametro e a. lineam a m. ipsi b g. sinui verso dato æqualem: relinquetur enim e m. ipsi a g. sinui secundo æqualis: cui æqualem inducam semicirculo chordam e f. & relictæ a k f. dimidiū, arcus scilicet a k. notescet ipsi b d. quæsito similis. Quod si quispiam secans quadrantem b d c. in 90. gradus, sicut fieri solet, partiatur & semicirculum a f e. in totidem partes, ut vnaqueq; binos cōplectatur arcus; iam sic in arcu a k f. apparebunt tot partes, quot gradus sunt in arcu b d. & arcus a k f. quamuis non dimidiatus offeret tibi numerum graduum arcus b d. quæsit.

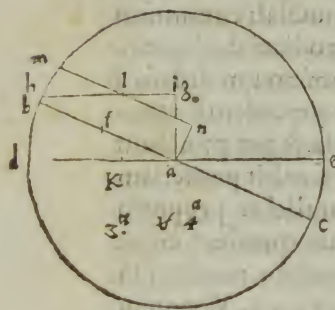
*De declinationibus & ascensionibus rectis
inueniendis. Cap. 7.*

PROPOSITO cuicunque zodiaci puncto debitam declinationem sic inueniemus. Describam circa centrum a. circulum b d c. qui repræsentet colurum solstiorum: cuius diameter b a c. sit eius cum zodiaco: diameter autem d a e. ipsius cum æquinoctiali communis sectio. Sic arcus tã b d. quàm ipse c e. fiet maxima zodiaci declinatio. Sit autem propositum punctum zodiaci per datum arcum distans à viciniori æquinoctij puncto: cuius arcus sinus per præcedentis regulas inuentus sit a f. linea de semidiametro a b. abscisa. & per punctum f. ducam ipsi a d. æquidistantem lineam g f h. quæ secabit periferiam coluri b d. in puncto, quod sit h. in quo scilicet parallelus propositi puncti secat colurum: quare arcus h d. fiet declinatio quæsit: cuius sinus erit a g. perpendicularis ad f g. cui per secundum modum in præmisso traditum, potero arcum ascribere. **REGVLA 2.** Ut autem habeam ascensionē rectam dicto zodiaci puncto respondentem, tūc secabo semidiametrum a d. in puncto k. per nonam Regulam præcedentis cap. ita ut a k — k d. sit sicut g f — f h. Et quoniam circulus declinationis cū coluro utrobilibet similes abscindūt arcus de æquatore & parallelo puncti propositi, per quos determinatur ascensiones rectæ: ideo a k. linea sinus erit ascensionis rectæ puncto zodiaci proposito respondētis à sectione proxima cōputadæ. cui per alteram postremarū regularum præcedentis cap. arcum debitum statim inueniemus.



REG.

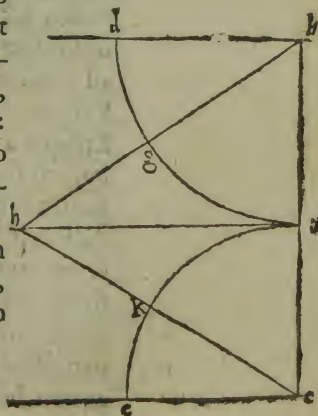
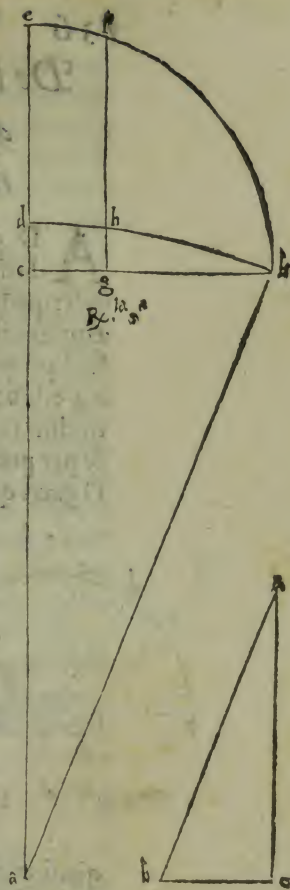
REGVLA 3. Si autem velim inuenire declinationem stellæ, cuius longitudo & latitudo cognitæ sint, sic procedam: Sit locus eius longitudinis à viciniore nodo remotus per arcum, cuius sinus sit $a f$. Latitudo autem eius sit arcus $b m$. Ducam ipsi $b a c$ æquidistantem $m n$, cui axis zodiaci $a n$ perpendiculariter occurrat apud n . Et per præmissum caput, secabo $m n$ in puncto l , ita vt sicut est $a f$ — $f b$, sic sit $n l$ — $l m$. Deinde per punctum l ducam ipsi $a d$ æquidistantem $g l h$, incidentem periferiæ apud h , & axi æquinoctialis perpendiculariter apud g . Nanque arcus Coluri $d h$, quantuscunque sit, erit quæsitæ propositæ stellæ declinatio. Nam si punctum l super $d a c$ æquatoris diametrum caderet, nulla esset propositæ stellæ declinatio. Cuius operationis demonstratio est: quod circuli latitudinum per locum stellæ, punctumque æquinoctij transeuntes abscindunt de zodiaco eiusque parallelo, quorum semidiameter sunt $a b$, $m n$ similes arcus, quorum sinus recti sunt $a f$ & $l n$, & parallelus æquatoris, cuius semidiameter $g h$, secans dictum zodiaci parallelum super locum siue centrum stellæ (ipsis iam semidiameter apud l punctum se inuicem secantibus) secat colurum prædictum in puncto h . Quare arcus eius $d h$ erit quæsitæ declinatio. REGVLA 4. Nunc eiusdem stellæ rectam ascensionem eliciam sic: Secabo ex præcedentis cap. doctrina ipsam $a d$ in puncto k , ita vt sicut est $g l$ — $l h$, sic sit $a k$ — $k d$. Namque $a k$ sinus erit ascensionis rectæ, quæ debetur propositæ stellæ, à proximo nodo computanda: vnde arcus tali sinui respondens ex præmissis cognitus, erit talis ascensio. Namque circulus declinationis stellæ cum coluro æquinoctiorum includit de æquatore & eius parallelo, quorum semidiameter $a d$, $g h$ similes arcus, quorum sinus



sunt $a k$, $g l$, qui arcus singuli sunt quæsitæ ascensionis quantitas. Sic habes praxim & demonstrationem. REGVLA 5. Est & alia via inueniendi punctorum zodiaci declinationes & rectas ascensiones: cuius regulas hic protinus explicabo. Assumat angulus $b a d$, maxime declinationis zodiaci periferiam $b d$, cuius sinus rectus sit $b c$, ad semidiametrum $a d$, perpendicularis. Mox cōtinuabo in rectum ipsam $a c$, ponamque ipsi $c b$ æqualem $c e$, superque centro c describam circuli quadrantem $b f e$. Intelligam autem $b f e$ quartā zodiaci inter duo proxima cardinum puncta: vt scilicet e sit æquinoctij; b verò solstitij punctum. sit autem f punctum zodiaci propositum, cuius velim declinationem, vt scilicet eius à vicino æquinoctio distantia sit
arcus

arcus e f. & per punctum f. ducam ipsi c e. parallelum lineam fg. quæ sinum b c. in puncto g. arcumq; b d. secet in puncto h. Nãq; arcus d h. erit quæsitâ declinatio respondens scilicet proposito zodiaci puncto f. Cuius demonstratio est, quod in quadrante b f e. sinus totus b c — sinum g c. arcus e f. à nodo propinquiori recepti, est sicut in circulo maiore. b d. sinus b c. maximæ declinationis — sinum g c. arcus d h. quæ est declinatio puncti zodiaci arcum dictum e f. terminantis: sicut in tertio sphæricorum Menelaus & in primo magnæ constructionis Ptolemæus demonstravit. REGULA 6.

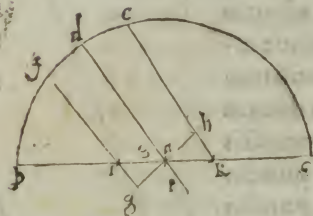
Pro recta autem ascensione, ponam a c. angulum maximæ zodiaci declinationē: b. verò angulum eius complementum: & c. angulum rectum in Δ . a b c. Deinde coaptabo in rectū ipsas b a. a c. ipsisque ad rectos inducam angulos ipsas b d. c e. & super centris b c. lineabo duos circulorum quadrantes a g d. a k e. & à puncto a. ipsi b c. perpendicularem indefinitam excitabo a f quæ per decimam quintam tertij eorum vtrunque circulum tanget in puncto a. faciam deinde arcum d g. æqualem arcui, qui punctum zodiaci propositum ab æquinoctij puncto seiungit: & per puncta b g. ducam rectam, quæ ipsi a f ad punctum h. coïncedat. His peractis coniungam h c. rectam, quæ periferiam a e secet in puncto k. eritque arcus e k. ascensio recta proposito zodiaci puncto debita. Huius praxeos demonstratio, ingeniose lector, non est cæteris obscurior, si circulum a g d. pro zodiaco, & circulum a k e. per tropicorum vtrolibet considerabis: quorum, videlicet habent diametros, rectam quoq; a f. pro communi sectione planorum talium circulorum se inuicem in sphaera tangentium: rectas demum b h. h c. communes sectiones eorūdem circulorum cum circulo declinationis, qui scilicet per polos mundi punctumque zodiaci propositum g. incedens, abscindit de tropico arcum e k. similē arcui æquatoris, à viciniore æquinoctio ad eundem vsque circulum recepto: quæ est ascensio recta quæsitâ. Et est modus similis ei, quo in vndecimo capite libri præcedentis, ad elicienda horaria intervalla tam in horizonte, quàm in verticali circulo vñ sumus. Ibi nanque in demonstratione pro zodiaco, ipsum horizontem, & pro tropico parallelum, quē horizon tangit, sumpsimus, siue pro zodiaco verticalem: & pro tropico parallelum, quem verticalis tangebatur.



De lati-

*De latitudine ortiua, differentia ascensionali,
ascensione obliqua, & arcu diurno inue-
niendis. Cap. 8.*

AD datam astri, siue paralleli declinationem sic aucupabimur latitudinem ortiuam. Super centrum a. diametrumque b a c. descriptus circulus b d c. representet mer^{id}. in quo a d. semidiameter æquinoctialis faciat angulum d a b. æqualem cōplemento latitudinis loci propositi. Axis autem a h. tali semidiametro perpen^{dis} angulum h a c. latitudini dictæ æqualem. Dein ponam arcū d e. astri propositi declinationē ad partes manifesti poli. arcūq; d f. ad partes oppositas: & per puncta e f. ducam d a. semidiametro æquidistantes lineas e h k. f l g. axi quidem apud g h. puncta: diametroque b a c. quæ communis



Pro, 1^a. 1^a. 3^a.

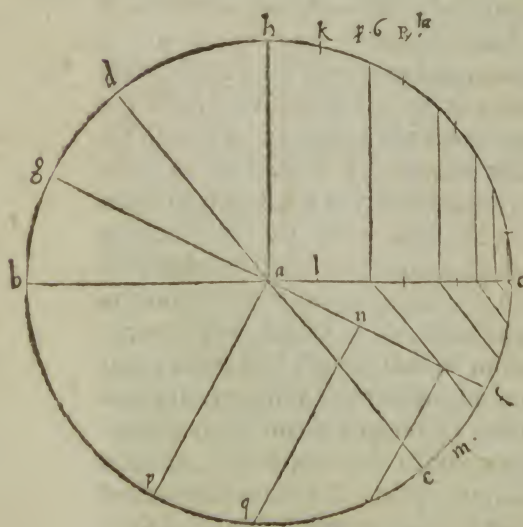
est sectio meridiani & horizontis, apud k l. puncta occurrentes. Quæ quidem erunt communes sectiones Meridiani & parallelo^{rum} astri propositum. Sic enim linea quidem a k. erit sinus rectus latitudinis ortiue ad parallelum e h k. spectantis: Quare arcus illi debitus per sextum cap. præmissum inuentus erit talis lat^{itudo} ortiua: linea verò a l. quasi rect^{us} sinus latitudinē ortus paralleli f l g. similiter indicabit. posito sinu toto semidiametro a b. Qui modus similis est conuersione primæ Regulæ præcedētis cap. quasi ex declinatione arcum zodiaci debitum elicerem. REGV. 2^a. Sed in horizonte recto latitudo ortus alicuius astri seu paralleli semp est ipsa astri vel paralleli declinatio: quandoquidem omnis horizon rectus est & declinationis circulus. REGVLA 3^a. Sed redeo ad obliquum: Nā h k. linea erit sinus differentie ascensionalis pertinetis ad parallelū e h k. posito scilicet sinu maximo ipsa e h. semidiametro. Vel per regulam 5^{am} sexti cap. sicut est e h — h k. sic sit iam d a — a r. Eritque a r. sinus prædictæ differentie posito sinu maximo a d. Similiter l g. erit sinus differentie ascensionum spectantis ad parallelum f l g. posito tamen sinu toto f g. semidiametro. Quod si per regulā nonam dicti cap. sicut secta est f g. in puncto l. similiter secetur d a. in puncto s: erit tunc a s. sinus talis differentie. posito sinu toto a d. Quæ regula similis est secundæ præcedentis, per quam videlicet quærimus rectam ascensionem alicuius zodiaci arcus. Itaque ex sexto cap. præmissio nanciscar arcus talibus respondentes sinibus. REGVLA 4^a. Vt autem habeam ascensionem obliquam astri ad extantem polum decli-

declinantis, talem ascensionum differentiam auferam de ascensione recta per præcedentis doctrinam inuenta: adiungam verò pro astro contrariam declinationem patiente: apposito vel abiecto integro circulo, si opus fuerit: sic enim conflabitur, vel supererit ascensio talis atri obliqua, hoc est, ad propositum obliquum horizontem.

REGVLA 5. Ad habendum denique arcum semidiurnum atri eiusdem, iungenda est ascensionum differentia cum quadrante pro declinatione ad extantem polum: Eadem verò de quadrante minuenda pro diuersi nominis declinatione. Sic enim colligitur vel residuatur arcus atri semidiurnus: qui duplatus totum integrat diurnum: hoc autem de toto circulo, siue horis 24^{or} sublato, superest seminocturnus. gradibus scilicet ad horas, si lubet, conuersis. Sed hæc supputatoribus vel mediocriter eruditis sunt notissima. REGVLA 6. Si autem ordinarijs arcuum diurnorum parallelis velim suas singulis ortuum latitudines, suasque declinationes, locosque zodiaci respondentes: quod iam per tabellam expositam pro horizonte nostro fecimus in fine præcedentis libelli: nunc iam per lineationes assignare velim haud iam difficilior mihi processus inferuiet. Intelligam enim in eadem superficie Meridiani d a e. diametrum æquinoctialis: & g a f. diametrum zodiaci ad angulos maximarum declinationum ita vt fg. sint solstitialia puncta: Item a h. sit axis horizontis. Deinde quadrantem h c. secabo in spacia, quæ Meridianus & cæteri circuli horarij per polos abscindunt de quarta horizontis inter æquatorem & meridianum posita: & hoc per doctrinam xi. cap. præmissi libri. Sitque exẽpli gratia, primum arcus h k. quem de horizonte, æquinoctialis & circulus horæ dimidiæ ac sextæ ante meridiem siue quintæ ac $\frac{1}{2}$ à media nocte intercipiunt: & similiter in quadrante h k c. disponam alia puncta includentia horizontales arcus, quos horarij circuli per polos integrarum & dimidiatarum horarum includunt. Deinde per punctum k. ipsi a h. parallelum ducam k l. occurrentem semidiameter a c. apud l. punctum. Sic enim erit arcus h k. latitudo ortus prædicti circuli horarij: & ideo fiet latitudo ortus paralleli secantis horizontem in eo puncto, in quo circulus horarius secat eundem: qui parallelus habet arcum diurnum 13. horarum: differentiam verò ascensionalem horæ dimidiæ hoc est graduum $7\frac{1}{2}$. Similiter autem in cæteris punctis quadrantis a k c. faciam: & sicut linea a l. est sinus arcus h k. Sic & cæteræ lineæ à puncto a. ad incidentias reliquarum æquidistantiam ipsi a h. d. e. semidiametro a c. receptæ erunt sinus cæterorum arcuum à puncto h. ad reliqua puncta diuidentia in quadrante h k c. receptorum, quæ sunt latitudines ortus cæterorum parallelorū horizontem in punctis in quib. horarij circuli prædicti secant, secantium.

Quos

Quos ego appello parallelos ordinarios; quoniam per cancellatas sectiones horariorum vtriusque ordinis circulorum incedunt, & arcus diurnos eodem temporis cremento adauctos complectuntur. His peractis, ducā per punctū l. lineā ipsi a e. diametro æquinoctialis æquidistantem l m. quæ incidat arcui e f. maximæ declinationis apud m. semidiametro autem zodiaci a f. apud n. punctum. Eritque linea l m. sectio communis paralleli memorati cum meridiano: quare arcus e m. de meridiano siue solstitiali coluro ab æquatore & ipso parallelo interceptus erit ipsius paralleli declinatio: & linea a n. de semidiametro zodiaci a f. recepta, erit sinus rectus arcui zodiaci inter proximum æquinoctij punctum & non semel memoratum parallelū interiecto respōdens. Ducam ergo axem zodiaci a p. & ei æquidistāte n q. eritque arcus æqualis prædicto zodiaci arcui: Sic notum erit zodiaci punctum pertinens ad dictum parallelum. Similiter faciam per cæteros parallelos zodiacum secantes. Sed vbi hæc perfecero ad vnum horizontis quadrantem æquatori & meridiano interiectum: eadem inuenta spacia, & iidem inuenti arcus cæteris quadrantibus horizontis inseruiant: sunt enim æqualia singula singulis. Idemque de zodiaci quartis inter cardines positus dicendum. Hoc modo habes locos Solis parallelis singulis ordinarijs respōdētes, ad latera horolij super ipsorum parallelorum flexas adnotandos. Et attendendum q̄ sicut recta linea, quæ ducitur à cētro spheræ ad punctum superficiæ sphericæ, in quo se inuicem secant quatuor circuli, scilicet circulus

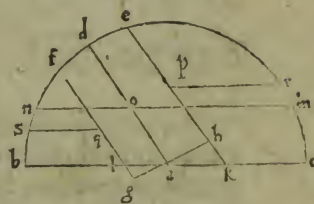


horæ 6^æ ac $\frac{1}{2}$ ante meridiem: circulus horæ 1^æ ab ortu vel occasu: Horizon: & parallelus continens arcum diurnum 13 horarum; est communis sectio eorundem quatuor circuloꝝ & latus conicum superficiæ conicæ, cuius basis est dictus parallelus: vertex autē ipsum spheræ cētrum. Sic lineæ duæ horariæ scilicet 6 $\frac{1}{2}$ ante mer. & 1^æ ab ortu vel occ. quæ in plano horologij horizontalis æquidistant, & flexa, quam facit dicta conica superficies ī plano dicti horologij, coeūt in vñ rectam lineā, prædictū scilicet latus conicū, & eōdem dictorum

dictorum 4^{or} circulorum sectionem: quę quidem ducta per verticem styli (quod est sphaerę centrū) signari solet in fastigiatis planis parietū dictum horologium circumuallantium, planis inquam iuxta styli altitudinem ad æquidistantiam horologij, in eadem planitie extensis. Et hoc idem dicendum est de cæteris circulis horarijs se inuicē super horizontem cum ordinario parallelo apud punctum vnum secantib. sicut in fine præcedētis libelli admonuimus. Semper enim duę lineę horarię æquidistantes in plano quopiam horologij, & sectio conica seu flexa, quam facit in tali plano conus paralleli per sectionem circulorum lineas dictas horarias facientium incedentis, cœunt in vnā lineam rectā in planitie per styli cacumen ad æquidistantiam horologij extensa, in vnā inquam rectā, quę communis est sectio dictorum circulorum & latus conicum prædicti coni. Poteris & in verticali horologio locum zodiaci ordinarijs parallelis, flexisquę ascribere: si verticalem circulum tanquā horizontem, ac latitudinis loci complementum, tanquā ipsam latitudinem sumpserit.

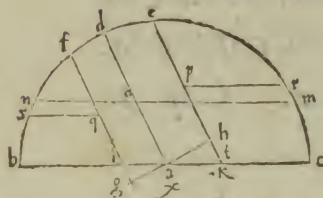
De altitudine & umbra per singulas horas: ac de hora per altitudinem vel umbram captanda. lineisq; horarijs aliter describendis. Cap. 9.

VT AD horam propositam, altitudinem Solis, ac gnomonicę umbrę longitudinē inueniam, repetam primam præmissi capitis figurationem: in qua b e c. circulus super diametrum b a c. meridianum representabat. & d a. æquatoris diametrum: nec non g a h. eiusdem axem. Itemq; f h k. & f l g. diametros parallelorū, ad diuersas ab æquatore declinantium. Sitque primū Sol in æquatore: & hora ante meridiana vel post meridiana proposita: cuius ad gradus conuersę sinus versus per Regulas sexti capitis præmissi compertus sit linea d o. siue cuius sinus secundus sit linea o a. Ducam per punctū o. rectā ipsi b a c. æquidistantem, quę secet meridianum in punctis m n. certum enī est hanc esse communem sectionem circuli almucantararū in quo est Sol cum meridiano: & ideo tam arcum m c. quā arcum n b. esse Solis altitudinem ad talem horam. Quod si Sol sit extra æquatorem, sit in parallelo, cuius diameter e h k. Et tunc signato, vt prius, in æquatoris diametro per sinum horę propositę puncto o. secabo per 8^a Regulam sexti cap. præmissi, semidiametrum e h. in



240 DE LINEIS HORARIIS

e h. in puncto p. Aut, si Sol sit in parallelo, cuius diameter fg. secabo itidem fg. in puncto q. ad eam rationem, qua secatur d a. in puncto o. & per punctum p. siue per punctum q. ducam p r. seu q s. æquidistantem ipsi b a c. quæ secant periferiam meridiani in puncto r. seu s. Tunc enim, vt prius, arcus meridiani r c. vel s b. erit altitudo Solis ad horâ propositam: Nam in tali casu almucantaratus Solis in puncto r. vel s. meridianum secat. Similiter in ceteris casibus me expediam, quicunq; ad datam Solis aut etiâ alterius cuiuscunque astri distantiam à mer^{no}, siue antemeridianam siue postmeridianam, eius altitudinem super horizontem elicere voluero. REGULA 2^a. Contra verò, si rex alt^{ne} Solis aut astri proposita distantiam eius à Meridiano comminisci iubeat. Tunc sit iam data ipsius altitudo arcus m c. & Si sol sit in æquatore, ducam per m. punctum lineam m o. æquidistantem ipsi b c. & secantem ipsam d a. in o. puncto. nam arcus ipsi d o. tanquàm sinui verso, aut ipsi o a. tanquàm sinui secundo debitus per 6^o cap. præmissum inuentus erit distantium Soli vel astri à meridiano quæ-

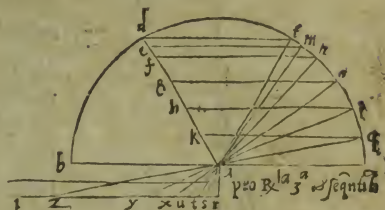


Pro R^{la} 2^a.

lita, siue antemeridiana siue postmeridiana. Quod si Sol vel astrum sit extra æquatorem, vtpote in parallelo, cuius diameter e h. aut in parallelo, cuius diameter f g. ponaturque in illo eius altitudo r c. In hoc autẽ eius altitudo s b. ductisque penes b a c. lineis per puncta r s. quæ parallelorum diametris occurrant ad puncta p q secabo iam per Regulam 9^a sexti cap. huius, ipsam d a. in puncto o. ad eam rationem, qua vel e h. secatur in puncto p. vel qua f g. secatur in puncto q. Sic enim, vt prius, ex sinu verso d o. vel sinum secundo o a. ex Regulis sexti cap. eliciam arcum, qui Solem vel astrum à meridiano semouet: qui arcus ad temporum mensuras reductus horam instantem indicabit ante vel post mer. Quod si talis distantia fuerit non Solis pro alterius astri, iam & hinc hora elici poterit, dum tempus, quo ad meridianum astrum tale perueniat, notum sit: quod ex differentia ascensionum rectorum ipsius astri & Solis colligi potest. Sed parallelorum diameter e h. f g. describendi sunt ad arcus d f. d e. declinationum per septimum caput præmissum inuentarum. Et notandum, quod si æquidistantes r p. s q. occurrerent ipsis parallelis ad puncta g h. iam tunc astri a merid. remotio esset circuli quadrans, hoc horarum sex^l. cum e h. f g. sint semidiametri, & perinde sinus quadrantum. Si autem p r. ipsi e k. incideret in aliquo puncto inter h k. vtpote in puncto t. tunc per Regulam 5^a sexti cap. sicut est e h — h t. sic fiat iam e a — a x.

Nam arcus

Nam arcus respondens sinui recto a x. per sextum cap. compertus, iunctus cum quadrante conflabit totam Sol vel atri à meridiano distantiam. REGVLA 3^a. Porro ex altitudinibus Solis ad horas singulas licebit umbras metiri, ad quemuis Solis situm. Sumam tamen exemplum super æquatore, in cuius semidiametro d a. signabo puncta e f g h k. quæ terminant sinus versos atque secundos distantiarum Solis à meridie per singulas sex horas. Et per singula puncta signata ducam lineas ipsi b a c. æquidistantes d l. e m. f n g o. h p. k q. Mox faciam a r. styli mensuram ipsi b a c. perpendicularem, quæ pars est horizontalis axis: & per styli pedem r. ducam ipsi b a c. æquidistantem & indefinitam: & coniungam puncta l m n o p q. cum centro a. ductis totidem rectis, quas continuabo, donec ipsi r i. occurrant ad totidem puncta scilicet s t u x y z. Namque recepta spacia inter hæc singula puncta & pedem styli r. erunt umbræ ad altitudines horarum singularum videlicet r s. umbra meridiana r t. umbra horæ vnius ante vel postmeridiana r u. umbra horarum duarum r x. trium r y. quatuor r z. quinque: Nam umbra horæ sextæ tunc infinita est, quandoquidem Sol in horizonte iacet.



REGVLA 4^a. Similiter ad alium quemuis parallelum idem efficere poteris: si supponatur paralleli semidiameter pro sinu maximo, & secundum sinuum horariorum segmenta secetur.

REGVLA 5^a. Et ex hoc quidem lineamento facile habes ex hora umbram, & ex umbra horam.

REGVLA 6^a. Item ex longitudinibus umbrarum æquinoctialium ad horas singulas habes interualla in horologio horizontali à pede styli ad puncta lineæ æquinoctialis, quæ tales umbrarum desinentias suscipit, in quibus lineæ horariæ singulæ lineam ipsam æquinoctialem secant. Notescunt igitur hac via puncta huiusmodi: & coniuncta cum pede axis in lineam meridianam suscitabunt lineas horarias singulas. Quæ omnia bene præcepta & lineando frequentata, multo faciliora venient.

Q

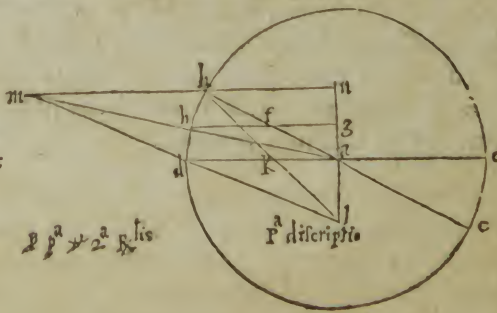
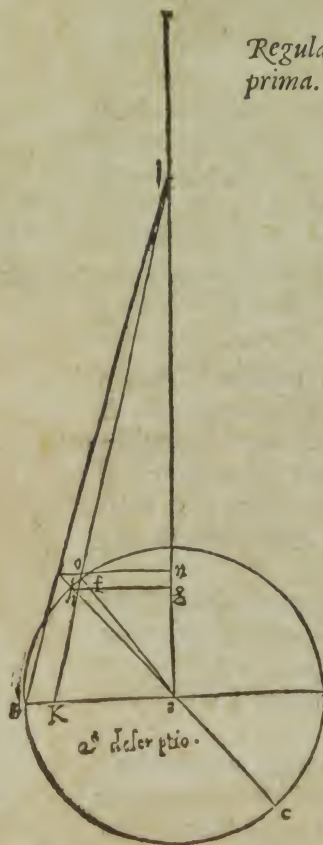
De qui-

*De quibusdam alijs extraordinarijs quæstionibus
circa declinationes & ascensiones rectas.*

Cap. 10.

*Regula
prima.*

SI ex proposita recta ascensione velim arcum zodiaci tali ascensionis respondentem, ac etiam declinationem puncti arcum ipsum terminantis extrahere; repetam descriptionem primam septimi capitis præmissi. in qua data ascensionis à proximo nodo numerata sinus per 7^m cap. inuentus sit a k. de semidiametro æquatoris a d. tanquam sinu maximo abscissus: & coniungam punctum solstitiale b. cum puncto k. & continuabo in rectum b k. donec occurrat axi æquinoctialis a g. vbiunque fiat occurfus ad punctum l. Mox ducam lineam i a. eamque producam, donec coincadat ipsi b n. parallelo ipsius a d. in puncto m. Deinde iungam puncta m b. cum centro a. ductis b a. & a m. quæ secet periferiam b d. in puncto h. & per punctum h. agam ipsi a d. parallelum h g. quæ secet ipsam a b. in puncto f. Eritque propter æquidistantiam linearum sicut a k — k d. sic n b — b m. Et sicut n b — b m. sic g f — f h. Igitur g f — f h, sic a k — k d. Quare, circulus declinationis, qui determinat ascensionem rectam, cuius sinus est linea a k. abscindit cum coluro æquinoctiorum de parallelo, cuius semidiameter est g h. arcum similem tali ascensionis: cuius arcus sinus est linea g f. & de zodiaco arcum, cuius sinus est linea a f. Nam paralleli prædicti periferia secat

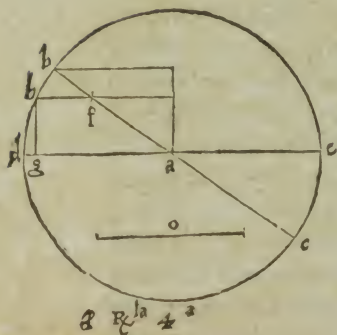


2^a & 3^a descriptio

zodiacum

Eritque $b n$. semidiameter tropici, atque sinus secundus maximæ declinationis $b d$. Capiam per sextum cap. præmissum, inter $a b$. $b n$. mediam proportionalem o . quæ quidem erit minor quàm $a b$. hoc

est quàm $a d$. Itaque de $a d$. abscindam ipsi o . æqualem $a g$. & à puncto g . excitabo ipsi $a d$. perpendicularem $g h$. quæ occurrat periferiæ $b d$. apud h . punctum: secabit enim omnino periferiam $b d$. cum o . hoc est $a g$. sit minor, quàm $b n$. Deinde per punctum h . ducam ipsi $a d$. æquidistantem $h f$. quæ secet ipsam $a b$. apud f . Dico itaque, quòd arcus zodiaci cuius sinus est $a f$. est, qui maxime differt ab ascensione sua recta, & eius finis declinatio arcus $h d$. Hoc enim in 29^a primi nostrorum sphaericorum ostensum est. Hæc autem per lineamenta lussisse placuit: ut qui horarias lineas est descripturus, iactare se audeat omnia per lineamenta posse ad rem spectantia invenire absque calculi adminiculo: Quod si quis per calculum minutias discernere se iactet, quæ



lineator in parvo spacio animadvertere nequeat; idem lineator in spacio, quantum satis est, lato efficiet. Immo lineatio in hac excedit calculum dignitate, quòd geometricum punctum assequitur: quod supputator minime potest. Sed de hac collatione alibi differetur. Et lineatio magis ad theoriam, quàm calculus accedit. Veniamus nunc ad id, quod dicendum superest.

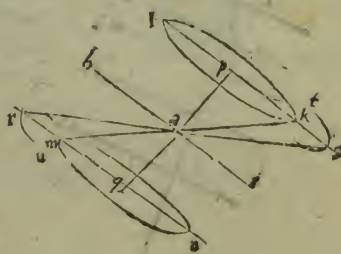
De flexa dati paralleli in plano cuiuslibet horologij ad quemlibet situm delineanda.

Cap. II.

CV M satis notum sit ex præmissis & ex quinto capite huius libelli, æquinoctialis umbræ definitiam describere in omni horologij plano lineam rectam: & in plano æquinoctialis horologij omnis umbræ limitem circumferri in aliqua circulari periferia: quod quidem horologium in sphaera recta verticale, sub polo autem horizontale est; in cæteris verò Solis sitibus, aliorum horologiorum omnium planis umbrarum extrema circumferri per alias conicarum sectionum periferias, siue ea sit Ellipsis, siue

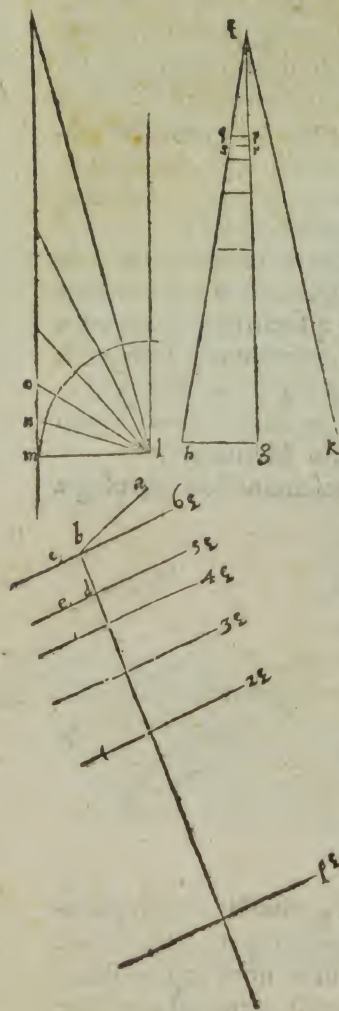
siue hyperbola : omnino dandus est modus & præceptio tradenda, quemadmodum ad propositum Solis, loci, horologiiq; situm talis periferia, quæ ab umbræ apice circumlato describitur, delineanda sit. Nam flexæ tales, quæ per cancellatas horarum linearum sectiones incedunt & facillimè super ipsa horarum lineamenta, ut in præmissis lib. docuimus, describi possunt; arcibus diurnis ordinarijs, non autem proposito Solis, astrive loco respondent. In primis ergo deductio æquinoctialis lineæ, quæ meridianam orthogonaliter secans in omni horologio suscipit æquinoctialium umbrarum desinentias, iam satis nota est ex præmissis libro. Pro horologio autem æquinoctiali intelligo in plano meridiani axem mundi $p a q$. secantem diametrum æquinoctialis $h a i$. ad rectos : $k a m$. lineam communem sectionem meridiani & horizontis, ut scilicet angulus $p a q$. sit latitudo loci. Item duos circulos æquales & æquidistantes, quorum diametri $l p k$. $m a n$. centro $p q$. orthogonales ad planum Meridiani.

Quorum quidem circulorum plana repræsentant duo horologia æquinoctialia, quorum ityli $q a p a$. communem verticem a . sphaeræ centrum habentes : & in quibus lineæ horariae tangunt & secant dictos circulos : ut habes in secundo capite huius libelli. In his itaque horologijs umbræ extremum quotidie defertur in periferia circuli. Ponatur ergo Solis locus habens declinationem ab æquatore angulum $h a r$. volo describere in planis horum horologiorum circulum, cuius periferia suscipit umbrarum desinentias ad dictum Solis situm. Continuo $r a s$. lineam, donec diametris $l k$. $m n$. productis in ipso plano meridiani occurrat ad puncta $r s$. Superque centris $p q$. ad spacia $q r$. $p s$. circulos describam : qui, ut in quinto huius libro capite ostensum est, umbras per totam Solis in eo situ positi terminabunt. hoc est, circulus $r u$. terminabit umbras, dum Sol declinat ab æquatore ad polum extantem per angulum $i a s$. dum verò ad diuersas declinat per angulum æqualem $h a r$. circulus $s t$. umbrarum tunc limites definiet. Similiter faciam ad reliquos omnes situs Solis, cum tales circuli ab umbræ vertice quotidie descripti sint concentrici. Atque si $r a s$. eundem cum æquatore $h a i$. seruans angulum intelligatur perfecta reuolutione circumferri, describat ipsas $r u$. $s t$. circulorum periferias, in quibus & umbrarum $q r$. $p s$. extrema pariter eadem conuersione circumducuntur.



Q 3

Pro



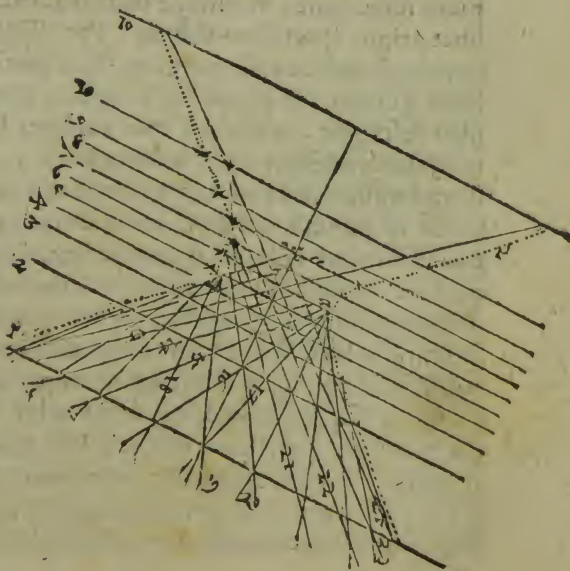
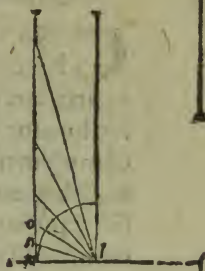
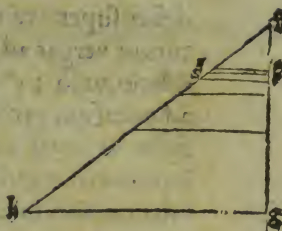
Pro horologio autem meridiano ad ortum vel occasum verso sit a b. gnomon vel stylus ad planum horologii perpendicularis : b c. autem linea horæ sextæ ante vel post merid. d e. linea horæ 5^æ ante vel post merid. & deinceps reliquæ quatuor æquidistantes per 10^u cap. præcedentis libri ad propria intervalla lineatæ. Deinde linea f g, sit radius solis æquinoctialis : linea f h. radius Solis per angulum g f h. declinatis ad polum extatē : linea f k. radius Solis per angulum g f k. declinantis ad diuersas : linea l m. æqualis gnomoni a b. Anguli m n l. n l o. & cæteri per circuli quadrantē distincti singuli quindenorum graduum. continuatis in rectum semidiametris ad lineam vsque m o. ipsi m l. perpendicularē. Quibus peractis, ponatur ipsi l m. æqualis f p. abscissa de radio f g. ipsi q; l n. æqualis f r. & ducantur p q. r s. perpen^{tes} ad f g. & similiter ipsi l o. & cæteris à puncto l. ad lineam m o. ductis æquales singulæ singulis de linea f g. abscindatur : & à pñctis abscissionum ipsi f g. perpen^{tes} excitentur vsque lineam f h. Post hæc ponatur ipsi p q. æquale spacium b c. in linea horæ sextæ : ipsi q; r s. æquale spacium d e. in linea horæ quintæ : & reliquis perpendicularibus ad f g. reliqua spacia in reliquis seriatim horarijs lineis singula singulis æqualia. Nam sicut in conuersione motus diurni, radius æquinoctialis f g. porrigit extremum vmbre styli a b. in puncta b d. & reliqua in linea æquinoctiali b d. signata, in quib. ea secāt horariæ

lineæ ; ita radius f h. projiciet extrema vmbrearum in puncta c e. & sequentia in cæteris lineis horarijs prædicto modo signata : sicut exposcit $\triangle \Delta^{10^{\text{re}}}$ f p q a b c. similitudo & æqualitas : Itemque $\triangle \Delta^{1^{\text{o}}}$ f r s. a d e. per latera æqualitas & cæterorum. vnde puncta c e. & reliqua in cæteris lineis horarijs signata, erunt limites vmbrearum styli, Sole in tali situ locato : & linea flexa curuatim continuata per huiusmodi pñcta suscipiet terminos vmbre eius diei : quæ linea est sectio conica dicta hyperbole, per pñ Coroll. 4^æ cōclusioni quinti capitis præmissi.

Similiter

Similiter faciam pro radio Solis f k. declinantis ad diuerfas: & pro quocunq; alio situ Solis. Eruntq; semper tales flexæ hyperbolæ; vt in quinto capite satis demonstratum est. Quæ quidem flexæ nō nisi ad penicillum lineatoris per puncta dicto modo signata deduci possunt: cum neque rectæ sint vt Canonis, neque circulares vt circini officio describantur: & tanto certius lineabūtur, quo crebriora fuerint puncta signata: & semper sic molliter erunt à puncto ad punctum & per totum protrahendæ vt curuaturæ tenorem seruantes, anguli fracturam nec ubi admittant: quod etiam aliàs monuimus.

¶ Et notandum, quòd si tam angulus g f h. quàm angulus g f k. fuerit æqualis cōplēto latitudinis loci; quantum scilicet declinant singuli paralleli æquatoris, quos tangit horizon: tunc hyperbole inuenta per c e. puncta & reliqua in lineis horarijs signata incedens, & alia hyperbole contrapōsita ex aduersa parte lineæ æquinoctiale b d. essent illæ, quas vndecim lineæ horariæ æquidistantes secant singulæ in binis punctis, in quibus easdem tangunt 22^a lineæ horariæ tangentes: Nam lineæ horæ mer^æ non compareret, cū Meridianus horologio æquidistans lineam non faciat. Et duæ ex tangentibus fiant hīc non tangentes, atq; ita, vt alibi diximus, duo pūcta cōtactuum ac sectionū euanesceāt. Sicut autē hyperbole c e. ducitur p signata pūcta in lineis horarū inferiorib. ipsa b c. ita & in superiorib. per eadem utiq; spacia, erit continuanda. Et similiter hyperbole pposita: Nam dispositio & interualla superiorum linearum eadem sunt cū interuallis inferiorū: vt in 10^o cap. præcedentis libelli satis pstitit. Notādū præterea, qd hor^æ mer^{id} ad oriētem vergēs, cōuertit



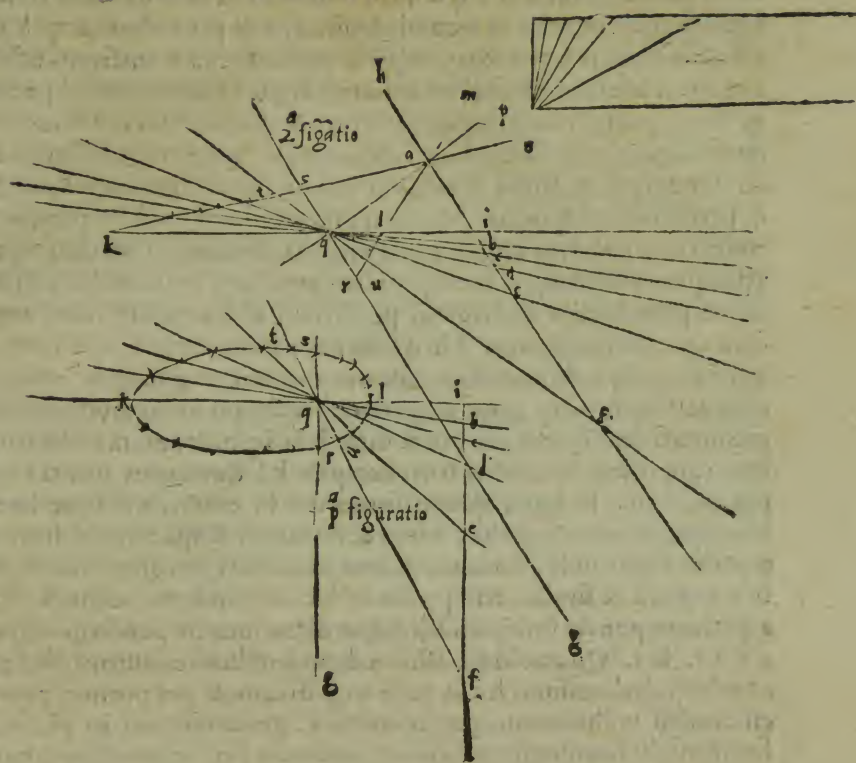
Q 4

debet

debet super axe mundi, donec ad æquidistantiam prioris situs restitutum vergat ad occidentem, mutato tamen horarum numero & officio, ut in 1^o cap. præmissi libelli tradidimus. stylo quoq; tantūde ad occasum prominente. Vel si conuersio talis non placeat, tergum faciei orientalis conuersum scilicet ad occasum sic lineandum est, ut lineæ faciei occidentalis eadem sint singulæ singulis lineis faciei orientalis, cum stylo indidem & tantundem ad occasum exporrecto.

De Ellipsi paralleli cuiuspiam in horiZontali seu verticali horologio describenda. Cap. 12.

CONSTITUTIAM per quintum caput, quas in quocunque horologio cuiuslibet situs flexas describat quælibet vmbra desinentia circumlata: Non enim omnes flexarum species vbique describuntur per Solarem radium, utpote in horizonte, cuius latitudo complementum maximæ declinationis non excedit, horizontale horologium nunquam suscipit vmbrae desinentias in Ellipsi sed tantum in hyperbola, vel parabola, si latitudo sit par dicto complemento. nobis semper in hyperbola. Verum, quoniam placet nobis, non necessitatis, sed speculationis gratia, in horologijs omnes protrahere tam horarias quàm flexas lineas etiam eas, ad quas vmbrae solarium desinentiæ non perueniunt: intelligemus in quouis proposito parallelo, extra anni Solisque vias, astrum quodpiam ita radiare, ut vmbrae iaculatu describat diurno motu cuiuslibet trium specierum flexam. Pro ellipsi itaque delineanda, sit in horologio horizontali quopiam linea meridiana k l. cum qua horariæ lineæ à meridie in puncto q. se inuicem secant, per 1^u caput præmissi libri descriptæ: ex quibus ipsa r s. linea horæ sextæ orthogonaliter meridianam secans: & t u. linea horæ 5^æ & cætera deinceps. Item linea æquinoctialis ad rectos meridianæ incidens, secet ipsas horarias lineas in punctis b c d e f. orientalibus: nam spacia occidentalium punctorum ad reliquas quinque lineas sunt singula his singulis æqualia. Deinde ipsam lineam k l. in alium locum transferam: & describam in plano meridiani axem mundi q a p. Ita ut angulus a q i. sit latitudo loci: & linea h a i. axem orthogonaliter secans representet radiū Solis æquinoctialem. Ad quam per circinum transferam spacia q i. q b. q c. q d. q e. q f. & q g. dicto radio æquidistantem, continuatis per punctum q. utrinque lineis. His peractis per punctum a. quod in ipso axe mundi representat centrum, ducam duos radios l a m. k a n. qui æquales hinc inde cum axe comprehendant angulos, & lineæ meridianæ coincident ad puncta k l n. Sic enim tales radij coniungunt



iungunt extrema diametrorum in parallelis æquatoris circulis. quo neque secat neque tangit horizon : quare conica superficies talis paralleli secta plano horizontalis horologijs per 5^a quinti capiti præmissi conclusionem, faciet ellipsim. Itaque radij tales l a m. k a n. circum axem q a p. per motum primum, seruatis angulis reuoluti, dum describunt conicas superficies, designabunt in dicti horologii plano ellipticam periferiam, cuius diameter maior k l. per 2^u præambulum primi capitis huius libri. Ad inuenienda verò pūcta, in quib. talis periferia secat horarias lineas, sic procedo : Radij l a m. k a n. vtrouersum producti secantes mer^{nū} in punctis k l. secēt reliquas per punctum q. traiectas lineas in senis hinc inde punctis : vtpote lineam q g. in pūctis r s. lineam autem q f. in pūctis t u. & deinceps reliquas. Et faciam in prima figura linearum horariarum eadem in earundem notorum lineis spacia : hoc est, in linea q g. spacia q s. q r. eadem : in linea q f. spacia t q. q u. eodem ordinis situ singula singulis æqualia.

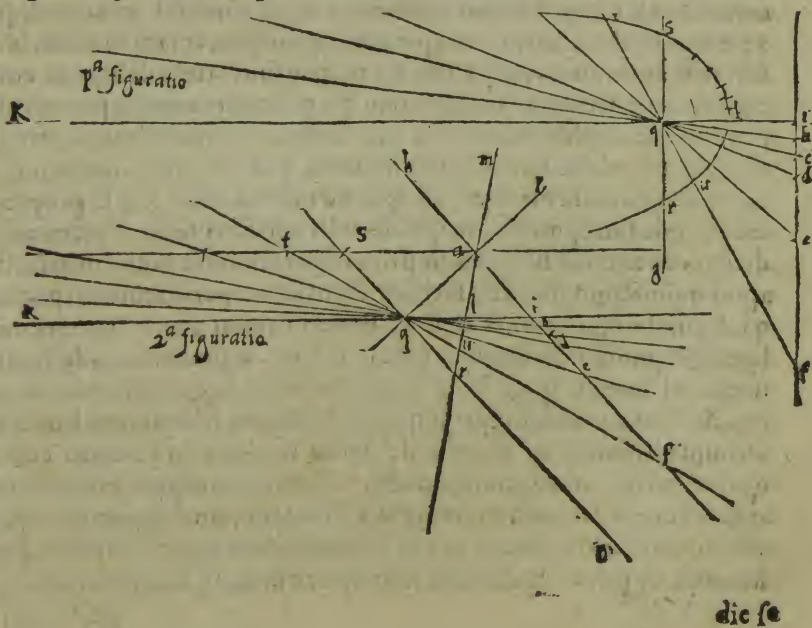
Idem

Idem faciam in linea q e. q d. q c. q b. sumens ex talibus lineis vtrinque; à puncto q. productis in secunda figura, spacia per radios l a m. k a n. abscisa vtrinque à puncto q. eaque in prima figura transferens officio circini ad horarias earundem notarum lineas eodem ordine à puncto q. Nam propter æqualitatem laterum & angulorum in triangulis: quæcunque spacia abscindunt radij l a m. k a n. per motum primum circumuoluti de lineis horarijs in prima figura hinc inde à puncto q. periferiam ellipticam, vt decet, describentes; eadem penitus & eodem ordine ijdem radij singula singulis defecant in secunda figura vtrinque à puncto q. de lineis per idem punctum traiectionis. Sic certum erit in prima figura descriptam periferiam abscindere de linea meridiana portiones signatas q k. q l. de linea horæ sextæ spacia inter se æqualia q r. q s. de linea horæ quintæ spacia q t. q u. & de reliquis reliqua. Certum erit igitur ellipticam periferiam dicto modo à radijs memorati descriptam per puncta dicta k l r s t u. & cætera cæterarum linearum incedere. Itaque iam, exceptis k l. duodecim puncta iam signata sunt. Reliqua decem sumentur in cæteris quinque lineis horarijs, bina in singulis: Nam & linearum & spaciorum situs & æqualitas hinc inde à linea meridiana est eadē. Quare periferia ellipsis b r. æqualis & similis erit periferiæ l s. & totidem interuallorum æqualium puncta suscipiet. Idemque dicendum de periferijs ellipticis k r. k s. Quamobrem astri in dicto parallelo constituti, hoc est, angulum declinationis h a m. vel n a i. patientis, & per motum primum circumlati vmbraque per acumen a. gnomonicum in planum horizontalis horologij projicientis descripta per vmbre desinentiam periferia, erit Ellipsis k t l. per signata quatuor ac viginti in horarijs lineis puncta. quæ fuerat describenda Similiter pro cæteris astris ad aliarum declinationum radios operabimur. *REGVLA verticali hor.* Et eadem penitus via describemus ellipsum in verticali horologio descriptam per propositum radium: hoc solum mutato, vt angulus a q i. qui iampridem constitutus fuerat latitudo regionis, fiat nunc complementum talis latitudinis: & lineæ horariæ in prima figura fiant in plano verticalis horologij, vt conuenit: Namque in verticali circulo linea meridiana, quæ axis est horizontis, continet cum axe mundi q a p. angulum æqualem complemento latitudinis loci. & omnia quæ in plano horizontalis, hinc in plano verticalis horologij speculabimur & peragemus. *REGVLA.* Et notandum, quòd si anguli h a m. n a i. declinationum singuli fuerint æquales complemento latitudinis loci; tunc radij l a m. k a n. circumducentur in periferijs parallelorum, quos tangit horizon atque cæteri circuli horarij tangentes: atque ideo periferia elliptica k t s. in horologio verticali

verticali descripta per tales radios erit illa, quā lineæ horariæ secantes secant in 24^{or} punctis, in quibus eam tangunt totidem horariæ lineæ tangentes: Quod accidit locis, quorum latitudo minor est dimidio recti anguli, quemadmodum in 13° capite præcedentis libri, in quo pro tali situ facta est vniuersalis linearum vtriusq; ordinis descriptio. Postremo & hic non omittenda est illa cōsideratio: Sicubi horologii verticalis facies, quæ ad meridiem vergens sisti solet, conuertenda sit ad extantis poli partes: de qua conuersione in 15° præmissi libri & in tertio præsentis capite ad plenum locuti sumus: Sic rursus habes modum lineandi horarias lineas tangētes: cum pro vnaqua; habeas punctum in quo cum secante secat lineam æquinoctialem, & punctū in quo tangit ellipsim, in quo scilicet alia secans secat eandem.

Quo pacto parabola per paralleli sui radios in horizōtali seu verticali horologio delineāda sit. C. 13.

PARALLELI circuli, quem tangit in sphaera circulus maior, cui æquidistat planum horologii, conica superficies tali plano secta facit parabolē, sicut in 2 & 3 cap. huius libri & etiam in quinto innotuit. Hic itaque viam dabimus signandi puncta in lineis horarijs à meridie, per quæ talis periferia incedit ac sui curuationis tenore delineanda est. Et primū pro horologio horizontali faciam in primis, quæ in præmissō cap. feceram: hoc est, lineas horarias à meri-



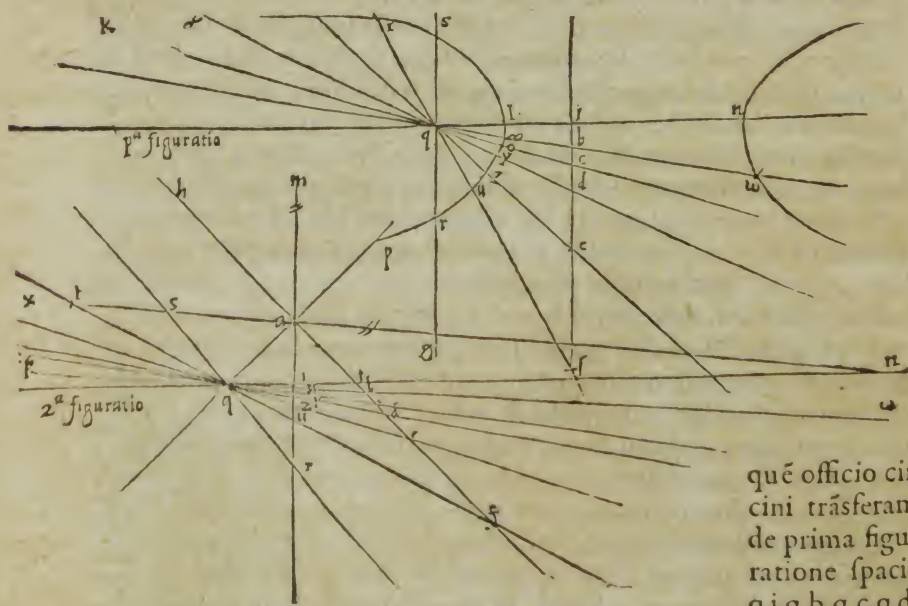
die se vicissim in puncto q. interfecantes : meridianam scilicet k q i. lineam horæ 6^æ s q r. lineam horæ 5^æ t q u. & cæteras lineæ æquinoctiali i sapud puncta b c d e f. incidentes. per 11^{am} cap. præmissi libri: & hæc in prima figuratione, sicut in præcedenti fecimus. In secunda quoque descriptione faciemus angulum a q i. æqualem latitudini regionis : ei que æqualem angulum q a l. quod est complementum declinationis radij l a m. qui fertur in periferijs circularum, quos tangit horizon, parallelorum æquatorum, quorū conicæ superficies, vt dictum est, faciunt in horizontali horologio parabolas, vnde contrapositus radius s a n. faciet cum axe mundi angulum s a q. æqualem angulo q a l. & ideo æqualem angulo a q i. latitudinis loci sibi coalterno. Quare, per 27^{am} primi elementorum, radius s a n. non concurret, sed æquidistabit lineæ meridianæ k q i. Cætera omnia disponuntur, vt in secunda figuratione præmissi cap. ita vt q i. spatium sit æquum spatio q i. primæ figurationis. Item que reliqua spacia primæ figurationis scilicet q b. q c. q d. q e. q f. transferam per circinum in secundam figurationem à puncto q. ad easdem notas in lineæ æquinoctiali h a i. producta: & puncta sic inuenta iungere cum puncto q. protractis, continuatisque lineis vtrinque à puncto q. faciam quàm q g. ipsi h a i. æquidistantem, quæ secet radios prædictos in punctis r s. sicut lineæ q f. continuata secat eosdem in punctis t u. & cæteras lineæ per q. secant eosdem hinc inde in cæteris punctis: excepta meridianæ k q i. quæ solum radium l a m. in puncto l. secans reliquo s a n. æquidistans fertur. His peractis, quoniam, vt iam in dictis locis fuit demonstratum, radij l a m. s a n. quæ sunt latera dictarum conicarum superficierum circum axem q a p. seruatis angulis per motum primum circumlati describunt cum conicis superficieribus periferiam quandam in plano horologij horizontale, quæ parabola dicitur, cuius axis seu transuersa diameter est ipsa meridianæ lineæ k q l. propterea inuenienda sunt puncta, in quibus talis periferia secat lineam meridianam & cæteras horarias in prima figuratione se inuicem secantes apud q. punctum. quod sic faciam: Transferam per circinum spatium q l. secundæ figurationis ad lineam meridianam primæ figurationis: signato l. puncto. Et similiter spacia q s. q r. æqualia secundæ figurationis ad lineam q g. horæ sextæ in prima figuratione hinc inde à puncto k. atque itidem spacia q t. q u. & reliqua reliquarum linearum vtrinque à puncto q. recepta de figura secunda in primam eodem ordine circini officio transportabo. Namque propter æqualitatem angulorum & laterum in triangulis seruata, quantacunque spacia abscindunt radij l a m. s a n. per conuersionem primi motus de lineis horarijs in prima figura hinc inde ab axe mundi, hoc est à puncto q. periferiam

periferiam parabolæ describētes, tāta etiam & ordine eodē ijdē radij, singula singulis cōparando, defecant in 2^a figura vtrinq; de lineis per q. pūctum vtrouersum p̄tinuatis. Quo fit, vt certum sit, in prima figuratōne sic descriptam periferiam abscindere de linea mer^{na} portione q. l. t̄m, cum p̄positus radius mer^{na} nusquā coincidat: de linea horæ 6^a spacia q. r. q. s. æqualia: de linea horæ 5^a spacia q. t. q. u. & de reliq; singulis reliqua bina: Nam, per 27^a primi conicorum, oīs linea secās diametrum parabolæ, vtrinq; coincidit periferiæ. Quare certum erit parabolicam periferiam, vt s̄ dictum est, in horologij plano descriptā per ipsa puncta t s l u r. iam sic signata & cætera cæterarum linearum incedere. Itaq; excepto pūcto l. quī vertex est parabolæ, biffena puncta in quibus sex lineæ periferiam secant, inuēta sunt. Decē alia similiter in cæteris quinq; lineis horarijs per q. pūctum ducēdis inueniētur ad eadē spacia. Nā sicut in periferia l. r. ipsis pūctis l. r. interiacēt quinq; pūcta in qbus periferiā secāt totidē lineæ horariæ; ita & ex aduerso in periferia l. s. totidē ad eadē spacia, eadēq; in oppositū dispositionē ipsis l. s. pūctis intersunt. Itē sicut periferia s. t. cōtinuatur p̄ quinq; pūcta, in quibus secatur à quinq; dictis lineis horarijs per pūctū q. traiectis: ita & è diuersa parte, periferia vltra punctum r. cōtinuata totidem in diuersum eiusdē dispositionis & mēsurę pūcta suscipit: Sic fiūt pūcta tria & viginti: cum vna linearum mer^{na} quæ diameter est parabolę in vertice t̄m secet suam periferiam. In quibus quidē 23. pūctis totidem lineæ horariæ tangētes t̄gunt eandē periferiam. Euanesce enim vnū punctorum s̄ctionum, & perinde contactus. Non enim apparet linea horæ 24^a quam faceret horizō, nisi horologij plano æquidistaret. Sed tales lineas iā descripsimus in 12^o cap. p̄missi libri. *Reg. verticalis.* Cū aut, vt in 3^o cap. huius lib. patuit, in verticali horologio regionis lat^{nis} 45. grad. lineæ horariæ parabolā secēt & tangant: poteris & ibi talem parabolē, describere; sumpto tantummodo pro horizontali, verticali plano. Nam descriptio linearum horiaontalis horologij, vna penitus & eadem est in tali regione cum descriptione verticalis: qñ quidem ipsa loci lat^{do} æqualis est suimet complemento, quod cōplementum semper est latitudo verticalis circuli horizōtis loco sumpti. & in horizōtibus eiusdē lat^{nis} eadem penitus linearum descriptio, propter eandem circuloꝝ inclinationem situmq; seruatur. Quæ sunt in sphaericis, astronomicisq; rudimētis notissima. Ecce hīc p̄ceptū alterum ab eo, quod in 12^o cap. p̄cedētis libri traditū est, habes lineædi horarias t̄gentes in horiz^{ali} plano, & in verticali memoratæ regionis: Nam pro vnaquaq; linea t̄gente habes bina puncta, vnum, in quo ipsa cum secātē simul partitur lineam æquin^{ale}; reliquum, in quo tangit parabolē, vbi eandem secat alia ex numero secantum.

De contra-

*De contrapositionum flexarum descriptione in
horizontali, aut verticali horologio. Cap. 14.*

SI circulus, cui planum horologii æquidistat, secet in sphaera paral-
lelos contrapositos, tunc ipsum planum secas conicas superficies
talium parallelorum, facit hyperbolas contrapositionas, sicut in 4^o &
5^o capite huius libri ostensum est: quæ quidem ab æquinoctiali linea
hinc inde auersis disponuntur brachijs, proque diametro lineam
meridianam habent. Ad signanda igitur puncta, in quibus tales
flexæ datorum parallelorum, ad propositi situs horologium secant
horarias lineas à meridiis; faciam ea, quæ in præmissis duobus capitib.
feceram. Et primum pro horologio horizontali, describam lineam
meridianam q l i lineam horæ 6^æ s q g. quintæ t q u. quartæ x q z.
tertiæ k q y. secundæ q o. primæ q æ. & earum spacia in æquinoctiali
abscisa per occursum puncta b c d e f. vt prius. hæc autem in prima
figuratione. In secunda verò, vt antea, Meridianam k q i. axem mundi
q a p. angulum latitudinis loci a q i. radium æquinoctialem h a i. in



quæ officio cir-
cini trāferam
de prima figu-
ratione spacia
q i. q b. q c. q d.

q e. q f. ipsique h a i. æquidistantem q g. & protraham per punctum
q. rectas vtrinq; productas. Deinde faciam angulos s a q. q a l. æqua-
les singulos completō declinationis parallelorum propositorum,
quos

quos secans horizontalis horologij planum facit hyperbolas contrapostas: & producam vltro citroque radios $s a n. l a m.$ Quorum ipse quidam $l a m.$ secet rectas per punctum $q.$ traiectas in punctis $l a o y z u r.$ at ipse $s a n.$ æquidistans supponatur ipsi $q o c.$ & perinde incidere quatuor lineis sub ipsa $q o c.$ scilicet ipsis $q y d. q z e. q n f. q r g.$ in punctis videlicet $k x t s.$ ad diuersas partes: necnon duabus ipsa $q o c.$ superioribus scilicet ipsis $q l i. q a b.$ vltra æquinoctialem in punctis $n \omega.$ Et quoniam radij $s a n. l a m.$ circum axem $q a p.$ seruatis angulis, reuoluti describentes conicas superficies, describunt pariter in horologij plano hyperbolarum periferias; videndum est, in quibus punctis lineæ horariæ in primafiguratione secant eas periferias, eo modo & syllogismo, quibus in præcedenti & antè præmisso cap. vsi sumus. Transferam enim per circinum de secundafiguratione spacia $q l. q a. q o. q y. q z. q n. q r.$ & ex aduerso spacia $q s. q t. q x. q k.$ Itemque vltra lineam æquinoctialem $h a i.$ duo spacia $q n. q \omega.$ vnumquodque videlicet spacium ad suam lineam in primafiguratione. Sic enim, cum vnaquæque linearum per punctum $q.$ traiectionum in secunda figura secet vtrunque radiorum $s a n. l a m.$ excepta linea $q o c.$ quæ ipsi $s a n.$ æquidistans secat reliquum $l a m.$ tantum in puncto o ; inuenta & signata erunt tredecim puncta in primafiguratione, videlicet vndecim citra æquinoctialem lineam, quæ sunt $l a o y z u r. s t x k.$ & bina vltra eandem, quæ sunt $n \omega.$ Itaque certum est propter æqualitatem angulorum & laterum in triangulis seruata, radios circum axem seruatis angulis delatos ferri in prima figura per talia puncta, hoc est, radium $l a m.$ per puncta $l a o y z u r.$ & radium $s a n.$ per puncta $s t x k.$ & vltra æquatorem per puncta $n \omega.$ immo vtrunque radium peragrarè omnia puncta, cum vterque circumferatur per vtrâque conicam superficiem. Quam obrem descriptarum per tales radios hinc inde ab æquatorè ceterior incedet quidem per puncta $l a o y z u r. s t x k.$ vltior autem per puncta $n \omega.$ Verùm productis alijs quinque horarijs lineis per punctum $q.$ in prima figura, iam periferia $l s.$ suscipiet alia quinque puncta, ad mensuram & dispositionem eorum quinque quæ iam signata sunt in periferia $l r.$ & ipsis $t x k.$ punctis correlatiua suscipiet periferia vltra punctum $r.$ continuata per eandem mensuram in dictis quinque horarijs lineis. Similiter in contraposta periferia supra punctum $n.$ cadet punctum ipsi $\omega.$ correlatiuum. Sic signabuntur puncta duo & viginti sumpta quidem in bisseis horarijs lineis in prima figura per punctum protracti. Namque linea $q o c.$ horæ 2^æ postmer. & eius correlatiua horæ 2^æ antemer. singulæ in vno tantum puncto hyperbolæ $s l r.$ coincident: Cæteræ autem lineæ horariæ 10. singulæ in binis:

Nam

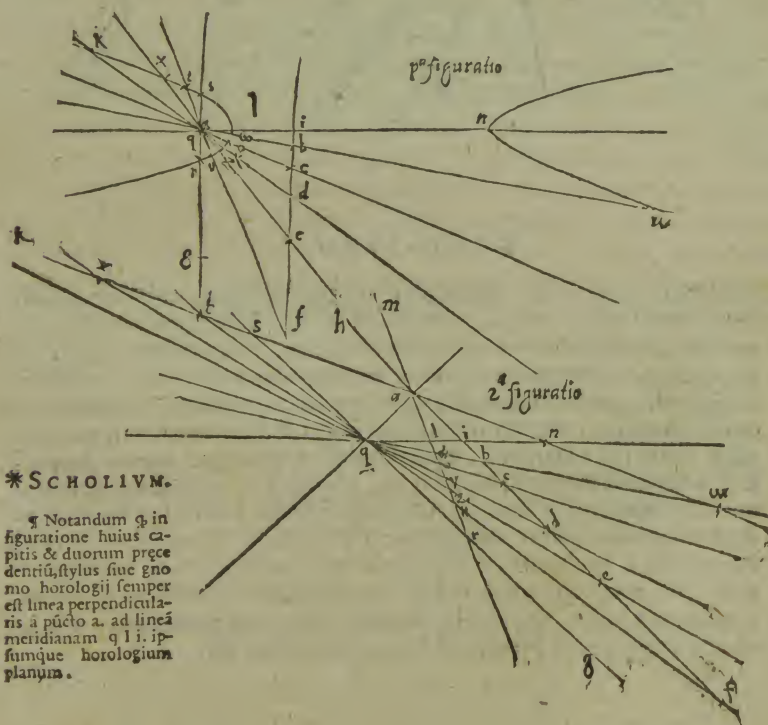
Nam linea q l n. meridiana; & linea horæ primæ q æ ω. singulæ singulas hyperbolas in singulis tantum punctis per 16^a secundi conicorum secant: sic habes sex puncta. Cæteræ octo lineæ horariæ secant hyperbolen s l r. singulæ in binis punctis, contrapositam verò non tangunt, per 33^a secundi conicorum: sic habes puncta 22. Cum igitur linea horaria q o c. eiusque correlatiua in vno puncto tantum hyperbolam s l r. secet, contrapositam non tangens, iam omnino æquidistare conuincitur vni Non tangentium in ipsis contraposis, per conuersam 13^a secundi conicorum: secus enim aut secaret ipsam s l r. hyperbolam in binis punctis, aut per 16^a prædicti, secaret hanc & contrapositam in singulis punctis, quorum neutrum supponitur. Sed delineata hyperbola s l r. iam & contraposita n ω. omnino ei similis & æqualis facile lineabitur. Quando autem in secundafiguratione radiorum s a n. la m. neuter æquidistat alicui linearum per q. punctum transmissarum: tunc puncta sectionum sunt 24^{or}. cum enim tunc singuli duo radij singulas transmissas in singulis punctis secant, fiunt puncta 14. Quare in primafiguratione in totidem punctis lineæ horariæ septem coincident hyperbolis, hoc est, singulæ in binis: & quinque reliquæ singulæ similiter in binis, sic fiunt alia 10. puncta & vniuersa 24^{or}. Sed iam licebit hanc totam speculationem de horizontali horologio transferre ad verticale, pro regione latitudinis recti dimidium excedentis: in quo quidem horariæ lineæ secantes secant contrapositas hyperbolas in 24^{or} punctis, in quibus easdem tangunt totidem horariæ lineæ tangentes: sicut iam docuimus & ostendimus in 4^o cap. huius libelli. Sic & alius constabit modus lineas tales tangentes in dicto verticali horologio designare. Nam in vnaquaque linea tangente præter punctum, in quo ipsa cum aliqua secantium, secat æquinoctialem lineam, habes & punctum, in quo tangit hyperbolam, in quo videlicet alia de numero secantium secat eandem.

Sed pro verticali angulus a q i. qui fuit & horizontali latitudo loci, fiant complementum latitudinis: & in prima figura lineæ horariæ fiant per suam Regulam in plano verticalis horol.

SCHOLIUM.

* SCHOLIUM.

Dum radius $s a n$. æquidistat lineæ $q o c$. in hyperbolen $s l r$. cadunt sectionū puncta 11. in contraposita 2. sicut in figura ad exemplum sumpta patet. Nam dictus radius non potest æquidistare lineæ $q l i$. sic enim sectio esset parabola. Si autem æquidistaret lineæ $q æ b$. sic in hyperbolen $s l r$. caderent puncta 12. in contraposita vnum. Si verò æquidistaret lineæ $q y d$. tunc in hyperb. $s l r$. caderent puncta 10. in contraposita 3. Quòd si æquidistaret lineæ $q z e$. tunc in hyperb. $s l r$. caderent puncta 9. in contraposita 4. Si demum æquidistaret lineæ $q u f$. tunc in hyperb. $s l r$. caderent puncta 8. in contraposita 5. Nam $s q r$. non potest æquidistare: sic enim æquidistaret æquatori: omnis verò radius, de quo hic agitur, secat æquatorem. Quòd si dictus $s a n$. radius nulli talium linearum æquidistaret; tunc omnino faceret in dictis septem lineis totidem puncta sectionum: secaret enim eas omnes, sicut secat radius $l a m$. unde puncta tunc sectionum: essent 14. quibus si apponas 10. pro quinque lineis horarijs, quæ in descriptione omittuntur, fiunt 24^{or}. Et tunc radij non æquidistant. Non tangentibus contrapositionum, nec pereunt duo puncta sectionum.

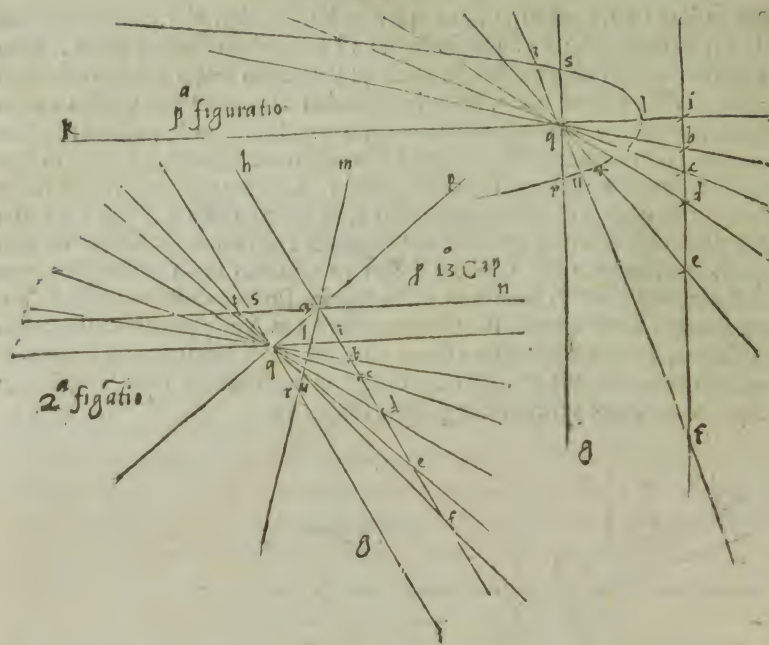


* SCHOLIUM.

¶ Notandum q. in figurazione huius capituli & duorum præcedentium, stylus siue gnomon horologii semper est linea perpendicularis a puncto a . ad lineam meridianam $q l i$. ipsumque horologium planum.

R

Scho-



*SCHOLIUM.

Candidissime Lector, cum cæteris & hoc velim attendas, quòd in huiusmodi lineamentis, si seruentur anguli & spacia iuxta præcepti traditionem, interdum alicubi linearum atque angulorum angustia vix cupit literarum notas: & coincidentia linearum non cedunt intra paginæ limites: sic descriptio relinquitur mutilata. Hic verò dum repetens huius & præcedentis cap. lineamenta, permitto mihi latiora spacia & incidentias omnes complecti conor intra margines, neglexi mensuras præcepti. tamen demonstratio & praxis melius intelligitur hic, ubi nihil in lineamento desideratur. Idem sæpe accidit in conici Apollonij: difficile adeò est tantæ profunditatis speculationibus descriptionem opportunam accommodare. Hinc exemplarium Mathematicæ disciplinæ tanta incorrectio & intelligendi tanta difficultas. Nihil enim est quod magis absterreat lectorem, quàm exemplar mendosum. Quod si his accesserit scriptoris ignorantia, aut interpretis negligentia, iam nihil integri sperandum est.

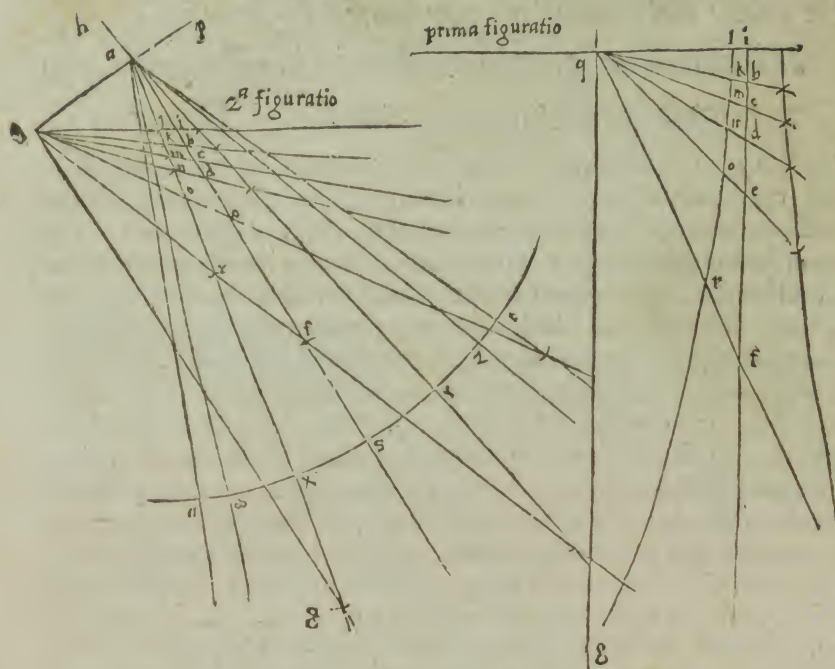
De flexis

De flexis ad parallelos per initia signorum Zodiaci incedentes pertinentibus in hori^zontali, seu verticali horologio delineandis. Caput 15.

QUAMVIS in 8^o cap. huius libelli modum tradiderimus ascribēdi tam in horiz^{ali}, quā in verticali horologio zodiaci locos ordinarios paral^{li} flexis rēdentes; nondū tñ viam exposuimus describendi flexam paralleli per datum zodiaci locum incedentis: cōuerso .s. problemate, cum de quāsitō sit datum, & de dato quāsitū. Hoc nos in hoc postremo huius libelli capite exequemur. Cum itaq; æquinoctialis per æquin^{ox} puncta, quę sunt Arietis & Librę initia, siue Piscii & Virginis fines, incedēs, faciat in plano horologii lineam rectā æquinoctialem; cogitandum est de flexis, quę fiunt à parallelis per aliorū signorum limites seu per alia destinata zodiaci puncta incedentibus. Sed cum parallelus, omnis, tropicis exceptis, zodiacum secet in duob. punctis æqualiter ab æquinoctio remotis; iam flexa, quam conus talis paralleli facit in horologii plano, ad eadem duo puncta spectabit. Per septimum itaque huius caput notescet propositi paralleli declinatio, quare ex vno trium præmissorum capitum, flexa per talis paralleli radium descripta lineari poterit in ipso horologii plano. Nam si parallelus propositus neque tangatur neq; secetur à circulo magno cui æquidistat horologii planum, flexa per paralleli radios descripta, erit ellipsis, & per 12^ū caput huius, describetur. Si autem parallelus propositus tangitur à circulo magno, cui æquidistat planū horologii; tunc flexa, vt dictum est, facta erit parabole, & per 13^ū cap. deducetur. Si tandem parallelus secatur à circulo dicto: tunc per binos radios p^opositę hyperbolę fient, & per præmissum immediatē caput delineabuntur. Adducam tamen exemplum pro tropicis duobus & quatuor per initia mediorum signorum parallelis. Sitq; in plano merⁿⁱ axis mundi q a p. angulus latitudini loci a q i. linea meridiana q i. radius æquinoctialis h a i s. radij tropicorum a t. a u. radij parallelorum per initia signorum ab æquinoctialibus proximorum a x. a y. radij per initia sequentium a z. a w. singuli complectentes cum radio æquinoctiali a s. angulum suę declinationis, per septimū cap. huius, inuentę. Secetq; radius æquinoctialis s. lineam meridianam in puncto i. & cæteri radij hinc inde secent eandem in senis punctis. hæc autem in 2^a figuratōne, in quam transportatum sit spaciū q i. lineę meridiænę in prima figuratōne secantis orthogonaliter lineam æquinoctialem i f. quam & reliquę horarię quinque lineę, per 11^ū lib. pⁱ cap. descriptę secant in punctis b c d e f. & cui linea horę sextę q g. æquidistet.

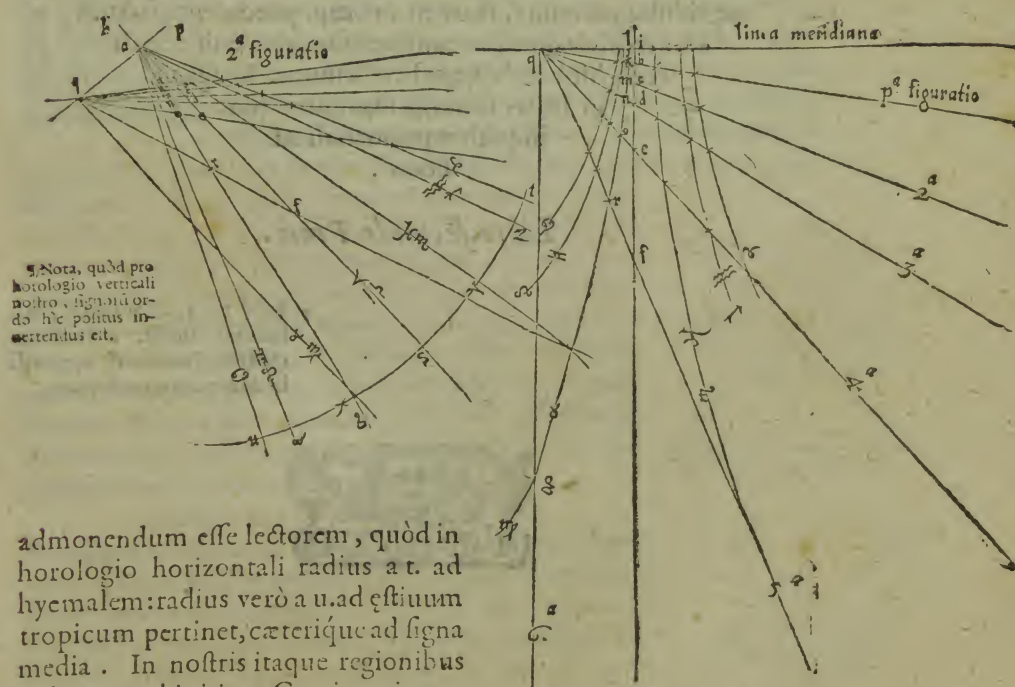
R 2

Mox &



Mox & ipsa spacia q b. q c. q d. q e. q f. transferam officio circini de prima figura in secundam, à puncto q. ad radiū æquinoctialem a s. sub eisdem signata notis. Et continuatis à puncto q. per signata puncta lineis radios cæteros secantibus : atque ipsa q g. æquidistante ipsi a s. videbo in quib. punctis continuatæ lineæ secant, exempli gratia, radium a x. utpote linea meridiana secet cum in puncto l. & cæteræ per ordinem in punctis k m n o r x g. Et eadem hæc spacia q l. q k. q m. q n. q o. q r. q x. q g. transferam per circinum à secunda figura in primam per ordinem in meridiana q i. cæterisque horarijs lineis, signando totidem sub iisdem notis puncta: Nam propter seruata in triangulis angulorum & laterum æqualitatem, fit, ut radius a x. motu primo sub eodem semper declinationis angulo circumductus ac describens in primafiguratione hyperbolen, abscindat eadem spacia de lineis horarijs à puncto q. recepta, quæ radius a x. de meridiana a i. cæterisque continuatis ab ipso q. puncto amputat. Quare certum erit descriptam hyperbolen per talem radium in plano horologij ferri per puncta l k m n o r g. in prima figura : & per eadem puncta

puncta talem periferiam delineari posse. Similiter & cæterorum radiorum flexæ describentur singillatim. Vnde flexa, quam describet radius a y. erit contraposta ipsi l r g. periferiæ, propter parem & diuersam declinationem: Nec secus hyperbolæ duæ per radios a z. a ω . descriptæ, contrapositæ erunt inuicem. Nec minus, quæ per a t. a u. tropicorum radios maximarum zodiaci declinationum depingentur. Sicut autem describimus periferiam l r g. citra meridianam q l. per puncta in cæteris horarijs lineis signata; ita & ultra eandem reliquum periferiæ brachium continuabimus per cæteras horarum lineas ad eadem spacia similemque penitus dispositionem: quandoquidem meridiana ipsa, est axis seu principalis hyperbolarum diameter similia vtrinque brachia periferiarum determinans. Et idem faciemus in reliquorum radiorum periferijs describendis. Nec arbitror



admonendum esse lectorem, quod in horologio horizontali radius a t. ad hyemalem: radius verò a u. ad æstiuum tropicum pertinet, cæteri que ad signa media. In nostris itaque regionibus radius a t. ad initium Capricorni: a u autem ad initium Canceri: a x. ad initia Tauri ac Virginis: a y. ad initia Piscium ac Scorpij a z. ad initia Aquarij ac Sagittarij a ω . ad initia Geminorum & Leonis spectabunt: a s. autem æquinoctialis ad initia Arietis ac Libræ. bina em quæq; hmoi initia locatur in vno parallelo.

R 3

¶ Quod

¶ Quod si flexas ad talia signorum initia spectantes velim in plano verticalis horologij protrahere, faciam in secunda figuratione angulum a q i. parem complemento latitudinis loci : & in prima figura distinguam linearum spacia vti ad verticalem circulum spectat. per 11^u præmissi. Præterea radiorum officia commutabuntur. Nam a t. pertinebit ad æstiuum : & a u. ad brumalem tropicum, & sequentes radij ad sequentia, vt ordo postulat, signorum initia. Sic itaque æquinoctialis linea l f. habebit hinc ternas & inde totidem flexas lineas, in quibus vmbrarum desinentiæ deferentur Sole in ipsis, quorum sunt flexæ, parallelis constituto. Stylus autem in horologio vtroque semper erit perpendicularis à puncto a. ad lineam meridianam q i. ¶ Pro horologio autem horizontis recti, & pro omni horologio meridiani, radius æquinoctialis h a i. perpendicularis ponetur ad lineam meridianam l i. & axis q a p. eidem æquidistans. & lineæ horariæ æquidistantes erunt, sicut in 11^o cap. præcedente factum est : & binæ quæque contrapositæ ab æquinoctiali recta hinc inde æqualiter semotæ. Et spacia in lineis horarijs sumuntur hinc inde ab æquinoctiali ad flexas.

Libri secundi Finis.

9. Iulij 1553. cum iam Castellobono fuisset nunciarum classem Turcorum appulisse in Mamertinum fictum.



FRANCISCI

263

FRANCISCI MAVROLYCI,
ABBATIS MESSANENSIS,
DE LINEIS HORARIIS,
LIBER TERTIVS.

Ad Ioannem Vegam, Siciliae Proregem.

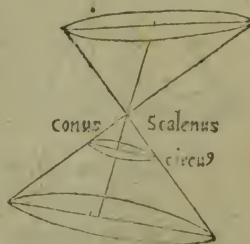
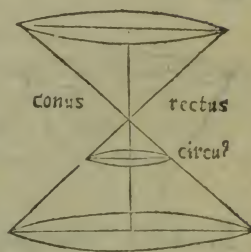
P R Æ F A T I O.



OMNIS fere in assumpto negocio difficultas constitit in flexarum linearum notitia: qui locus tam neglectus est ab ijs, qui de gnomonica ratione conscripserunt hactenus, quam conicorum doctrina fuit incognita. Nos autem, quibus decretum est ea, quæ ab alijs omissa sunt, tractare, & quæ ad rei speculationem magis faciunt, id præcipue curauimus explicandum. Quoniam igitur in superioribus libellis vix species flexarum, vix pauca circa earum axes, ac delineationes tetigerimus, lineis tantum horarijs describendis intentis; in hoc postremo libello percurremus aliqua circa conicarum sectionum diametros, ac proprietates, & contactus, necnon circa contrapositarum Non tangentibus. ut si quid remansit obscurum, hic apertius notescat. Perstringemus igitur aliqua ex Apollonio nostro partim decerpta, partim per nos demonstrata: ut quam facillime fieri poterit, flexarum huiusmodi diffinitiones, accidentia & proprietates præcipue aperiantur: ab ipsis diffinitionum elementis exordium capientes.

D I F F I N I T I O N E S & Elementa.

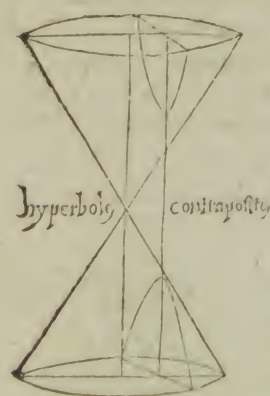
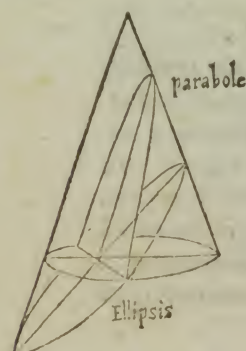
Si itaque à puncto extra circuli planum fixo, recta linea utroque in infinitum producta per ipsius circuli peripheriam totam circumducatur: descripta per lineam circumductam superficies, conica superficies vocabitur utrinque à puncto sumpta in infinitum, habens utraque unum verticem, quod est punctum ipsum fixum. Conus autem erit sub circulo, & conica superficie comprehensum solidum. Conicæ basis erit circulus: & vertex, qui & conicæ superficiei vertex. axis vero recta, quæ per verticem basisque centrū traiecitur. Rectus conus est, cuius axis ad basim perpendicularis est.



R 4

Scalenus

Scalenus uerò conus, cuius axis obliquus est ad basim, plano autem conum per uerticem secante, sectio facta triangulum est, sub duobus lateribus conicis & basis diametro seu chorda contentum, per tertiam primi Conicorū.



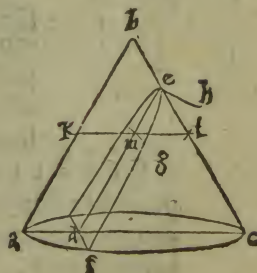
Plano item basi aquidistante conum secante, sectio circulus erit, per quartam prædicti. Si conus scalenus plano per axē recto ad basim secetur, sectio erit, ut dictū est, triangulum: cui si superueniat planum orthogonaliter simile sed sub contrariis positum triangulū abscindens, facta in cono per superueniens planum sectio, circulus erit, per quintā primi conicorum. Triangulum itaque per axem in cono recto, semper rectum est ad basim: In Scaleno autem non semper. Basis autem talis trianguli semper est diameter circuli, qui basis est conī. Quā ergo planum dicto triangulo ita superuenit, ut sectionē in plano dicti circuli faciat perpendicularē ad dictam ipsius circuli diametrum, nec subcontrarium auferat triangulum; tunc faciet in cono unā ex tribus flexis, scilicet parabolē, si communis sectio eius cum triangulo aquidistet uni laterum trianguli: ellipsim autem, si sectio dicta coincidat utriusque laterum. Hyperbolē uerò, si sectio ipsa nec aquidistet, nec coincidat lateribus: Talisq; sectio erit diameter flexæ in cono factæ ipsius. s. paraboles, ellipsis, uel hyperboles, secās per equalia omnē lineam, quæ chorda est flexæ, aquidistantem communi sectioni superuenientis plani cum circulo. Tales autem chordæ sic à diametro per medium diuisæ dicuntur Ordinatæ siue structim actæ. & quā triangulū per axim orthogonaliter instat basi conico, quod in cono recto semper fit, quāq; uerò in Scaleno; tunc diameter flexæ secat ordinatas ad rectos angulos, & dicitur axis ipsius flexæ. Quā uerò triangulū per axim inclinatur ad basim conicum, quod in Scaleno cono accidit, diameter oblique secat per medium ordinatas, nec dicitur axis. Extremum axis seu diametri, dici solet vertex flexæ: flexa autem ipsa siue parabole, siue ellipsis, siue sit hyperbole, dici solet conica sectio: quāquidē sit à plano conum secante. Quando itē planum triangulo per axim dicto modo superueniens, neutri laterum trianguli aquidistans, & alterum tamen secans hyperbolē facit in cono: secabit & contrapositum conum faciens similem & æqualem dictæ hyperbolē: quæ quidem dicuntur contrapositæ communem diametrum habentes centrumq; Coniugati axes, siue coniugatæ diametri in ellipsi seu in contraposis dicuntur, quarum utraque reliquam, eiusq; parallelos ordinatas intra periferiam receptas singulas per æqua diuidit, siue orthogonaliter,

naliter, si sint axes, siue oblique, si tantum diametri appellantur. Quod autem diameter sectionis conicæ singulas suas ordinatas per medium partiat, ostenditur in septima primi conicorum, in genere, speciatim uero in alijs propositionibus. Hæc est summa eorum, quæ tractantur in conicis. Nunc de diametris & descriptionibus singularum flexarum nonnulla exponemus.

De Paraboles diametris, & lineatione. Cap. I.

VT sectionem conicam, seu flexam, quæ Parabolæ dicitur, eiusque diametros intelligamus; esto conus a b c. cuius basis a c. vertex b. triangulum per axē a b c. Et à quolibet puncto diametri a c. utpote d. excitetur ipsi a c. perpendicularis d f. & vni laterum Δ^i utpote ipsi a b. æquidistans, & reliquo incidēs recta d e. & producat planum, in quo f d e. lineæ faciēs in cono sectionem seu flexam e g f. quæ per i r. primi conicorum parabolæ vocabitur. siue rectus sit conus a b c. siue scalenus, & eius diameter transversa erit d e. sectio communis plani secātis & Δ^i per axim, quæ diameter secat per medium ipsam f d. vsq; ad oppositas coni partes continuatā & omnem ei æquidistantem, quæ ordinatæ seu structim actæ dicuntur: secat, inquam, orthogonaliter, & axis vocatur, si conus a b c. rectus est, aut si Scalenus & Δ^i a b c. rectū super a f c. planitiem sistitur: secat uero oblique, si dictū Δ^i inclinatur dictæ circuli planitiei: & tūc nō dicitur axis, sed simplex diameter. Et solet dici trāuersa diameter ad differētiā rectæ diametri, q̄ sic inuenit. REG. I.
Sit per doctrinam 5^a Regulæ sexti cap. præmissi libri, sicut e d — d c. sic d a — e h. Dico iam, quod e h. erit recta diametros parabolæ e g f. Ois enim ordinata poterit \square^u sub transversa & recta comprehēsum. Nā f d. ordinata est, & potest per 8^a sexti \square^u a f d c. Ergo per 1^a sexti & \square^u d e e h. hoc est, sub transversa & recta contentum. Assumatur & contingens pūctum g. in periferia parabolæ, & ordinata ducatur g m. hoc est, ipsi f d. æquidistans. & per punctum m. ipsi a c. æquidistans k m l. facietque planum in quo k l. m g. in cono circulū per 4^a primi conicorū: Erūtq; sicut e d — d c. sic e m — m l. Quare, sicut e m — m l. sic & a d. vel k m — e h. Sed m g. potest \square^u k m l. quando circulus est k g l. Ergo potest & \square^u e m e h. per 1^a 5^a sexti. Similiter ostendemus, quod omnis ordinata in parabola poterit \square^u contentum sub recepta ex diametro transversa ad verticem, & sub e h. & ideo, quod e h. est recta diameter parabolæ.

COROLL.



COROLL. Hinc sequitur ex prima sexti, quod ordinatarum potentia sunt receptis ad verticem diametris proportionales : hoc est, sicut $\square. f d — \square. g m.$ sic $e d — e m$ ~~$d h.$~~ quod in 2^o primi ostendit Apollonius. Hæc autem rectæ diametro paraboles inuentio est multo facilior & breuior demonstratu, quàm ea quæ ponitur in 11^a primi conicorum.

REGVLA 2^a. Proponatur & in plano parabola
fg e. circa transversam diametrum e d. & ordinatam f d.
Est autem ordinata, quam diameter vtrinque periferiæ
applicatam per medium partitur. Volo eius rectam dia-
metrum inuenire: faciam per 4^a Regulam sexti cap. in
præmissò lib. ipsis e d. d f tertiam proportionalem e h.
Sic enim f d. ordinata poterit \square . d e e h. & perinde e h.
omnino recta diameter est, quæ quæritur.

REGULA 3^a. Quod si data sit parabolæ fge. seu circuli, seu cuiuslibet alterius conicæ sectionis periferia nuda sine centro ac diametris: & velim aliquam in ea diametrum inuenire; ducam in tali sectione duas æquidistantes rectas vtrinquæ periferiæ applicatas fo. gn. quas singulas per æqualia secabo in punctis d m. Et agam per ea puncta rectam d m e. ipsa namque erit transversa diametris sectionis: & ad eam ordinatæ sunt ipsæ gn. fo. & omnes aliæ illis æquidistantes. & hæc est 44^a secundi conicorum.

REGVLA 4^a. Dētur & parabole fg. Volo eius
axem describere. Inueniam per præcedentem Regulam
aliquam eius diametrum, quæ sit e d. diuidens per me-
dium ordinatam f d o. Si itaque diameter e d. ad rectos
angulos secet ordinatam f d o. iam per diffinitionem,
axis est e d. Secus verò per punctum d. agam ipsi e d.
perpendicularē g d n. vtrinq̃ue periferiæ applicatam,
eamq̃ue per æqua diuidam in puncto m. ipsiq̃ue per-
pendicularē excitabo m p. quæ per differentiam erit
axis paraboli. & hæc est propositio quadragelimasexta
secundi conicorum.

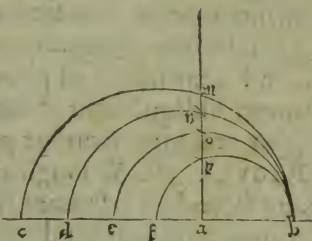
COROLLARIUM. Vnde patet, quòd axis & omnes diametri parabole sunt æquidistantes, sicut ostenditur in quadragesimasexta primi conicorum. Et perinde, sola parabola inter flexarum species, caret centro.

REGVLA

REGVLA 5^a. Ex datis denique paraboles diametris duntaxat possum delineare periferiam: vt exempli gratia, sit recta diametros parabolæ a b. Axis verò, seu diametros a c. volò circa diametrum a c. lineare parabolam, cuius recta diametros sit a b.

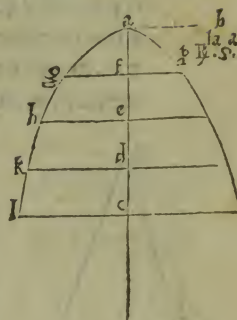
Ponam in rectam vnā vtranque c a a b. & secta a c. per sextum cap. præmissi libri, in aliquot æquas portiones, vtputa quatuor in puncti d e f. describam

super b c. b d. b f. diametros singulas singulòs semicirculos b m c. b m d. b o e. b p f. Deinde à puncto a. excitabo ad rectos ipsi b c. lineam a m. secans periferias in punctis m n o p. In axe autem seu diametro parabolæ a c. vt dictum est diuifa in punctis



d e f. ducam ordinatas l c. ipsi a m. æqualem d k. ipsi a n. æqualem: e h. ipsi a o. æqualem. & f g. ipsi a p. æqualem; singulas ad aliam partem vltra diametrum a c. tantundem productas. Nam delineanda periferia parabolæ ibit per a g h k l. puncta & eorum correlatiua vltima diametrum. Quæ puncta quò plura fuerint, eò certius delineabo per ea ductam periferiam leni flexu & angulosæ fracturæ expertem. Cuius operationis demonstratio est, quòd in semicirculis, rectæ a m. a n. a o. a p. singulæ possunt singula rectangula, quæ possunt singulæ ordinatæ c l. d k. e h. f g. in parabola, quibus sunt æquales singulæ singulis.

COROLL. Vnde manifestum est, quòd in delineatione parabolæ semicirculi, ex quibus ordinatæ eliciuntur, sese contingunt apud extremum rectæ diametri. Habes itaque & hunc modum lineandi parabolam in horologijs.



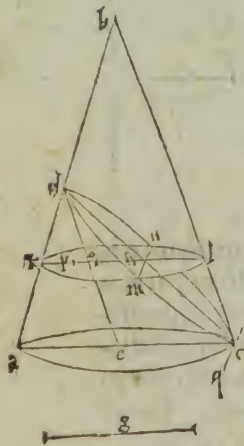
De Ellipseos diametris & lineatione.

Caput 2.

QUO autem pacto conica sectio, quæ vocatur Ellipsis, fiat in cono, sic accipe. Esto, sicut in præcedenti, conus a b c. cuius basis a c. vertex b. Δ^{li} per axem a b c. Ducatur linea vtrique laterum Δ^{li} coincidens c d. sitque recta c q. ipsi c a. perpendicularis: Mox planum, in quo c d q. secet conum: eritque per 13^a secundi conicorum, facta

facta in cono sectio ellipsis, cuius diameter c d. qua per medium secta in puncto h. erit h. centrū ipsius: & secunda diametros m h n. utriusq; ad conicam superficiem incidens. Intelligatur autem c d. non abscindere de Δ^{lo} a b c. sub contrarium Δ^{lu} , quando conus est scalenus & perinde Δ^{lu} non isosceles: Nam tunc facta in cono sectio per planum d c q. esset circulus per 5^a primi conicorum. Quando itaque conus a b c. rectus est. aut scalenus & Δ^{lu} , a b c. rectum ad basim coni: tunc c d. diameter orthogonaliter secat secundam diametrum m h n. & omnem ei æquidistantem per equalia secans; & dicitur axis primus, &

m n. axis secundus. Quando verò conus a b c. scalenus est & Δ^{lu} a b c. inclinatur ad planitiē basis conicæ; tunc c d. diameter obliquè secat 2^a diam. m n. & omnes æquidistantes, quæ ordinatæ dicuntur per æqua, nec vocatur axis.



pro prima Reg.

REGULA 1^a. Volo igitur ex c d. prima diametro elicere secundam: Ducam ipsi b c. æquidistantem d e. occurrentemq; basi apud e. & inter ipsas a c. c e. per 2^a Regulam sexti cap. in præmisso lib. ponam mediā m proportionalem c f. Dico, quod c f. erit secunda diametros ellipsis d m c. videlicet ipsi m n. æqualis. Quod sic ostendam. Agam per punctum h. rectam k h l. ipsi a c. æquidistantem. Nam sic planum, in quo sunt rectæ k l. m n. erit æquidistans circulo a c. quandoquidem k l. ipsi a c. & m n. ipsi c h. quia ordinata, æquidistant: & faciet per 4^a primi conicorum, circulum in cono k m l. Cumque angulus k h m. sit rectus, æqualis scilicet ipsi a c q. angulo iam per 8^a sexti Eucl. m h. erit mediā proportionalis inter k h. h l. Quare & m n. dupla ipsius m h. mediā

proportionalis erit inter duplas ipsarum k h. h l. Dupla autem ipsius k h. est ipsa a c. (quandoquidem c d. dupla est ipsius d h. Dupla verò ipsius o h. hoc est ipsius h l. (sunt enim æquales o h. h l. propter Δ^{lu} h d o. h c l. Inuicem æquilatera) est ipsa e c. Igitur m n. erit mediā proportionalis inter a c. c e. Sed inter a c. c e. mediā proportionalis fuit c f. Ergo c f. æqualis ipsi m n. Quod fuit demonstrandum. His peractis, sicut est d c — c f. sic sit, per 4^a Regulā dicti sexti cap. c f — g. quæ erit recta diameter ad transversam c d. Cum 2^a possit speciem primā, per Coroll. 13^a primi conicorū. Species enim est \square^{lu} sub transversa, rectaq; diametris contentum. Potuissē & inter ipsas o h. h k. sumere mediā proportionalem h p. quæ iam æqualis esset ipsi m h. quippe quæ mediā proportionalis est inter ipsas k h. h l. hoc est inter ipsas k h. h o. cum h o. h l. sint æquales: & sic habuissē semidiametrum secundam h p. cum faciliōri demonstratione.

REGULA

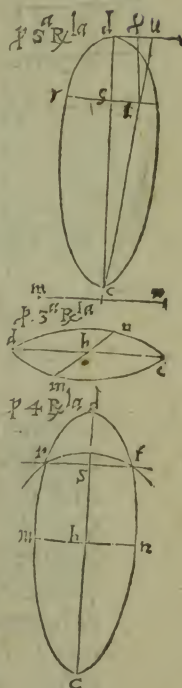
REGULA 2^a. Proponatur hunc & in plano ellipsis c r d. circa transversam diametrum c d. & ordinatam quandam r s. Volo talis Ellipseos secundam diametrum & rectam comperire. Subiūgam per 4^a Regulam sexti capitis in præmissio lib. ipsi d s. s r. tertiam in proportionem continua s t atque ita r s. poterit \square . d s. s t. Ducam ergo c t. lineam, quæ apud u. punctum occurrat ipsi d u. perpendicularis super c d. Dico itaque, quod d u. erit recta diametros ad transversam c d. Ducatur enim ipsi d s. æquidistans t x. Eritq; species t x u. similis speciei c d u. quæ vocatur species sectionis. Igitur r s. ordinata potest \square . s x. applicatum ad s d. receptam ex diametro ad verticem deficiens à \square . s d u. in specie t x u. simili speciei c d u. Quare, per 13^a primi conicorum d u. Recta diameter est, ad quam possunt ordinatæ. Deinde, per 5^a Regulam sexti cap. prædicti, ponam inter c d. d u. mediam proportionalem m n. Igitur m n. poterit \square . c d u. speciem scilicet primæ diametri, & perinde per coroll. 13^æ prædictæ erit secunda diametros Ellipsis propositæ r d. quod fuit faciendum.

REGVLA 3^a. Offeratur & Ellipsis c.d.abſque diame-
tris & centro: volo ipſius centrum reperire: Protraham in
ea, per 3^a & 1^a præcedentis cap. duas diametros c.d. m.n. ſe
inuicem ſuper h. puncto ſecâtes: Eritq; h. punctū cẽtrum
quæſitum. & hæc eſt propoſitio 4 5^a ſecundi conicorum.

REGVLA 4^a. Item exponatur Ellipsis c d. Volo eius axem inuenire primum ac secundum. Primò inueniam eius centrum, quod sit h. & super h. centro describam circulū, qui secet ellipticam periferiam in punctis r t. Et post hæc ducam chordam r t. quam per æqualia secabo in puncto s. & per puncta h s. continuabo lineam vtrinque periferiæ coincidentem ch s d. quæ axis erit quæsitus: quandoquidem diameter existens chordam r t. per æqualia & ad rectos partitur. & hæc est propositio 47^a secundi conicoꝝ. Quæ Regula etiam per hyperbola seruiet. Secta demum c d. per æqualia. in puncto h. ipsū erit sectionis centrum: per quod incedet secundus axis m n. ad primum orthogonalis.

REGVLA 5^a. Proponantur etiam mihi transversa diametros el-
lipsis a b. recta vero a f. Volo delineare Ellipsim, cuius dantur a b.
a f. diametri. Esto centrum ellipseos e. in quo secant se inuicem axes
sive diametri a b. c d. Extendanturque in rectum e a. a f. Sitque f x.
dimidiū ipsius a f. Et a e. secetur in quotlibet partes, vtpota quatuor
æquales in punctis g h k. & in totidem secetur f x. in punctis s t u.

His

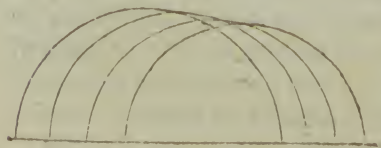


His peractis, super $e x . k u . h t . g s .$ diametros singulas singuli semicirculi describantur $e \omega x . k z u . h y t . g i s .$ Et à puncto $a .$ ipsi $e f .$ perpendicularis excitetur $a \omega .$ secans periferias in punctis $\omega z y i .$ In

semidiametro autem Ellipsis, à punctis $g h . k e .$ educantur diametro perpendiculares siue ordinatæ $g m . h n . k o . e c .$ singulæ ipsis $a i . a y . a z . a \omega .$ singulis æquales. Et per puncta $a m n o c .$ delinetur flexa necubi angularem fracturam admittens: quæ tanto certior delineabitur, quo plures diuisiones crebriora fecerint puncta. Et ad eandem dimensionem cæteri tres quadrantes Ellipseos $a c b d .$ absoluantur vtrinq; ab axe $a b .$ siue diametro: traiectis vtrinq; à punctis sectionum æqua-

libus lineis. Cuius operationis demonstratio est, quod in semicirculis lineæ $a i . a y . a z . a \omega .$ singulæ possunt rectangula, quæ in descriptione ellipsis possunt $g m . h n . k o .$

$e c .$ singulæ ordinatæ. Quarum quidem vnaquæque potest rectangulâ superficiem receptæ ex diametro ad verticem applicatam ipsi rectæ $a f .$ & deficientem specie simili speciei sub $b a f .$ diametris contentæ. Quamobrem, per 13^a primi conicorum delineata periferia $a c b d .$ Ellipsis erit, cuius diameter transuersa $b a .$ recta verò $a f .$ quod erat faciendum. Quod autem $a \omega .$ sit maior, quam $a z .$ & hæc maior, quam $a y .$ & hæc maior, quam $a i .$ patet in descriptione ellipsis ex rectangulis, quæ possunt. COROLL. Vnde manifestum est, quod in delineatione Ellipseos, semicirculi, ex quibus eliciuntur ordinatæ, sunt inæquales, & habent diuersa centra: & vnusquisq; eorum secat reliquos vniuersos. Et maiores circuli cadunt ad partes maioris semidiametri quorsum scilicet maiora spacia. COROLL. Hinc ergo rursus habes modum lineandi Ellipsim in horologijs.

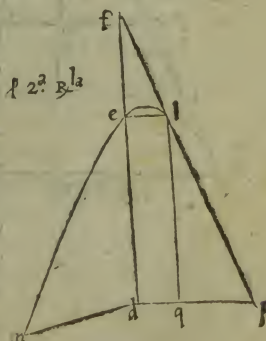


De Hy-

Capit 3.

[illegible]

REG. 2^a. Proponatur & in plano, hyperbole quædam m e. cuius diameter transuersa fe d.& ordinata m d. Volo hinc rectā eius diametru elicere. Subiūgā per 4^a Bⁱ sexti cap. i præmissō lib. ipsīs e d. d m. tertiam proportionalem d p. atquē ita m d. poterit □. e d. d p. Mox per puncta f p. traijciām rectam, quæ occurrat ipsi e had punctum l ipsi, inquā, e l ad rectos excitatæ ad ipsam fd.& cōpleatur transfīgulum e d q l. Erit enim e l. Recta diametros ad transuersam fe. quæ quærebat̃ur. Nāq; m d. ordinata potest □^{lū}e d p. sub recepta ex transuersa ad verticē applicatū ipsi e l. & excedens specie l q p. simili specie i f e l. quæ species ē sectionis sub di ametris ptēta. Itaq; e l. ē recta diametros ad q̄ possūt ordinatæ, p 12^a pⁱ conico Bⁱ, in pp^{ta} hypbola m e. tā si fe d. sit axis, q̄ si simplex diam.



REGV-

siue ordinatas g m. h n. k o. e c. singulas ipsas a i. a y. a z. a w. singulis æquales. Et per puncta a m n o c. ducam molli flexu ac iuxta signatorum punctorum tenorem curuatam periferiam, quæ erit ipsius hyperboles iam delineandæ circumferentia, eò quidem certior, quòd crebriora puncta exhibuerit in principio facta diuisio. Et similiter, à punctis g h k e. protensis vltius æqualibus spacijs, lineabo reliquum periferiæ. Cuius operationis demonstratio est, quòd in semicirculis, lineæ a i. a y. a z. a w. singulæ possunt rectangula, quæ in descriptione hyperboles possunt ipsæ g m. h n. k o. e c. singulæ ordinatæ: quarum quidem vnaquæque potest rectangulam superficiem sub recepta ex diametro ad verticem & ad rectam a f. excedentem specie simili speciei sub b a f. diametris contentæ. Quamobrem, per 12. primi conicorum, delineata periferia a m n o c. erit hyperbole, cuius diameter transuersa b a. recta verò a f. quod fuit faciendum. COROLL. Vnde manifestum est, quòd in delineatione hyperboles, semicirculi, qui abscondunt ordinatas, minimè se contingunt, et habent diuersa centra: quando diametri transuersa et recta sunt inæquales. Concentrici verò, sunt semicirculi, quando dictæ diametri sunt æquales. COROLL. Et hinc sumis alium modum lineandi hyperbolen, aut contrapositas. Nam postquam delineauero hyperbolen c m a. ex datis eius diametris b a. a f. sic & eius contrapositam, cuius periferia transit per punctum b. delineabo: Habent enim contrapositæ hyperbolæ communes diametros: commune centrum, quod transuersam diametrum a b. per medium diuidit: & perinde sunt similes & æquales.

*De tangentibus atque secantibus conicas
sectiones. Cap. 4.*

OMNIS recta linea tangens conicam sectionem apud extremum diametri, ordinata est ad talem diametrum. Et omnis linea ad extremum diametri ordinatè applicata apud dictum extremum tangit sectionem. hæc est 17^a primi conicorum. II. Ois linea tangenti sectioni lineæ æquidistans per punctum intra sectionem, vtrinq; coincidit sectioni. 18^a primi. III. Omnis linea tangens Parabolam, aut hyperbolen, coincidit diametro. 24^a primi. IIII. Omnis linea tangens ellipsum intra duas diametros, coincidit vtrinq; diametro 25^a primi. diametros intellige coniugatas. Quòd si tangat in extremo vnius diametrorum, æquidistans erit reliquæ diametro, quia ordinata ad illam diametrum. V. Omnis linea æquidistans diametro Paraboles, aut hyperboles, in vno tantum puncto coincidit sectioni. 26. primi. VI. Omnis linea secans diametrum Parabolæ, vtrinque coincidit sectioni. 27^a primi.

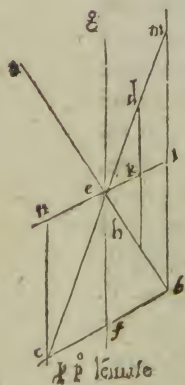
S

VII.

VII. Omnis linea ducta per centrum contrapositarum, ad vtrālibet periferiam, secāt vtrāque sectionem: quia communis diameter. 29^a primi. VIII. Omnis linea æquidistans alteri Non tangentium in contraposis, coincidit vni contrapositarum ad vnum solum punctum 13^a secundi. Quod si linea neutri Non tangentium æquidistet, aut coincidēt contraposis singulis in singulis tantum punctis, per 16^a secundi: aut coincidēt vtrāque vni contrapositarum, reliquam non attingens, per 33^a eiusdem. IX. & in parabola, sicut est \square^{tu} ordinatæ ad \square^{tu} sub recepta ex diametro ad verticem contentum; sic est recta ipsa ad receptam prædictam. Quod quidem ex 26^a primi conicorum sequitur facillimè. X. In hyperbole, aut ellipsi, & circulo, sicut est \square^{tu} ordinatæ ad \square sub receptis ab ordinata ad extremitates diametri contentum; sic est transversa diameter ad rectam: Vnde & \square^{ta} ordinarum sunt talibus $\square\square^{lis}$ proportionalia. quod quidem demonstratur in 21^a prædicti. ¶ Nunc præmittemus duo lemmata demonstrationibus circa sectionum contactus ponendis necessaria.

Primum
Lemna..

Quorum primum est hoc : Puncto intra lineas coincidentes signato, possibile est per punctum ipsum ita lineam ducere in occursum coincidentium, ut in puncto tali per æqualia secetur. Ut si, exempli gratia, a b. c d. lineæ coincident in puncto e. interque ipsas punctum signatum sit f. dico, quod possibile est per punctum f. agere lineam, ut puta b f c. ita ut b f. sit æqualis ipsi f c. Coniungam enim f e. & continuabo f e g. cui æquidistantem ducam d h. ipsis c d. a b. occurrentem apud puncta d h. Mox secabo per æqualia ipsam d h. in puncto k. & coniungam e k. cui æquidistantem per punctum f. ducam lineam b f c. occurrentem ipsis a b. c d. in punctis b c. Dico enim, quod b c. tunc per medium secabitur in puncto f. Agantur enim per puncta b c. ipsi

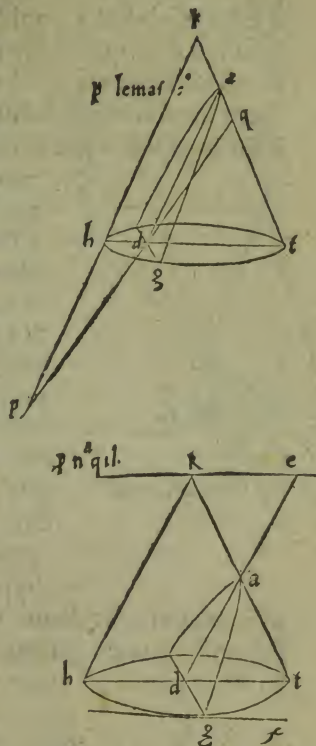


tionis conicæ, vtpota paraboles, hyperboles, aut Ellipseos, cuius transuersa diameter a d. in ipso Δ^{li} plano. Quod enim ordinata sit g d. patet per 7^a primi conicorum: ipsa enim et omnis eius parallelus in sectione per medium secatur à transuersa diametro a d. Dico igitur, qd g d. ordinata erit diameter aut alicuius circuli, aut factæ in cono ellipsis. hoc est, qd possibile est producere planum per g d. quod secando conū faciat siue circulū siue ellipsim, cuius ipsa g d. sit diameter. Nam, si d. sit centrū circuli h g t. constat iam conclusio. Tunc enim g d. per centrū incedens, est in diametro. Si autē d. non sit centrum; tūc per præmissum lēma possibile erit per punctum d. agere lineam, quæ ipsis k h. k t. coincidens per medium secetur in ipso d. puncto. Agatur: sitq; pdq. inuicem æqualibus. Et producat planū, existētib; p d. d q. in quo p q. g d. secās conū. Nam sic facta sectio, si conus h k t. sit scalenus, et Δ^{li} pkq. subcontrariū Δ^{lo} t k h. circulus erit, cuius diameter pq. g d. per 5^a primi conicorū. Secus verò facta sectio erit ellipsis per 13^a primi, cuius diametri rursus p q. g d. centrūq; d. Oīno igr g d. diameter erit, aut circuli aut ellipseos i cono factæ. quod erat demonstrandum. Quibus præmissis, qd demonstraturi eramus, demonstrabimus.

XI. Si à puncto quopiam in diametro extra Parabolē ducta periferiam tangat; & à puncto tactus ordinata ducatur ad diametrum: tūc receptæ à vertice sectionis ex diametro ad punctum exterum & ad ordinatam, sunt æquales. Quod sic demonstratur. Sit in cono quopiam Δ^{li} per axem h k t. in quo diameter transuersa parabolæ sit d a. ordinata d g. quæ, per immediatē præmissum lemma, erit pro diametro alicuius circuli vel Ellipseos: qui circulus siue ellipsis sit h g t. cuius periferiam in puncto g. tangat recta linea g x. quæ per primam harum conclusionum, ordinata erit ad diametrum d g. & perinde æquidistās diametro h t. Ducatur & in plano Δ^{li} h k t. per verticem k. ipsi h t. æquidistans linea k e. coincidensque diametro d a. apud e. Sic enim fiet, vt ipsæ k e: g x. sint æquidistantes & in plano positæ. quod conicam superficiem tangit apud latus k g. Sola enim k g. recta communis erit conicæ

S 2

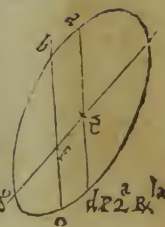
superfici,



d t. $\Delta \Delta^a$ a k e. a t d, sunt similia & proportionalia laterum : Item quæ $\Delta \Delta^a$ a e l. a d m. similia & proportionalia laterum. Vnde fiet, sicut t d — d m. sic k e — e l. Verum adhuc, propter æquidistantiam linearum k b. a l. $\Delta \Delta^a$ b k e. a l e. similia & proportionalia laterum. Igitur k e — e l. sicut b e — e a. Quare, sicut b e — e a. sic fiet b d — d a. quod fuit demonstrandum. Et hæc est propositio 36^a primi conicorum. & similiter ostendi potest 37^a tertij conicorum v^a linea e a d b. nō diameter, sed secans circulum, ellipsim, hyperbolen, ac etiam parabolen ponitur. XIII. Contra verò, si in circulo, ellipsi, aut hyperbola, receptæ ab extremitatibus diametri ad ordinatam fuerint proportionales receptis ab eisdem extremitatibus ad punctum quodpiā diameter extra sectionem: tunc linea ducta à puncto tali ad extremū ordinatæ in periferia in tali extremo tanget periferiam. Hæc est conuersa præmissæ, & ab impossibili facile ostenditur: hoc est, destructis prijs. Atque in conicis est 34^a primi. In omnibus autem his 4^{or} conclusionibus processit Apollonius indirecte: nos autem in duabus tm. Et demonstratio nostra faciliior est: quā ille plana descriptione utatur: qua in re Apollonius cæteros ingenio antecellit. Et notandum, quod pro demonstratione circuli, necesse est vt conus h k t. sit scalenus & Δ^a a k b. subcontrariū Δ^o h k t. Sic enim, per 5^a primi conicorum, sectio a g b. super qua differtur, circulus erit. & tūc basis h g t. Ellipsis erit. Ecce 4^{or} conclusiones aliter, quā Apollonius, quod pulchrum fuit, ostendimus. XV. Item notandū q̄ in circulo, ellipsi, & hyperbola, linearum d z. z b. z e. sunt continue proportionales: hoc est portio inter ordinatum & centrum: semidiameter transuersa: & quæ à centro ad tangentem, ex diametro receptæ. & est 37^a primi conicorum.

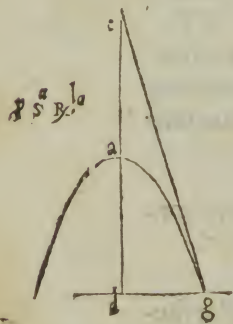
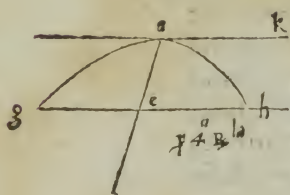
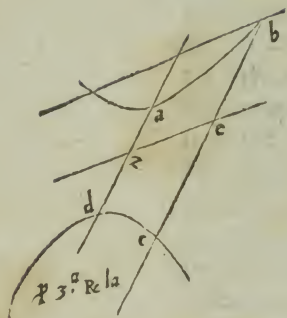
De coniugatis diametris flexarum, deq̄, tangentibus flexas lineis ducendis. Cap. 5.

IAM ex diffinitione coniugarum diametrorum constat Parabolen coniugatas non habere diametros verum æquidistantes, vt in primo cap. ostensum est. Circuli verò coniugatæ diametri semper se inuicem ad rectos dispenſant angulos: secus enim vtraque alterius parallelas per medium singulas secare non potest. quod est proprium coniugarum diametrorum. Superest ergo de coniugatis ellipsos, aut contrapositarum diametris describendis Regulas tradere. REG. 2. Esto itaque ellipsis a b c. in qua data sit diameter a d. Volo in tali Ellipsi describere diametrum cōiugatū ipsi a d. Secabo per æqualia ipsam a d. in puncto e. eritq; z. centrū sectionis. ducā ipsi a d. æquidistantē b c. eāq; in pūcto f. p mediū diuidā. Et p pūcta e f. ducā rectā g f z h. &



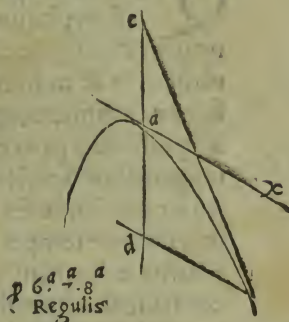
S 3

Diameter



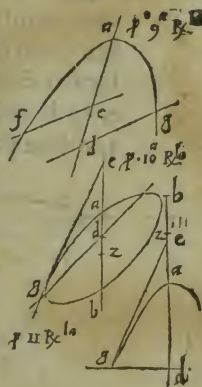
Diameter igitur erit $g h$. quoniam transit per z . cētrū sectionis: & cōiugata ipsi diametro $a d$. quoniam eius æquidistantem $b c$. per medium, & perinde reliquas secabit, modò recte formata sit. Et si data dianetrōs fuerit axis sectionis: axis erit & cōiugata: & factæ tūc sectiones ad angulos rectos. Sicut autē diameter $g h$. secat diametrū $a d$. eiusq; parallelos singulas per mediū. Ita & $a d$. diam. ipsam $g h$. diam. eiusq; æquidistantes p æqualia partitur, sicut in 1⁵ pⁱ conicoꝝ ostēdit. RE 3^a. Sit deinde hyperbole $a b$. cuius diametro $a d$. centrum z . Volo ipsi $a d$. diametro coniugatam diametrum ducere. Ducā primo ipsi $a d$. diametro æquidistantem $b c$. quæ per 5^a Concl. præmissi capiti coincidet singulis contraposis hyperbolis ad singula puncta. Coincidat ipsi quidem $a b$. hyperbolæ ad punctum b . contrapositæ autem $c d$. ad punctum c . Deinde secabo ipsam $b c$. per æqualia in puncto f . & ducam $e f$. quæ erit coniugata diameter ipsi $a d$. diametro: quandoquidem secat eam, eiusque parallelum $b c$. per medium in punctis $e f$. sicut in 1⁶ primi conicoꝝ ostenditur. Et si $a d$. axis fuerit sectionum: & $e f$. axis erit secundus, & sectiones linearū fient ad angulos rectos. Et sicut $e f$. secat ipsam $a d$. eiusque parallelos per æqualia: ita & $a d$. ipsam $e f$. eiusque parallelos intra sectionū periferias per medium partitur. Nunc veniam ad tangentes. REGULA 4^a. Proponatur sectio conica $a g$. & in eius periferia punctum a . Volo lineam rectam ducere, quæ sectionem $a g$. tangat in puncto a . Ducam per punctum a . diametrū sectionis, quæ sit $a d$. Et per præmissas regulas ipsi $a d$. coniugatam diametrum $g h$. secantes se in z . pūcto, pro ellipsi & hyperbola: pro parabola verò $g h$ metrum $a d$. Deinde per punctum a . ducam ipsi $g h$. æquidistantem $a k$. Igitur $a k$. ordinata erit ad diametrū $a d$. & ideo per pⁱ conclusionem præcedentis, tanget sectionē in pūcto a . quod erat faciendum. RE 5^a. Sed qm̄ in parabola non datur $æ$ ^{la} describendi ordinatam ad datam diametrum, quòd in alijs sectionibus fit per coniugas diametros: utemur alio modo. Sit Parabola $a g$. cuius diameter $a d$. Volo lineam ducere, quæ in puncto g . tangat parabolam. Ponatur primum $a d$. axis, & ducatur ipsi ad rectos linea $g d$. quæ erit ordinata ad axem. producatulr ultra verticem axis, ponaturque ipsi $d a$. æqualis $a e$. & ducatur

ducatur recta e g. quæ per 12^a conclusionē præmissi, tangat in puncto g. parabolā, quod fuit faciendum. REG. 6^a. Proponatur & Parabola a g. cuius diameter qualibet e a d. Volo per punctum aliquod periferiæ vtpote g. ducere ordinatam ad diametrum a d. Per præmissam Regulam, ducam lineam a x. quæ tangat sectionem in ipso a. extremo diametro. Deinde per datum punctum g. ducam ipsi a x. tangenti æquidistantem d g. quæ per prima cōclusionem præmissi, erit ordinata ad diametrum a d. REG. 7. Si igitur per datū punctū g. tangentē in parabola describere iubeat: ducam diametrum quamlibet e a d. & per punctum g. ordinatam ad talem diametrum ex præmissa



Regula; quæ sit g d. deinde faciam ipsi d a. æqualem a e. Nam, vt antea per axem, e g. tangat sectionem in puncto g. data per 12^a concl. dictam. REG. 8. Detur & extra parabolē a g. punctum quodpiam e. Volo à puncto e. lineam ducere, quæ parabolē a g. tangat. Agam per punctū e. diametrum æquidistantem scilicet axi. quæ diameter sit e a d. & ponam ipsi e a. æqualem a d. & per punctum d. ducam ordinatam ad a d. diametrum a d. quæ sit d g. per antepremissam Regulam. Nam sic recta e g. tangat sectionē in puncto g. per 2^a concl. quod erat faciendū.

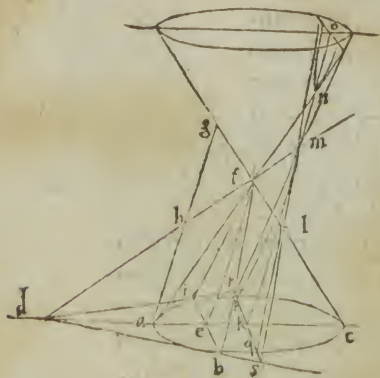
REG. 9. Sit præterea conica sectio a g. ellipsis vel hyperbole: eius diameter a d. volo per punctum g. ducere ordinatam ad diametrum a d. Ducam per 2^a vel 3^a Regulam præmissam, ipsi a d. diameter coniugatam diametrum e f. Deinde per punctum g. datum ducam ipsi e f. æquidistantem g d. quæ erit, per 15^a vel 16^a primi conicorum, ordinata ad ipsam a d. diametrum. REG. 10. Esto Ellipsis a g b. & extra ipsam datū punctum e. Volo à puncto e. ducere lineam, quæ tangat Ellipsim a g b. Ducam per e. punctum, per q; z. ellipsis cētrum lineam, quæ secet ellipsim in punctis a b. diameter igitur erit sectionis a b. Dein faciam sicut b e — e a. sic b d — d a. & per punctum d. ducā, p præcedentem R^g^{la}, lineam d g. ordinatam ad diametrum a b. Nam sic, linea e g. tæget periferiam in puncto g. per vlt. 2cl. præced. cap. REG. 11^a.



Similiter faciam pro hyperbole, modò punctum e. datum sit inter centrū sectionis & periferiā. secus enim per punctū e. nō posset duci linea tangens sectionem. & per consequēs problema esset impossibile. Cum enim sit sicut b d — d a. sic iā b e — e a. & semp maior sit b d. q̃ d a. oportet, vt & b e. maior sit, quàm e a. Et hæc sint satis circa tangentēs.

De Non tangentibus contrapositarum. Ca. 6.

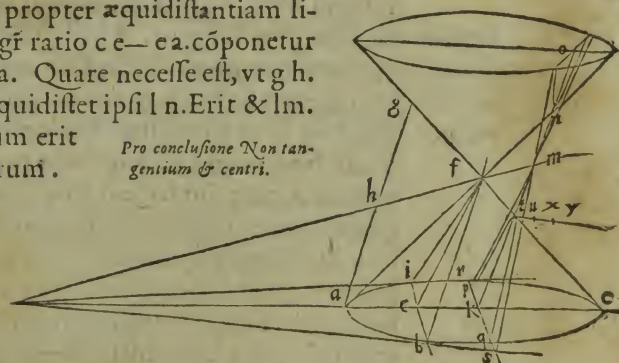
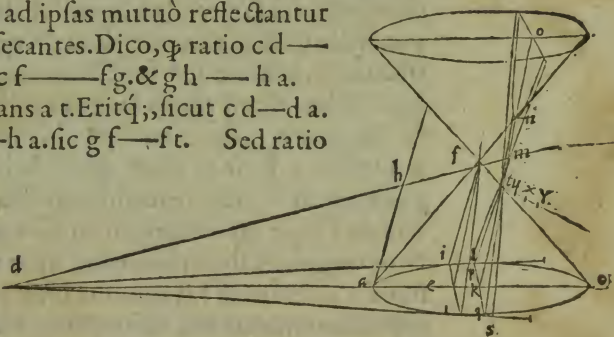
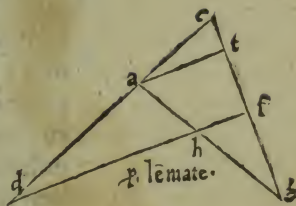
QVONIAM Apollonius omnia ferè conicorū demonstrata conatus
 est in planum redigere, antiquioribus ingeniosior; neglecta co-
 norum descriptione, & aliunde quærens argumenta cogitur persæpe
 obscurius & indirecte demonstrare id, quod contemplando solidæ
 figuræ sectionem, apertius & brevius demonstratur. Id nos fecimus in
 4^{or} postremis præcedentis capiti conclusionibus: Idem nunc de Non
 tangentibus æpositarum locuturi faciemus. Sunt enim Non tangētes,
 duæ rectæ lineæ se inuicem in centro æpositarum hyperbolæ secātes
 & vtrinque semper magis ac magis in infinitum periferijs approxi-
 mantes, nunquā verò coincidentes. Et ob id Non tangentēs, siue Nō
 coincidentes appellatæ: de quibus Apollonius in 2^o conicorum locu-
 tus est. Nos igitur huiusmodi linearū proprietates demonstraturi hoc
 præfabimur, duas hyperbolas in duobus rectis conis factas ac simili-
 bus triangulis per vertices conorum ductis æquidistantes similes esse,
 ut in 6^o conicorum lib. ostensum est. Vnde omni propositæ hyperbole
 similis ac etiā similis & equalis collocari potest in aliquo recto cono,
 ut ibidem traditur. Ostendemus igitur hic lineas Non tangentēs in-
 cedere per cētrum æpositarum, & complecti angulum æqualem angulo
 verticali trianguli, cui planum hyperbolæ æquidistat. Esto ig̃r conus
 basis circulus a b c. vertex f. In quo hyperbole r l s. propositæ similis &
 æqualis: cuius diameter transversa k l m n o. Ita ut l n. sit diameter
 communis ipsius r l s. & suæ contrapositæ inter earum vertices l n.
 Quarum plano æquidistet triangulum c f b. cuius basis b i. ad rectos
 secat a c. diametrum basis conicæ basim q̃, Δ^{li} a f c. per axim, in pūcto
 c. Vnde rectæ d i r. d b s. tangētes circulum apud b i. puncta concurrēt
 ad idem punctum cum c a. producta, quod punctum sit d. & perinde



tam planū ipsum, in quo sunt d b s. b f. lineæ,
 quā planum, in quo sunt d i r. i f. lineæ tanget
 conum. & tales contactus fient super latera co-
 nica b f. i f. & communis sectio tangentium pla-
 norum, quæ linea recta est, ibit per verticem f.
 conicū eat, sitq̃; d f m. occurrens diametro l n.
 æpositarum apud m. punctum. Cui diametro
 æquidistās agatur a h g. conicæ superficiē, æpo-
 sitæ occurrens in puncto g. & ipsam d f. secans
 in puncto h. Eruntq̃; lineæ d i r. d b s. tangētes
 basim conicam apud b i. puncta cōes sectiones
 planorum tangentium cum ipso basis plano.
 Sint demum tangentium eorundem planorū
 cum

cum plano hyperbolarum communes sectiones per m. pñctum cñtes
 & vtrinq; continuatæ lineæ r m. m s. Quo fiet, vt puncta r s. in quibus
 dictæ lineæ coincidunt lineis basim conicum tangētibus: & pñcta p q.
 in quib. hyperboles periferia occurrit periferiæ basis conici:
 necnon punctum k. in quo basis hyperboles siue ordinata
 p q. secatur diametrum a c. hæc inquam quinque puncta sint in
 vna recta r p k q s. quæ communis sectio est plani facientis
 hyperbolas cum basi conico. hoc idem intellige per reliqua
 hyperbola contrapposita. Ostendendū igitur est quod lineæ
 d f. continuata secatur per æqualia diametrum l n. contrappositarū
 in puncto m. quodque m r. m s. lineæ sunt Non tangentes contrapo-
 sitarum: ipsumque m. centrum est Sectionum. *Lemma.* Sed prius hoc
 lemma ostendendum est. Dux lineæ sint ab vno puncto c. de lapse cd.
 c g. & ab earum terminis aliæ ad ipsas mutuò reflectantur
 d f. g a. se inuicem in puncto h. secantes. Dico, q ratio c d —
 d a. componitur ex rationibus c f — f g. & g h — h a.
 Ducatur enim ipsi d f. æquidistans a t. Eritq; sicut c d — d a.
 sic c f — f t. Itemq; sicut g h — h a. sic g f — f t. Sed ratio
 c f — f t. cõponitur ex rationib.
 c f — f g. & f g — f t. Igitur &
 ratio c d — d a. componetur ex
 rationib. c f — f g. & g h — h a.
 quod est propositum. Sed per
 cõclusionem 13^a antepremissi
 cap. sicut c d — d a. sic c e — e a. & propter æquidistantiam li-
 nearum a g. e f. sic est & c f — f g. Igr ratio c e — e a. cõponetur
 ex rationibus c e — e a. & g h — h a. Quare necesse est, vt g h.
 h a. sint æquales: Cumque a g. æquidistat ipsi l n. Erit & l m.
 æqualis ipsi m n. Quare m. punctum erit
 centrum sectionum contrappositarum.
 Superest nunc ostendere, quod
 rectæ m r. m s. sunt Non tangē-
 tes dictarū sectionum: cõplexæ
 scilicet angulū æqualē angulo
 i f b. Nā, per 16^a 11. Eucl. li-
 næ i f. f b. sunt æquidistantes li-
 nēs r m. m s. pp æquidistantiā planorū: Et ideo p 10^a eiusdē, angulus i f b.
 æqualis est angulo r m s. & singuli p lineas k m. e f. per mediū secatur.
 Duā ergo ipsi r s. æquidistantem & ipsi b i. lineam l u. quæ per pñ-
 ctum l. tanget sectionem p l q. in puncto l.
 Eritq; $\triangle^{lu} m l u.$ æquian^{lu} $\triangle^{lo} f e b.$ Igr, sicut f e — e b. sic m l — l u. Sit
 ergo ipsi l u. duplali x. Eritq; n l — l x. sicut m l — l u. & sicut f e — e b.

Subiun-



*Pro cõclusionē Non tan-
 genisium & centri.*

Subiungatur ipsis $n l x$. tertia in proportione continua $l y$. siue longior, siue breuior: Eritque sicut $\square. fe - \square. e b$. sic $n l - l y$. Quare per 12^a . primi conicorum $l y$. erit recta diameter hyperboles $r l s$. Et $l x$. poterit $\square. n l y$. speciem scilicet sectionis. Et ideo $l u \frac{1}{2}$ ipsius $l x$. poterit quadrantem ipsius speciei. Vnde per primam secundi conicorum $m u s$. est Non tangens sectionis, & similiter ostendetur $m r$. ex alia parte esse reliqua Non tangens. Quando autem recta $b i$. diameter est circuli $a b c$. tunc lineæ tangentes circulum in punctis $b i$. sunt æquidistantes ad inuicem, & ipsi $h f m$. communi sectioni planorum conos tangentium per 19^a . 11 . Eucl. & tunc ipsæ $fe. n k. g a$. lineæ sunt perpendiculares ad $a c$. & utrumque $\triangle \Delta^{loz} g f a$. $n f l$. isosceles. Et eorum bases $n l. g a$. per mediū & orthogonaliter secabuntur in punctis $m h$. Constat ergo; vt prius, quidquid fuerat proprium. Et in hoc casu demonstratio faciet ad id, quod de horologio meridiano in 3^o capite præcedentis libri fuit ostensum: In quo lineæ horariæ duæ, scilicet horizontalis, & horæ 12^a sunt Non tangentes contrapositarum sectionū, quas in horologii plano tangunt reliquæ 22^a horariæ lineæ. Demonstratio autem casus anterioris, vbi lineæ tangentes circulū concurrunt in puncto d . facit ad illud, quod de horologio circuli verticalis in regione, cuius latitudo excedit dimidium anguli recti: fuerat in 4^o præcedentis libri cap. ostensum: in quo interdum duæ lineæ horariæ sunt Non tangentes hyperbolarum, quas in tali horologio tangunt reliquæ lineæ 22 . verū in his duobus locis præcedentis libri, vbi fuimus indirecta demonstratione, assumptis præambulis 3^o & 4^o primi capitis eiusdem libri, vt quæ promptior erat, atque lineamentis dudum hic

Demonstratio a- peractis non indigens. * Sed ipsam indirectam demonstrationem hic
lia indi- repetam, quo apertior fiat. Dico enim rursus ipsam $r m. m s$. lineas esse
recta. Nō tangentes sectionis ipsius & ppositæ. ipsumq; m . punctū cētrū eay.
Nam si $r m. m s$. non sunt sectionum $p l q$. & ppositæ Non tangentes.
Tunc Non tangentes aut ibunt per punctū m . aut per aliud: Si per m .
punctum, tunc aut facient cū diametro $l n$. maiores an^{los}, aut minores,
quā cum eadē diametro faciunt lineæ $r m. m s$. Si maiores; tunc ipsæ
 $r m. m s$. secabunt angulos Non tangentium & nusquā coincident
sectioni: quod est impossibile per 2^a . 21 . conicorū. Si minores; tūc Non
tangentes coincident sectioni: qm̄ omnis linea per punctum m . secans
angulum $r m s$ coincidit sectioni, quandoquidē æquidistans ipsi $r n$.
vel $m s$. hoc est ipsi $i f$. vel $f b$. lateri p̄tactus, coincidit conicæ superficiē,
& perinde sectioni, per 3^a præambulum primi cap. præcedentis libri:
quod est absurdum. Si autem non tangentes ibunt per aliud quā
punctū m . tunc aut ipsæ p̄tinebunt cū diametro $l n$. angulos maiores,
quā cum eadem diametro faciant lineæ $r m. m s$. aut non maiores.

Sima-

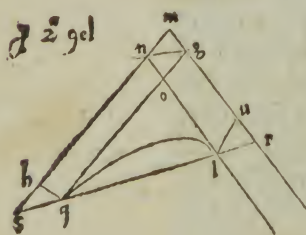
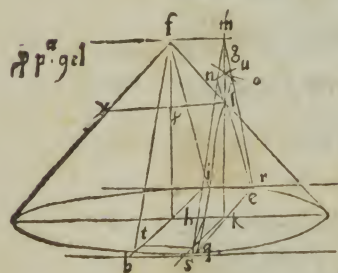
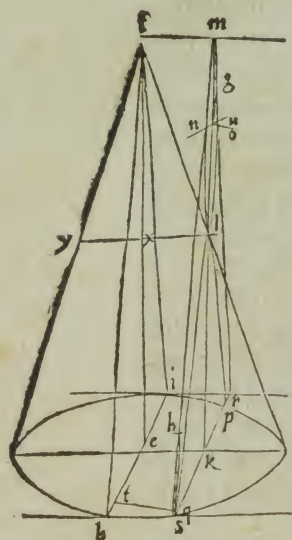
Si maiores, tunc ipsis $r m m s$ æquidistantes & aliæ infinitæ secantes angulum Non tangentium non coincident sectionibus $p l q$. & contrapositæ: quod est impossibile per secundam secundi conicorum. Si non maiores; tunc ipsæ Non tangentibus protractæ secabunt ipsas $r m m s$: atque coincident sectionibus, quandoquidem æquidistans vni dictarum coincidit per dictum præambulum, sectionum alteri: quod est absurdum. Non igitur aliæ, quàm ipsæ $r m m s$ erunt Non tangentibus præpositarum $p l q n o$. Et perinde neq; aliud, quàm ipsum m . punctum erit dictarum sectionum centrū. quod erat demonstrandum. Quod enim ipsæ $r m m s$. semper magis atque magis approximant superficiei conicæ, & perinde periferiæ sectionis, & nusquàm etiam in infinitum cōtinuatæ coincidunt, patet per 4^ū præambulū primi cap. in præmissō libro. Rursum ergo via indirecta idem demonstrauimus.

Notandum, quòd si conus a $f c$. supponatur scalenus: & linea $b i$. diameter circuli a $b c$. tunc lineæ tangentibus in punctis $b i$. sunt æquidistantes inuicem & ipsi $h f m$. communi sectioni planorū tangentiū. Verum tunc lineæ $f e n k g a$. non sunt perpendiculares, ad ipsam $a c$. At quoniam tunc $a c$. per æqualia secatur in puncto e . & ipsa $e f$. æquidistat ipsi $a g$. atque similiter $h f$. ipsi $a c$. Iam ideo per primum lemma quarti cap. præmissi, & ipsa $a g$. per æqualia secabitur in puncto h . & $l n$. in puncto m . sicut prius in cono recto. Sed pro horologijs considerantur coni tantum recti.

Quòd parallelogramma inter Non tangentibus & periferiam locata, sunt inuicem æqualia: quodq; tam tangentis sectionem à tactu, quàm secantis eandem à periferia ad Non tangentibus, recepta segmenta sunt æqualia. Caput 7.

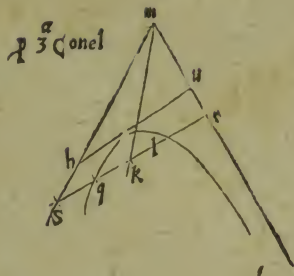
AD hæc demonstranda repeto descriptionem præcedentis cap. ita vt linea $b e i$. sit diameter conicæ basis: & ipsæ $i r b s$. tangētes æquidistēt, & perinde ipsi $f m$. cōi planorū conum tangētium sectioni æquidistātes. Item tam planum $r m s$. faciens hyperbolen $p l q$. quàm $\Delta^{la} f b i$. inuicem æquidistantia perpendiculariter instet basi conicæ. vñ $\Delta\Delta^{la} a f c b f i$. per axem conicū $f e$. ducta erūt inuicem æquilatera Ponatur autē angulus a $f c$. æqualis angulo, quē Non tangētes propositæ hyperbolæ cōprehēdunt: Sic em̄ hyperbole $p l q$. similis erit, ppositæ, & etiā similis & æqualis, si $m l$. huius semid^{er} illius semid^o æqualis fuit. Tum inter Nō tangētes & periferiā duo parall^{la} cōem an^{lu} apud m . hñtia intelligātur, vñ ad vticē sectionis equalium latez $m n l u$. altez $m g q h$. ostēdam q; hæc duo parall^{la} sunt inuicem æqualia, sic.

Ducatur in parallelogrammo verticali diameter $n u$. secans axim hyperboles apud o . eritq; o . centrum parallelogrammi. Ducatur & $l x y$. æquidistans diametro $a c$. & per medium secta in puncto x . in $\Delta^{10} b f i$. & eidem æquidistans in basi conico, linea $q t$. incidens ipsi $b c$. apud t . punctum. Iam enim, quia conus est rectus, erunt $\Delta \Delta^{12} f l y. m n u$. si-



milia. Sed illius latera dupla sunt laterum huius: quandoquidem $f x$. perpendicularis, hoc est $m l$. dupla est ipsius $m o$. perpendicularis: quare $n u$. tota æqualis ipsi $x l$. dimidiæ basi. Sed per 8^a sexti elementorum, $b t. t q. t i$. sunt cōtinue proportionales. Igitur & $s q. n u. q r$. singulæ videlicet illis singulis æquales sunt etiam continue proportionales, bases quidem $\Delta \Delta^{10} s q. h n u. m. q r g$. similium. quare & tria correlatiua eorundem latera eodem ordine continue propor^{lia} erunt, scilicet $q k. u m. q g$. Itaque parall^{ma} $m g q. h. m n l u$. inuicem æquiangulorum reciproca sunt latera: hoc est, sicut $q h — u m$. sic iam $m n — q g$. Nam $m n. u m$. æquales. Et ideo, per 13^a sexti elementorum, parall^{ma} $m q. m l$. inuicem æqualia erunt. Similiter ostendam, quod omne parall^{mu} inter Non tangentes & periferiam coaptatum, æquale erit verticali parallelogrammo æquilatere. Vnde sequitur, vt omnia duo parallelogramma inter Non tangentes & sectionem sic locata sint inter se æqualia. quod fuit primum ex propositis. *Coroll.* Quare necesse est, vt quod sub vnus huiusmodi parallelogrammorum lateribus, æquum sit ei, quod sub reliqui lateribus continetur, rectan^{lu}. quod Apollonius in 12^a 2ⁱ demonstrauit. I I. Exponentur nunc in plano Non tangentes $s m. m r$. earumque hyperbole $p l q$. Et recta linea $s q l r$. secet Non tangentes quidē apud $r s$. sectionē verò apud $q l$. dico, quod $s q. l r$. æquales erunt. Compleantur enim parallelogramma $m n l u. m g. q h$. quæ, sicut dudum ostensum est, æqualia inuicem erunt. Commune auferatur parallelogrammum $m n o g$. & supererunt parallelogramma $n o q h. g o l u$. inuicem æqualia. Quare per 13^a sexti. erit sicut $n o — o g$. sic $o l — o q$. Igitur $m g — m n$ sicut $h q — h s$. cum $\Delta \Delta^{12} q o l. s h q$. sint similia & proportionalium laterum: & sicut $u r — u l$. summe enim dictū $\Delta^{12} l u r$. Sed $m g. h q$. æquales: & $m n. u l$. æquales: Igitur

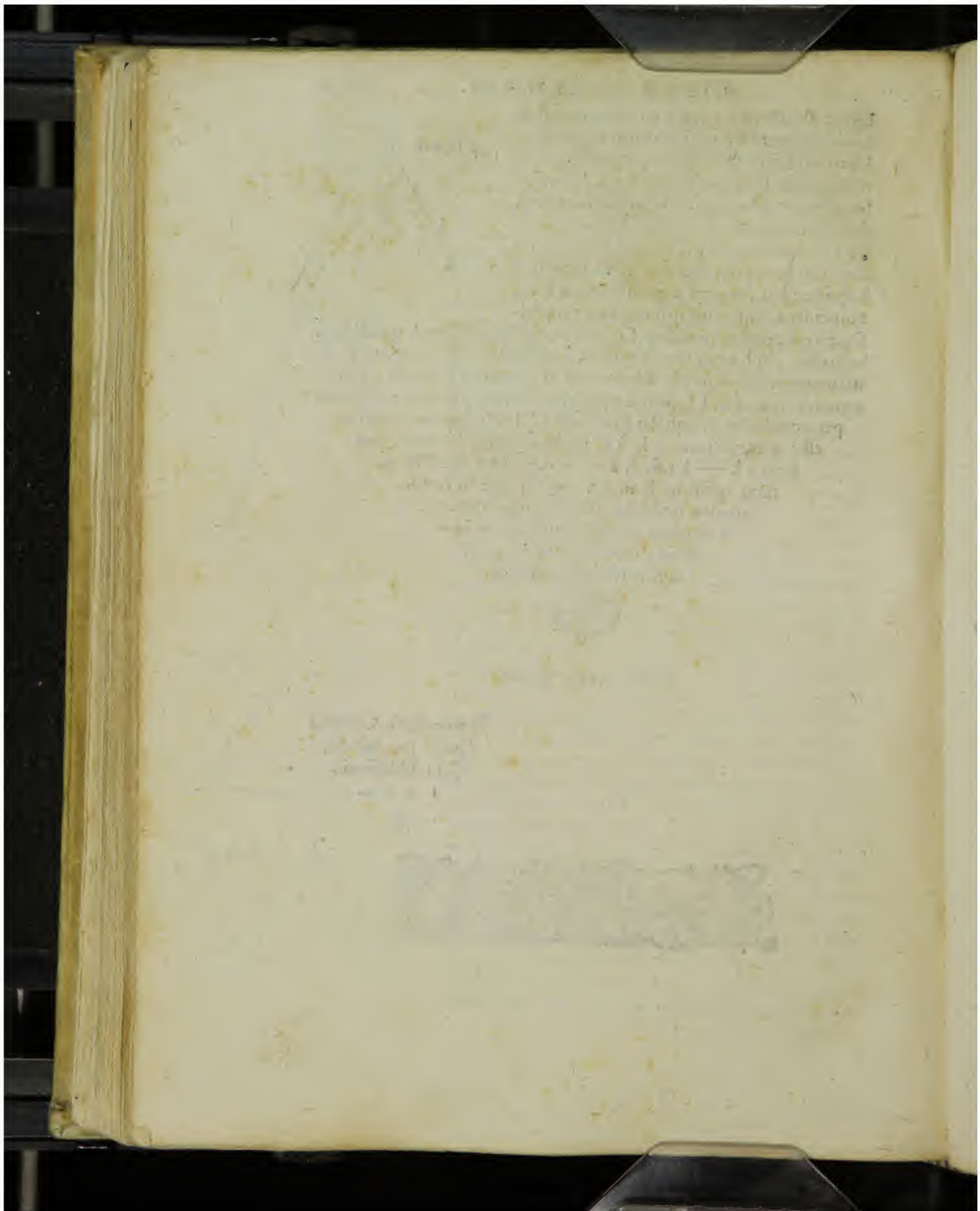
Igitur $\Delta\Delta\Delta^a$ m g n. h q s. u r l. inuicem sunt æquilatera: et ideo s q. l r. eorum bases æquales: quod fuit vltimum ex propositis. et est 8^a secundi. Denique tangat h z u. hyperbolen q l p. apud z. punctum coincidens periferiæ apud puncta h u. Dico demum, quòd h z. z u. æquales erunt. Ducatur enim per m. centrum et z. punctum contactus recta m z k. ipsique h u. tangenti æquidistans, s q k l r. coincidens Non tangentibus apud r s. periferiæ verò apud q l. puncta. Eritque per primam Concl. quarti cap. huius lib. tam h z u. quàm et ipsa s k r. ordinata ad diametrum m z k. diameter enim est m z k. cùm eat per m. centrum sectionis. Itaque æquales erunt q k. k l. quandoquidem diameter omnem ordinatam per æqualia secat: æquales item sunt s q. l r. vt dudum ostensum est: igitur et totæ s k. k r. inuicem æquales erunt. Sed sicut s k — k r. sic h z — z u. propter æquidistantiam ipsarum h u. s r. ergo et ipsæ h z. z u. æquales. quod demonstrandum supererat. et est tertia secundi. Quæ quidem alio ordine, modoque in secundo conicorum ostenduntur.



Libri tertij Finis.

In monasterio S. Mariæ
à parte 19. Iulij die,
Ϟ. II. Indictionis,
1553.





D. FRANCISCI
MAVROLYCI.
ABBATIS MESSANENSIS;
Mathematici celeberrimi,

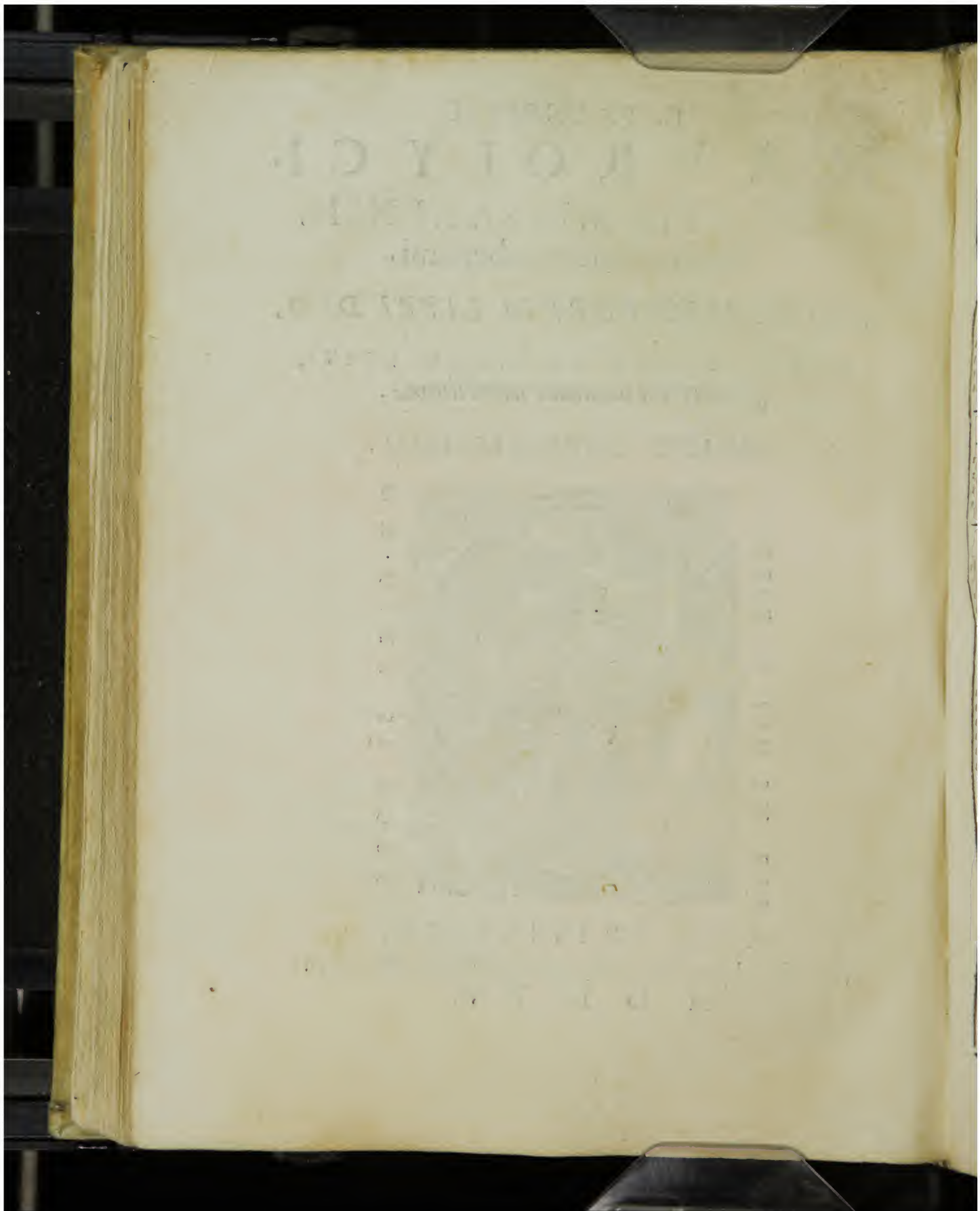
ARITHMETICORVM LIBRI DVO,

NVNC PRIMVM IN LUCEM EDITI.
Cum rerum omnium notabilium.

INDICE COPIOSISSIMO.



CVM PRIVILEGIO.
Vencijs, Apud Franciscum Franciscium Senensem.
M D LX X V.



Numeri lineares.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Radices
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	Impares
0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	Pares
1						28				Precedi

496. Et deinceps.

Superficiales primi.

1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	Trianguli primi.
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	Quadrati primi.
0	2	6	12	20	30	42	56	72	90	parte altera longiores.
1	5	12	22	35	51	70	92	117	145	Pentagoni primi.
1	6	15	28	45	66	91	120	155	190	Hexagoni primi.

Pyramides Primæ.

1	4	10	20	35	55	84	120	165	220	Pyramides triangula prima.
1	5	14	30	55	91	140	204	285	385	Pyramides quadrata prima.
1	6	18	40	75	126	196	288	405	550	Pyramides pentagona prima.
1	7	22	50	95	161	252	372	525	715	Pyramides hexagona prima.

Columnæ primæ.

1	6	18	40	75	126	196	288	405	550	Columna triangula prima
1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000	Columna quadrata prima.
1	10	36	88	175	306	490	736	1053	1450	Columna pentagona prima.
1	12	45	112	225	396	637	960	1377	1900	Columna hexagona prima.

Vel Cubi.

Superficiales Secundi centrales.

1	4	10	31	19	46	64	85	109	136	Trianguli secundi.
1	5	13	41	25	61	85	113	145	181	Quadrati secundi.
1	6	16	51	31	76	106	141	181	226	Pentagoni secundi.
1	7	19	61	37	91	127	169	217	271	hexagoni secundi.
1	8	22	71	43	106	148	197	253	316	heptagoni secundi.
1	9	25	81	49	121	169	225	289	361	Octogoni secundi.

aquianguli.

Pyramides secundæ centr.

1	5	15	34	65	111	175	260	369	505	pyramides triangula secunda
1	6	19	44	85	145	231	344	499	670	pyramides quadrata secunda
1	7	23	54	105	181	287	428	609	835	pyramides pentagona secunda
1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000	pyramides hexagona secunda
1	9	31	74	145	251	399	596	849	1165	pyramides heptagona secunda
1	10	35	84	165	286	455	680	959	1330	pyramides octogona secunda

Columnæ secundæ centr.

1	8	30	76	155	276	448	680	981	1360	Columna triangula secunda
1	10	39	100	205	366	595	904	1305	1810	Columna quadrata secunda
1	12	48	124	255	456	742	1128	1629	2260	Columna pentagona secunda
1	14	57	143	305	546	889	1352	1953	2710	Columna hexagona secunda
1	16	66	172	355	636	1036	1576	2277	3160	Columna heptagona secunda
1	18	75	196	405	726	1203	1800	2601	3610	Columna octogona secunda

Solida Regularia in numeris.

1	9	35	91	189	341	550	855	1241	1729	Tetrahedra. Vel pyramides
1	15	65	175	369	671	1105	1695	2465	3439	Octahedri. Et ydem Cubi
1	33	155	427	909	1665	2743	4215	6137	8569	Icosahedri. Et ydem Dodecahedri.

Quadrati Quadratorum.

1	16	81	256	625	1296	2401	4096	6561	10000	Bi-quadrati.
---	----	----	-----	-----	------	------	------	------	-------	--------------

FORMATIO NUMERORVM

Præcedentis Tabellæ.



ADICES formantur ab unitate, & per unitatis continuam additionem.

Impares ab unitate, per binarij continuam additionem. Vel ex duabus radicibus.

Pares a binario, & per binarij semper additionem, uel duplicando radices.

Trianguli primi, per continuatam radicum accumulationem. Siue multiplicando aggregatum collateralis radice & unitatis in dimidium multitudinis radicum.

Quadrati primi ex ductu radicum in se, uel ex aggregatione successiua imparium ab unitate. Vel ex coniunctione trianguli collateralis cū præcedenti, uel multiplicando aggregatū collateralis imparis & unitatis in dimidium radice.

Parte altera longiores ex ductu collateralis radice in radicem immediatè præcedentem: siue ex aggregatione continuata parium: siue ex duplato triangulo præcedenti: siue ex præcedenti quadrato cum sua radice.

Pentagoni primi ex coniunctione collateralis quadrati cum triangulo præcedenti.

Hexagoni primi ex quadrato collateralis, duploq; præcedētis trianguli: Vel ex pentagono coll. dictoq; triangulo: Vel ex ductu radicum in impares: Vel ex quadrato cum parte altera lungiori.

Pyramides triangulæ primæ ex successiua triangulorum aggregatione. Similiter pyramides quadratæ ex quadratorum. Pyramides pentagonæ ex pentagonorum, pyramides hexagonæ ex hexagonorum acervo construuntur.

Item pyramides quadratæ primæ fiunt ex coniunctione collateralis pyramidis triangulæ cum præcedenti.

Pyramides pentagonæ primæ ex collateralis quadrata pyramide cum præcedenti triangula pyramide.

Pyramides hexagonæ primæ ex quadrata pyramide collateralis cum duplo præcedentis triangulæ pyramidis. Vel ex pentagona pyramide collateralis, & triangula pyramide præcedenti.

Columnæ primæ fiunt ex ductu suarum superficierum in radices: ut puta triangulæ ex radice in triangulos: & sic de cæteris.

Item columnæ triangulæ primæ sunt æquales pyramidibus pentagonis

nis primis, singula singulis. Quod notatu dignum est.

Columna quadrata prima, siue cubi, fiunt ex ductu radicum in suos quadratos.

Siue ex columna triangula collateralis & precedenti cum suo triangulo.

Vel ex pyramide hexagona prima cum pyramide quadrata precedenti.

Vel ex aggregatione unius, deinde binorum, deinde trium, deinde quatuor, & sic deinceps imparium.

Item columna pentagona prima fiunt ex cubo collateralis cum columna triangula & triangulo precedentibus.

Columna hexagona prima item ex columna pentagona collateralis cum precedenti triangula columna & suo triangulo.

Trianguli secundi fiunt ex triangulo primo precedenti triplicato cum unitate.

Pro quadratis autem secundis, quadruplicetur dictus triangulus.

Pro pentagonis quintuplicetur. & sic deinceps pro sequentibus formis, adiecta unitate.

Item trianguli secundi fiunt ex triangulo primo collateralis & quadrato precedenti.

Quadrati secundi ex quadrato collateralis & precedenti primis.

Pentagoni secundi ex pentagono collateralis & quadrato precedenti primis.

Hexagoni secundi æquianguli ex collateralis hexagono primo cum quadrato precedenti. Vel ex quadrato collateralis & precedenti & parte altera longiore collateralis. Vel ex parte altera longiore triplicato cum unitate.

Heptagoni ex hexagono secundo collateralis cum triangulo primo precedenti.

Octogoni ex heptagono dicto collateralis cum triangulo precedenti primi ord. Siue (quod notatu dignum est) ex collateralis impari in se multiplicato.

Pyramides secundæ fiunt ex accumulatione continuata suarum superficierum, scilicet triangulæ triangulorum, quadratæ quadratorum secundi ordini & sic deinceps.

Item pyramides secundæ triangulæ fiunt ex pyramide triangula prima, & precedenti pyramide quadrata.

Pyramides autem quadratæ secundæ ex pyramide quadrata collateralis cum precedenti primi ordinis.

Pyramides pentagonæ secundæ, ex pyramide pentagona prima, & pyramide quadrata precedenti prima.

Pyramides hexagonæ secundæ ex pyramide hexagona prima & pyramide

Pyramide quadrata præcedenti prima. Et sunt æquales cubis collateralibus, singule singulis. quod mirum est.

Pyramides heptagonæ secundæ, ex hexagona pyramide secunda collateralis cum præcedenti triangula pyramide prima.

Pyramides octogonæ secundæ ex heptagona pyramide collateralis cum præcedenti pyramide triangula prima.

Item unaqueq; dictarum pyramidum fit ex pyramide triangula primi ordinis multiplicata in numerum laterum, unâ cum radice collateralis.

Columnæ secundæ fient ex multiplicatione suarum superficierum in radices collaterales, triangulæ scilicet triangulorum, quadratæ quadratorum. Et deinceps similiter.

Item omnis columna secundi ordinis, fiet ex columna eiusdem nominis in primo ordine cum præcedenti cubo & quadrato coniuncta.

OMNIS COLUMNA TRIANGULA Prima cum duplo sui trianguli, facit triplum suæ pyramidis.

Omnis cubus cum suo quadrato & triangulo, facit triplum suæ pyramidis.

Omnis columna pentagona prima cum duplo quadrati collateralis, facit triplum suæ pyramidis.

Omnis columna hexagona prima cum suo hexagono coll. & triangulo, facit triplum suæ pyramidis.

Omnis columna triangula secunda cum coll. quadrato & triangulo primis, facit triplum suæ pyramidis.

Omnis columna quadrata secunda cum duplo coll. quadrati primi, facit triplum suæ pyramidis.

Omnis columna quadrata secunda cum duplo coll. quadrati primi, facit triplum suæ pyramidis.

Omnis columna pentagona secunda cum duplo quadrati coll. primi, & cum triangulo præcedente primo, facit triplum suæ pyramidis.

Omnis columna hexagona secunda cum hexagono secundo & impari collateralis, facit triplum suæ pyramidis.

Item eadem columna cum quadrato & hexagono primis facit triplum suæ pyramidis.

Omnis columna septangula cum hexagono secundo & impari collateralibus, & cum triangulo primo præcedenti facit triplum suæ pyramidis.

Omnis columna octangula cum hexagono secundo & impari collateralibus, duploque trianguli præcedentis primi, facit triplum suæ pyramidis.

DE

DE SOLIDIS REGVLARIBVS. d

TETRAHEDRVM seu Pyramis construitur ex unitate, cum quatuor radicibus præcedentibus, cum sexcuplo trianguli primi, uno retrorsum intermisso, accepti : & cum quadruplo pyramidis triangulæ secundæ præcedentis .

Cubus, construitur ex unitate cum octo radicibus præcedentibus , cū duodecuplo trianguli primi , uno retrorsum intermisso , sumpti : cumq; sexcuplo pyramidis quadratæ secundæ præcedentis .

Octahedrum construitur ex unitate, sexcuplo radicis præcedentis , ex duodecuplo trianguli primi, uno intermisso, recepti , & ex octuplo pyramidis triangulæ secundæ præcedentis . Quod semper exit æquale cubo prædicto .

Icosahedrum construitur ex unitate , ex duodecuplo radicis præcedentis , ex uigecuplo trianguli primi, uno retrorsum omisso, accepti : & ex uigecuplo pyramidis triangulæ secundæ præcedentis .

Dodecahedrum construitur ex unitate , ex uigecuplo radicis præcedentis , ex trigecuplo trianguli primi , uno retrorsum intercidente , occurrentis : & ex duodecuplo pyramidis pentagonæ secundæ præcedentis . Quod semper inuenitur æquale Icosahedro dudum memorato .

Item cubus, aut octahedrum prædictum (sunt enim æquales) potest aliter construi . Nam dispositus imparibus ab unitate per ordinem, unitas faciet primum cubum prædictum : tres sequentes impares secundum ; quinque sequentes impares tertium ; deinde septem succedentes quartum ; nouem quintum . Et sic deinceps in infinitum : impares sub multitudine impari successiue coaceruando .

Adhuc idem cubus, seu octahedrum producet ex ductu imparis collateralis in quadratum secundi generis collateralem .

Et notandum quòd talis cubus siue octahedrus semper est pyramis triangula secundi generis in locis imparibus accepta .

Præterea non omittendum est, quòd ex successiua coacervatione taliū cuborum siue octahedrorum ab unitate per ordinem, constituuntur Quadrati quadratorum ab unitate seriatim receptorum . Qui quidem quadrati quadratorum , seu bisquadrati producantur ex quadratis primis in se ductis . Quod sicut hætenus ignoratum, ita posthac iucundum scitu fiet speculatiuis ingenijs .

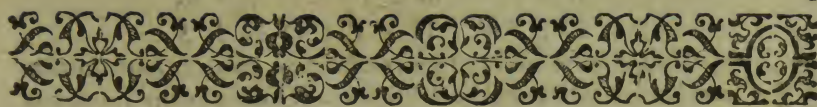
Deniq; cum his , neq; illud subtricebo , quòd Tetrahedrum superius memoratum, est & cubus mixtus quidam tertij generis , qui conflatur ex binis semper proximis cubis primi ordinis , scilicet collateralibus &

^eli & præcedenti. Quemadmodum quadrati secundi ex duobus quadratis primis, collaterali & præcedente coalescunt. Quod non minus erat admirandum.

Hæc omnia in tabella præmissa per exempla singula notescunt, & in primo horum Arithmeticorum libello demonstrantur.

DE NUMERO PERFECTO.

PERFECTVS Numerus producitur ex multiplicatione ultimi in serie pariter parium ab unitate dispositorum, in totum aggregatum ipsorum, dum tamen tale aggregatum sit numerus primus, hoc est a nullo, præterquam unitate numeratus. Tales numeri semper inveniuntur in ordine triangulo & hexagonorū primorum. In hoc numero perfecto partes integrant totum, ut ostendit Euclides in ultima Noni. Secunda conditio faciens numerum perfectum est imparitas. unde impar numerus perfectior, quam par: quoniam affinitatē habet cum Monade genitrice numerorum, quæ representat Deum, Mundum, Naturam, Solem, & quidquid unicum est. Tertia Condicio, est potestas. Vnde impares numeri, quorum potestas & officium est formare numeros quadratos, perfectiores sunt paribus, qui formant parte altera longiores. Rursum hexagoni equianguli sunt perfectiores, quam impares communes: quoniam formant cubos. Quarta conditio, est forma. Vnde numeri equilateri perfectiores, quam non equilateri. Sic quadratus perfectior, quam altera parte longior. Et cubus perfectior, quam solidus non equilateralus. Item Hexagonus equiangulus perfectior quam hexagonus primus. Vnde prima conditio friuola est: quoniam nuda & expers est ceterarum fructuosiorum qualitatum. Verum hæc discussio posita est in postremo problematum Mechanicorum.



MAVROLYCI ABBATIS

M E S S A N E N S I S

MATHEMATICI,

Arithmeticonum Liber Primus .

PROLOGOMENA.

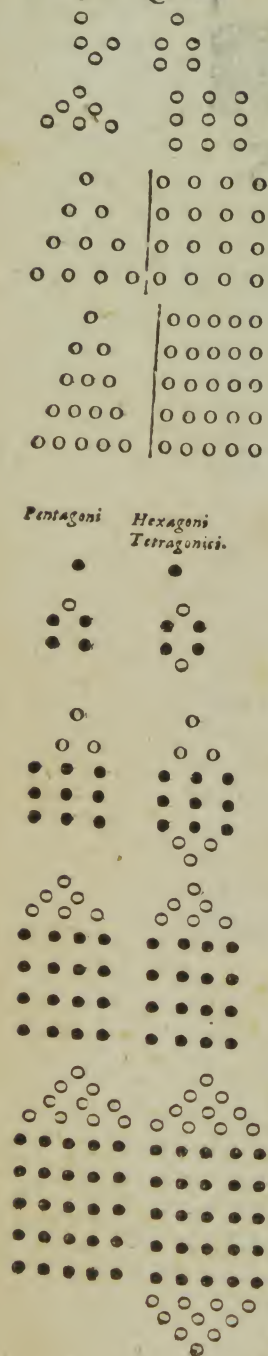


U M Euclides agat de planis, solidis, quadratis, cubisq; numeris : De ceteris alteriusmodi formis, ut triangulis, pentagonis, hexagonis & sequentibus tam superficialibus, quàm solidis; neque apud nostros, neq; apud Græcos (quem sciam) satis scripsit quispiam: nec ipse Pythagoras, siue Iamblicus, aut Nicomachus, à quibus Boëtius noster, quicquid de Arithmeticis tradidit, mutuatus est: Iordanus autem, meo quidem iudicio, melius utique egisset, si ab alijs ommissa plenius tractasset, potiusquàm in repetendis ijs, quæ ab Euclide satis fuerant demonstrata, frustra insudasset: Nos igitur conabimur ea, quæ super hisce numerarijs formis, nobis occurrunt, exponere: multa interim faciliiori via demonstrantes, & ab alijs authoribus aut neglecta, aut non animaduersa supplentes. Sed iam à diffinitionibus inchoantes, reliqua commodius exequemur.

ARITHMETICORVM DEFINITIONES.

Unitas est principium & constitutrix omnium numerorum, constituens autem imprimis seipsam. Omnis igitur numerus aut est vnitas, quæ respondet puncto: quam punctum non habet partem in continuis, sicut vnitas in discretis. Aut est linearis, qui respondet lineæ. Aut superficialis, qui respondet superficiæ. Aut solidus qui solidum in geometricis imitatur. Post vnitatem itaque primus linearium numerorum est Binarus: sicut linea finita duo extrema sortitur. Primus superficialium ternarius: sicut Triangulum figurarum geometricarum prima est. Primus solidorum quaternarius: quoniam pyramis triangula in numeris, sicut eadem in continuis solidis prima est. Sicut igitur monas puncto: ita dias lineæ: Trias superficiæ, ac tetras solido assimilatur. Linearium numerorum, Par est quæ Binarius metitur. Impar vero, qui pari vnitatem addit, vel minuit. Superficialium autem primi generis numerorum, alij trianguli sunt; Alij quadrati, Alij pentagoni, Alij Hexagoni, & Hexagonorum, alij Tetragonici. alij Aequianguli, à forma scilicet, in qua disponuntur, numeroque; angulorum aut laterum vocati. Radices numerorum sunt quæ ab vnitatem, & secundum vnitatis crementum successiue accrescunt. Triangulus numerus est, in primo genere, quæ ex aggregatione radicum ab vnitatem acceptarum constitutus triangulæ formam acquirit. Quadratus autem, qui ex radice in se ducta procreatur. Pentagonus verò, qui ex quadrato, & triangulo præcedenti coniunctis quinque lateram acquirit figuram. Hexagonus tandem, qui pentagono adhuc triangulū adiungens, sextum lucrifacit latus. Hæ itaque figuræ ex triangulis, & quadratis compaginantur. Nam Hexagonus æquiangulus ex vnitatem & sex multiplicato triangulo constituitur. Ex his superficialibus formis totidem Pyramides, totidemque columnæ conficiuntur, qui solidi numeri merito vocantur. Nam Pyramis triangula ex aggregatione triangulorum ab vnitatem per ordinem sumptorum fabricatur. Similiter & Pyramis quadrata, ex cumulo quadratorum: Pentagoni, Pentagonorum: & Hexagoni, hexagonorum ab vnitatem continuatim sumptorum erigetur. Vnde, & duplex erit hexagona Pyramis, scilicet à suis singulæ hexagonis constructæ. Columna verò triangula ex ductu radice in suum triangulum. Quadrata quæ cubus vocatur, ex ductu radice in suum quadratum. Pentagoni, ex ductu radice in Pentagonum. Et hexagoni vtriusque speciei ex radice

Radices.
Pares.
Impares.
1. 0. 1.
2. 2. 3.
3. 4. 5.
4. 6. 7.
5. 8. 9.
6. 10. 11.
7. 12. 13.
8. 14. 15.
9. 16. 17.
10. 18. 19.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di
Firenze.
CFMAGL.1.6.324

ARITHMETICORVM
PROPOSITIO
PRIMA.

QUOT unitates habet numerus quilibet, totum in ordine radicum locum sortitur. Et è contrario, quotum in radicibus locum obtinet quivis numerus, tot quoque complectitur unitates. Nam radices ab unitate exordium capientes per singulos locos singulas acquirunt unitates. Quapropter millenarius numerus, quoniam ex mille constat unitatibus, millesimus est in ordine radicum: Et vicissim numerus, qui millesimum in radicibus locum sortitur, mille comprehendet unitates, hoc est millenarius ipse numerus erit. Et hoc est quod proponitur demonstrandum.

Omnis datus numerus inuenitur in ordine radicum. Esto datus numerus a. quicumque sit, aio quod a. numerus inuenitur in ordine radicum omnino. Habeat enim a. quotuis unitates, vtputa mille. iam enim per præcedentem a. numerus millesimum obtinebit in radicibus locum. Quod est propositum.

3^a Radices singulae duplicatae constituunt pares singulos per ordinem. Nam talia dupla mensurantur à binario: quandoquidem per binarium multiplicantur: & ideo per diffinitionem sunt ipsi pares numeri; quorum primus semel, secundus bis, tertius ter; & sic deinceps à binario mensurantur.

4^a Impares ab unitate per binarii appositionem successive fiunt. Nam unitas binario apposita, per differen. facit imparem, scilicet ternarium: Sed per præmissam pares numeri propagantur à binario per binarii crementum: & per differen. impares addunt paribus singuli singulis unitatem: Igitur impares propagabuntur à ternario per idem binarii crementum (vt singuli singulos impares unitate semper excedant.) Quod est propositum.

5^a In ordine radicum impares & pares alternatim & inuicem succedunt. Nam, per præmissam, impares ab unitate per binarium crescunt; quo fit vt in radicibus, unitas, & vno semper intermisso numero, sequentes sint impares: per antepmissam verò, pares à binario per binarium crescunt; quare in radicibus binarius, & vno semper intermisso, sequentes sunt pares. Sic ergo fit, vt impares, in imparibus, pares semper in locis

locis, paribus radicum inueniantur alternatim, sicut proponitur.

Omnis radix cum radice præcedenti, facit sibi collateralem imparem: cum sequenti verò sequentem. Nam binarius cum vnitatem facit ternarium: cum ternario autem iunctus, facit binario maiorem: & ideo imparem sequentem scilicet 5, per quartam præmissam. Rursus, cum ternarius coniunctus cum binario, faciat quinarium, imparem sibi collateralem: Iam idem cum quaternario radice sequenti faciet binario maiorem, hoc est, imparem sequentem, per quartam præcedentem, qui septenarius est. Eodemque modo in infinitum, sicut propositio concludit.

Omnis radix multiplicata in radicem sequentem, producit duplum trianguli sibi collateralis. Exempli gratia, ducatur quaternarius in sequentem radicem, scilicet quinarium: & producantur 20. Aio, quòd 20. duplus est ad triangulum ipsi quaternario collateralem. Sumantur enim ab vnitatem ad quaternarium radices: quibus applicentur totidem & ordine præposito ab vnitatem radices, singulæ singulis: sic enim fiet vt crescentes cum decrecentibus singuli singulis coniuncti numeri faciant quatuor summas æquales: hoc est quatuor quinariorum. quare earum aggregatum erit planus numerus, qui fit ex ductu quaternarij in quinarium: & idcirco 20. erit talis planus. Duplus autem est planus ipse ad triangulum quaternarij: quandoquidem, per diff. talis triangulus est aggregatum vnus dictorum ordinum: quod est dimidium plani: Igitur 20. duplus erit ad triangulum quaternarij. Et similiter in omni casu id quod proponitur demonstrabimus.

Omnis triangulus duplicatus, efficit numerum parte altera longiorem sequentem. Exempli gratia, triangulus quarti loci, est denarius. Aio, quòd 10. duplicatus efficit parte altera longiorem quinti loci. Nam per diff. talis parte altera longior producitur ex radice collateralis in præcedentem: scilicet ex 5. in 4. Sed per præmissam ex ductu 4. in 5. fit duplum trianguli quarti: Ergo tale duplum æquale est, parte altera longiori quinti loci. quod est propositum.

Omnis quadratus cum radice sua coniunctus, conficit sequentem parte altera longiorem. Exempli gratia, quadratus quarti loci est 16. eiusque radix 4. Aio, quòd sexdecim cum quatuor conficit parte altera longiorem quinti loci.

V 3 Nam

1	—	—	—	4
2	—	—	—	3
3	—	—	—	2
4	—	—	—	1

5	{	4	{	10
		4		10
		4		20

4	{	4	{	16
		4		16
		5		20

Nam per diffinitionem 4. multiplicatus in 4. producit quadratum suum scilicet 16. Et idem 4. ductus in 5. sequentem radicē, producit parte altera longiorem quintum, scilicet 20. Sed talia duo producta differunt quaternario: quoniam multiplicantes differunt vnitāte. Igitur 16. cum 4. efficit 20. hoc est, quadratus cum radice parte altera longiorem quintum. quod fuit demonstrandum.

- 10^a *Omnis parte altera longior cum radice collateralī coniunctus, conflat collateralē quadratum.* Exempli gratia: Parte altera longior quinti loci est 20. Aio, quod 20. cum 5. facit quadratum quintum. Nam, per diff. talis parte altera longior fit ex 4. in 5. dictus verò quadratus fit ex 5. in se. Sed talia producta differunt quinario multiplicante: quoniam multiplicati differunt vnitāte. Igitur 20. cum quinario conficit reliquum productum, scilicet quadratum quinarij: quod fuit demonstrandum.

$$\begin{array}{r} 4 - 20 \\ 5 - 25 \end{array}$$

- 11^a *Omnis triangulus cum præcedenti triangulo coniunctus perficit quadratum sibi collateralē.* Exempli gratia: Triangulus quintus scilicet 15. cum triangulo præcedenti scilicet 10. perficit quadratum quintum. Nam, 15. per diff. trianguli constat ex præcedenti Δ^{lo} & radice 5. Igitur aggregatum taliū duorum triangulorum cōstat ex tali radice, & duplo Δ^{li} præcedentis, hoc est, ex 5. & duplo ipsius 10. Sed duplum ipsius trianguli 10. per antepremissam est parte altera longior quintus: Ergo dictum triangulorum aggregatum, æquale erit aggregato ex parte altera longiore quinto, & ex radice quinta. Per præcedentem autem, parte altera longior quintus cum radice 5^a conflat quintum quadratum: Igitur dictum triangulorum 15. & 10. aggregatum, perficit Quadratum quintum: quod est propositum.

$$\begin{array}{r} 10 \\ 15 \\ 20 \end{array}$$

- 12^a *Omnis quadratus cum radice sua, & cum radice sequenti coniunctus, consummat quadratum sequentem.* Exempli gratia: Quadratus quarti loci scilicet 16. cum radice sua scilicet 4. & cum radice sequenti 5. compositus, consummat quadratū sequentis loci scilicet 25. Nam per nonam præcedentem, quadratus quartus cum radice sua coniunctus, efficit quintum parte altera longiorem: per decimam verò præmissam, quintus parte altera longior conflat iunctus cum quinta radice, quintum quadratum. Igitur quartus quadratus cum 4^a & 5^a radicibus acceptus conficit \square^{ta} . quintum: sicut proponitur.

$$\begin{array}{r} 16 \\ 4 \\ 25 \end{array}$$

Omnis

Omnis quadratus cum impari sequente coniunctus, constituit quadratum sequentem. Exempli gratia: Quartus quadratus scilicet 16. cum impari quinti loci, scilicet cum 9. coniunctus, efficit quintum quadratum. Nam per sextam præmissarum, radix quarta cum quinta componunt imparem quintum: cumque per præcedentem, quadratus quartus, cum quarta & quinta radicibus, pariter sumptus, efficiat quadratum quintum, sequitur; ut idem quadratus quartus cum impari quinto, hoc est 16. cum 9. constituat quadratum quintum scilicet 25. sicut concludit propositio.

$$\begin{array}{r} 16 \\ 4 \} 9 \} 25 \\ 5 \end{array}$$

Omnis quadratus cum duplo suæ radices & unitate coniunctus constituit quadratum sequentem. Exempli gratia: Quartus quadratus scilicet 16. cum duplo suæ radices, hoc est, cum 8. & unitate coniunctus efficit quadratum sequentem.

$$\begin{array}{r} 16 \\ 4 \} 8 \} 25 \\ 4 \} 1 \end{array}$$

Nam per 3^a huius, duplus radices quartæ, est par quinti loci: cui si addatur unitas, fit per diff. impar quintus. Igitur talis duplus cum unitate, est impar quintus. Verum, per præcedentem, quartus quadratus cum quinto impari constituit □^u sequentem. Igitur & quartus quadratus cum dicto duplo & unitate coniunctus: hoc est, 16. cum 8. & 1. constituit quadratum quintum scilicet 25. quod est propositum.

Ex aggregatione imparium numerorum ab unitate per ordinem successivè sumptorum, construuntur quadrati numeri continuati ab unitate, ipsiq; imparibus collaterales. Nam per antepremissam, unitas imprimis cum impari sequente facit quadratum sequentem scilicet, 4. Et ipse 4. quadratus secundus, cum impari tertio scilicet 5. facit quadratum tertium, scilicet 9. Itemque 9. quadratus tertius cum impari quarto scilicet 7. facit quadratum quartum, scilicet 16. & sic deinceps in infinitum, semper 13^a repetita propositum demonstratur.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \} 4 \} 9 \\ 3 \} 5 \} 16 \\ 5 \} 7 \} 25 \\ 7 \} 9 \end{array}$$

Omnis Pentagonus constituitur ex triangulo & parte altera longiore collateralibus coniunctis. Nam per diffinitionem ipse, exempli gratia, pentagonus quartus, 22. fit ex □^o 4^o & Δ^o tertio coniunctis, hoc est ex 16. & 6. Sed per 10^a huius, parte altera longior quartus, scilicet 12. cum radice quarta, scilicet 4. conficit □^u quartum. Et per diff. trianguli, triangulus quartus constat ex Δ^o 3^o & ex radice quarta. Igitur & Pentagonus quartus constituetur ex parte altera longiore quarto, scilicet 12. & ex Δ^o quarto scilicet 10. sicut proponitur demonstrandum.

$$\begin{array}{r} 12 \} 16 \} 22 \\ 4 \} 6 \\ 10 \} 6 \end{array}$$

- 17 *Omnis item pentagonus conſtruitur ex triplo præcedentis trianguli, & ex collateralis radice, coniunctis.* Exempli gratia: pentagonus quartus. ſcilicet 22. fit ex triplo tertij Δ^{li} , ſcilicet ex 18. & ex radice 4^a. ſ. 4. Nam per diffinitionem, pentagonus quartus ſcilicet 22. fit ex Δ^{lo} præcedenti tertio & ex quadrato quarto. Quadratus autem quartus ſcilicet 16. per 11^a huius, conſtat ex Δ^{lo} tertio 6. & ex Δ^{lo} quarto 10. coniunctis: & Δ^{li} quartus ex diff. Δ^{li} , conſtat ex Δ^{lo} tertio, & ex radice 4^a coniunctis. Igitur & Pentagonus 4^o conſtabit ex tribus triangulis tertijs, & ex radice quarta: quod eſt propoſitum. Vel ſic: qm̄ per præcedentem, Pentagonus 4^o conſtabat ex parte altera longiore quarti loci, & ex Δ^{lo} quarto: & per 8^a huius, parte altera longior 4^o æquiualeat duobus triangulis tertijs: & Δ^{li} quartus æquiualeat Δ^{lo} 3^o & radici quartæ: iam & pentagonus 4^o æquiualebit tribus Δ^{li} tertijs & radici 4^a quod eſt propoſitum.

$$\begin{array}{l} 22 \left\{ \begin{array}{l} 16 \\ 6 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 6 \\ 4 \end{array} \right\} 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 22 \left\{ \begin{array}{l} 12 \\ 10 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 6 \\ 6 \\ 4 \end{array} \right\} \end{array}$$

- 18 *Omnis hexagonus primus conſtat ex præcedenti triangulo, & inſuper ex ijs omnibus, ex quibus collateralis pentagonus conſtare oſtenſus eſt.* Nam, cum per diffinitionem pentagonus, una cum præcedenti triangulo conſtituat collateralē hexagonum, ſequitur vt hexagonus ipſe conſtet ex dicto iam triangulo, & ex ijs ſimul, ex quibus per duas præcedentes, conſtare oſtenſus eſt Pentagonus. Sicut proportio præſens concludit.

$$\begin{array}{l} 16 \left\{ \begin{array}{l} 22 \\ 6 \end{array} \right\} 28 \end{array}$$

- 19 *Omnis hexagonus fit ex quadrato collateralis, duploq; præcedentis trianguli.* Exempli gratia, hexagonus primus quarti loci ſcilicet 28. fit ex quadrato quarto, ſcilicet 16. & duplo præcedentis trianguli, ſcilicet 6. Nam per diffini. hexagonus conſtat ex pentagono collateralis, & ex præcedenti Δ^{lo} . Pentagonus autem ex quadrato, & ex præcedenti triangulo. Igitur hexagonus conſtabit ex quadrato, & ex duobus præcedentib. triangulis: quod eſt propoſitum.

$$\begin{array}{l} 4 \left\{ \begin{array}{l} 4 \\ 3 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 16 \\ 6 \\ 6 \end{array} \right\} \end{array}$$

- 20 *Omnis radix ducta in imparem collateralē producit hexagonum primum collateralē.* Exempli gratia: radix quarta ſcilicet 4. multiplicans quartum imparem, ſcilicet 7. facit collateralē hexagonum primum, ſcilicet 28. Nam radix 4. in ſe ducta, facit quadratum 4^o ſcilicet 16. Et eadem radix 4. in præcedentem radicem ſcilicet 3. ducta facit per 7^o huius, duplum trianguli tertij, ſcilicet 6. Sed per præcedentem, tale \square^{lo} cum duplo talis trianguli perficiunt ſimul hexagonum primum 4ⁱ loci. Ergo radix 4. ducta in ſe, & ducta in 3. hoc eſt ducta

ducta in 7. 4^a imparem, per 6^a huius, procreabit hexagonum primum 4ⁱ loci; quod est propositum.

Si ex radicibus ab unitate dispositis sumantur tres, vel quinq; vel septem, vel sub quavis impari multitudine ab unitate continuati numeri: tunc illorum aggregatum æquale erit ei, qui fit ex ductu medij in postremum. Exempli gratia: capiantur septem radices sic 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. quorum medius est 4^o scilicet 4. Aio igitur, q^d horum 7. numerorum aggregatum æquale erit ei quod fit ex multiplicatione medij scilicet 4. in postremum scilicet 7. q^d sic ostenditur. Associentur propositis radicibus totidem singuli singulis æquales, sed ordine præpostero, applicati numeri: sic fiet, vt crementa decrementis compensata faciant combinationes singulas æquales: vtq^{ue} bini medij ab extremis æquidistantes scilicet 4. & 4. sint inuicem æquales. Quare congeries totalis amborum ordinum erit planus numerus, qui fit ex ductu octonarij in septenarium: quæ sunt latera plani. Igitur & summa vnus ordinis, quæ dimidiū est totalis cumuli producet ex 4. in 7. hoc est ex medio numerorum in postremum. Quod fuit demonstrandum.

Omnis radix media inter unitatem & imparem in ordine radicum, multiplicata in talem imparem, producit triangulum imparis eiusdem collateralem. Exempli gratia, capiantur, sicut in præcedenti, quotuis imparis mult^{is} radices ab unitate continue 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. septem scilicet. Aio, quod in his radix æqualiter remota ab unitate & impari: vt 2. qui æquidistat ab vno, & a 3. multiplicata in 3. producit collateralem ipsius 3. triangulum. Nam, per præcedentem, 2. qui medius est ipsorum 1. 2. 3. trium scilicet ab unitate radicum, ductus in postremum, scilicet 3. producit aggregatum ipsorum 1. 2. 3. Sed tale aggregatum, per diffinitionem, est triangulus collateralis postremæ radicis 3. Igitur 2. ductus in 3. producit Δ^{ia} collateralem ipsius imparis scilicet 6. quod est propositum. Item 3. radix æquè remota ab unitate, & à quinario ducta i quinq;, producit 15. triangulum. s. collateralem quinarj: quia. s. per præcedentem procreat aggregatum ex ipsis 1. 2. 3. 4. 5. quod est ipse triangulus, sicut proponitur. Adhuc 4. radix æquè distans ab unitate & à 7. in 7. ipsum multiplicata generat 28. Δ^{ia} . s. collateralē ipsius septenarij: quandoquidem per præcedentem, producit aggrauatum ex ipsis 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. ipsum videlicet triangulum. Et sic deinceps, arguendo per præcedentem, & per diff. trianguli confirmatur propositum.

Hexa-

1.7
2.6
3.5
4.4—7—28.
5.3
6.2
7.1

1
2—3—6.
3

1
2
3—5—15
4
5

1
2
3
4—7—28.
5
6
7

23^a Hexagoni primi ab unitate continuati per ordinem, sunt & trianguli numeri locorum imparium. Nam per 20^a huius, radices singulae in singulos impares multiplicatae, producunt per ordinem hexagonos ipsos. At per praecedentem, radices singulae in singulos item impares ductae, procreant triangulos imparium collaterales per ordinem. Igitur & trianguli imparium locorum sunt & hexagoni per ordinem continuati: sicut demonstrandum proponitur.

COROLLARIUM.

Vnde manifestum est, quod omnis hexagonus tetragonicus est & triangulus numerus.

24^a Omnis numerus perfectus est hexagonus tetragonicus siue primus. Hoc nos sic demonstrabimus. Exponentur ab unitate continuati numeri pariter pares, hoc est, in proportionem continua dupla a. b. c. d. e. quorum aggregatum sit numerus primus, qui sit f. & ex e. postremo in f. producat

	a
1	b
2	c
4	d
8	e
16	f
32	g
31	
496	

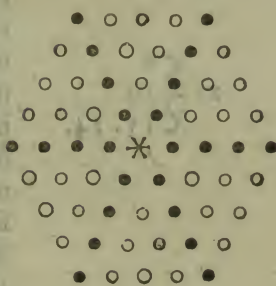
g. qui per ultimam noni elementorum Euclidis, erit numerus perfectus. Ostendendum igitur est, quod g. hexagonus est, non aequiangulus, hoc pacto. Sit ipsius e. duplus ipse h. Et tunc si ab ipso b. secundo, & ab ipso h. dematur primus, scilicet unitas, erit per penultimam noni praedicti, sicut residuum ipsius b. ad unitatem, sic residuum ipsius h. ad aggregatum ipsorum a b c d e. Sed residuum ipsius b. est unitas, & perinde aequalis unitati: Igitur & residuum ipsius h. aequale erit aggregato ipsorum a b c d e. hoc est, ipsi f. Verum si ab ipso h. duplo ipsius e. & perinde numero pari subtrahatur unitas, iam superest numerus impar collateralis ipsius e. in radicibus: Ergo talis impar est ipse f. Quare per 20^a huius, e. radix multiplicans ipsum f. collateralem imparem, generat hexagonum sibi collateralem. Fuit autem tale productum ipse numerus g. omnino igitur & g. numerus hexagonus est. quod demonstrandum fuit.

25 Omnis numerus perfectus est triangulus. Nam per praecedentem, omnis numerus perfectus est hexagonus primus. Per corollarium autem antepremissae, omnis hexagonus talis est, & triangulus: Igitur & omnis numerus perfectus est triangulus, sicut propositio concludit.

26 Omnis radix sexcuplicata & cum unitate, cumq; sexcuplo praecedentis trianguli coniuncta, consummat hexagonum aequiangulum sequentem. Exempli gratia: Sumatur 4. qui quarta radix

radix est ; & tertius triangulus, scilicet b. Aio, quòd 4. sexcuplicatus scilicet 24. cum vnitare, & cum sexcuplo ipsius 6. scilicet 36. coniunctus, conficit hexagonum æquiangulum sequentem, scilicet 61. Nam radix quarta cum tertio triangulo, per dif. Δ^{li} , conficit quartum triangulum. Igitur sexcuplum quartæ radices cum sexcuplo tertij Δ^{li} . simul efficiunt sexcuplum quarti trianguli. Quare vnitas cum sexcuplo 4^æ radices, & sexcuplo tertij trianguli simul, sunt æqualia aggregato ex vnitare & sexcuplo quarti trianguli. verum tale aggrauatum, per diffinitionem ipsius hexagoni, constituit ipsum hexagonum quintum. Ergo hexagonus quintus constituitur ex vnitare, sexcuplo radices quartæ, & sexcuplo tertij Δ^{li} . quod est propositum.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 6 \left\{ \begin{array}{l} 4-24 \\ 6-36 \end{array} \right\} 60 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 1 \\ 6 \left\{ \begin{array}{l} 4-24 \\ 6-36 \end{array} \right\} 60} \right\} 61$$



Omnis parte altera longior triplicatus & cum vnitare con- 27
iunctus, conficit hexagonum æquiangulum collateralem. Exempli gratia: Quintus parte altera longior est 20. huius triplum scilicet 60. cum vnitare efficit quintum, de quo loquimur, hexagonum scilicet 61. Nam per diffi. Hexagonus quintus constat ex vnitare & sexcuplo 4ⁱ trianguli, scilicet 10. Quintus autem parte altera longior, per 8^a huius, constat ex duobus quartis triangulis. Sequitur ergo, vt sex quarti trianguli æqualeant tribus parte altera longioribus quinti loci: vtq; hexagonus quintus conficitur ex tribus parte altera longioribus & ex vnitare: sicut proponitur.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 3-20-60 \left. \vphantom{3-20-60} \right\} 61 \\ 6-10-60 \left. \vphantom{6-10-60} \right\} 61 \\ 1 \end{array}$$

COROLLARIUM.

Vnde manifestum est, quòd omnis quadratus cum radice sua coniunctus & inde triplicatus, ac mox cum vnitare positus, conficit hexagonum æquilaterum sequentem. Nam per nonam huius, quadratus cum radice sua æqualeat parte altera longiori sequenti. vnde corollarium constat ex præmissa.

In tribus numeris æquali excessu crescentibus, congeries extre- 28
morum æqualis est duplo medij. Exempli gratia, tres numeri 3. 5. 7. binario crescentes sint. Aio quòd extremi scilicet 3. cum 7. faciunt duplum ipsius 5. Nam, quanto 3. minor est quàm 5. tanto 7. maior, quæ 5. per hypothesim. Excessus itaque binarij refarcit eiusdem defectum; & perinde excedens cum deficiente, hoc est tertius cum primo faciunt duplum medij: quòd est propositum.

$$\begin{array}{r} 3 \\ 10-2-5 \left. \vphantom{10-2-5} \right\} 10 \\ 7 \end{array}$$

In tribus

- 29 In tribus triangulis continuatis in ordine triangulorum, congeries extremorum unitate excedit duplum medij. Exempli gratia, tres capiantur continui trianguli, vtpote tertius, quartus, & quintus scilicet 6.10.15. Aio, quòd extremorum 6. & 15. unitate superat duplum medij scilicet ipsius 10. Nam in his quartus Δ^1 sua radice excedit tertium, hoc est, quaternario: Quintus autem quartum quinario, sicut ratio diffinitionis postulat. Minuatur vnitas de quinto: & superest 14. fietque vt 6.10.14. æquali cumento procedant: scilicet quaternario crescentes. Quare, per præmissam 6. cum 14. duplum faciunt ipsius 10. Igitur 6. cum 15. unitate duplum prædictum excedet. & similiter hoc ipsum in omnibus tribus continuatis Δ^1 ostendam: sicut demonstrandum proponitur.

PROPOSITIO 30^a.

Omnis triangulus quadruplicatus & cum unitate coniunctus, efficit aggregatum collateralis & sequentis quadratorum.

Exempli gratia: triangulus 4^o, scilicet 10. quadruplicatus cum unitate facit 41. aggregatum scilicet quadrato & quarti & quinti. Applico enim Δ^{10} proposito præcedentem Δ^{10} & sequentem, scilicet tertium & quintum sic 6.10.15. atque ita per 11^a propositionem huius, constabit, q̄ quartus quadratus fiet ex congerie ipsorum 10. & 6. quarti & tertij trianguloꝝ: Et similiter, quòd quintus quadratus fiet ex cumulo ipsorum 15. & 10. quinti & quarti Δ^{10} . Quo fit, vt aggregatum talium quarti & quinti quadratoꝝ, quòd est 41. constet ex congerie Δ^{10} extremorum. & ex duplo medij: Sed per præcedentem, congeries extremorum æquiualeat duplum medij & unitatē. Igitur aggregatum ex quarto & quinto quadratis constabit ex quadruplo Δ^{10} medij & ex unitate. Hoc est, ipse Δ^{10} medius, quartus in hoc casu, scilicet 10. quadrupliciter cum unitate conficiet aggregatum ex quarto, & quinto quadratis 25. scilicet & 16. sicut demonstrandum proponitur.

PROPOSITIO 31^a.

Omnis quadratus cum præcedenti quadrato, & cum sibi collateralis parte altera longiori coniunctus, consummat hexagonū æquiangulum sibi collateralem. Exempli gratia: Quadratus quintus est 25. quartus præcedens 16. parte altera longior quintus 20. Aio, quòd horum aggregatum consummat hexagonum æquiangulum quintum. Nam, per præmissam, aggregatum ex quinto & quarto quadratis, æquiualeat quadruplo trianguli quarti cum unitate iuncto. Per octauam

$$\begin{array}{r} 21 \left\{ \begin{array}{l} 6 \\ 10 \\ 15 \end{array} \right. 14. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \left\{ \begin{array}{l} 16 \\ 25 \end{array} \right\} 41 \\ 10 \left\{ \begin{array}{l} 16 \\ 25 \end{array} \right\} \\ 15 \left\{ \begin{array}{l} 16 \\ 25 \end{array} \right\} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \left\{ \begin{array}{l} 41 \\ 20 \end{array} \right\} 61 \\ 25 \left\{ \begin{array}{l} 41 \\ 20 \end{array} \right\} \\ 10-20 \left\{ \begin{array}{l} 41 \\ 20 \end{array} \right\} \end{array}$$

uam autem huius, parte altera longior quintus æquualet duplo trianguli quarti. Ergo aggregatum ex quinto & quarto quadratis, & ex parte altera longiori quinto, æquualet sexcuplum trianguli quarti & vnitatem. verum tale sexcuplum cum vnitatem cōstituit hexagonum æquiangulum quintum, sicut eius diffinitio supponit: Igitur hexagonus æquilaterus quintus consummabitur ex aggregato quinti & quarti quadratorum, & quinti parte altera longioris: quod fuit ostendendum. Similiter in omni casu procedam propositum demonstrans.

PROPOSITIO. 32^a.

Omnis hexagonus tetragonicus cum præcedenti quadrato coniunctus complet hexagonum æquiangulum sibi collateralem.

Nam, nisi diffinitiones oblitus es, Hexagonus tetragonicus siue primi generis vocetur, constituitur ex quadrato collaterali, & ex duplo Δ^i præcedentis: Exempli gratia hexagonus talis quinti loci, scilicet 45. fit ex quinto quadrato 25. & ex duplo trianguli quarti 10. Sed tale duplum, per octauā huius, est parte altera longior quintus scilicet 20. ergo hexagonus tetragonicus quintus æquualet aggregatū ex quinto quadrato, & quinto parte altera longiore. verum per præmissam quintus quadratus, cum quarto quadrato & cum quinto parte altera longiore consummat hexagonum æquilaterum quintum. Igitur hexagonus tetragonicus quintus cum quadrato quarto conflabit hexagonum æquiangulum quintum: quod fuit demonstrandum. Et similiter in omni casu demonstrabo propositum.

$$45 \left\{ \begin{array}{l} 10 \\ 10 \\ 25 \\ 16 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 20 \\ 61 \end{array}$$

PROPOSITIO. 33^a.

Sunt plerique numeri quadrati, qui coniuncti quadratum numerum faciunt. Sumatur enim quilibet in ordine imparium quadratus: namque his cum præcedenti quadrato in ordine quadratorum sumpto cōiunctus, per 13^a huius, quadratum conficit. Exempli gratia. 9. quadratus, quintus in ordine imparium, cum quadrato quarto 16. conficit 25. quadratum quintum. Item 25. quadratus, tredecimus impar cum duodecimo quadrato scilicet 144. coniunctus, conficit 169. quadratum videlicet tredecimum. Idemque semper fit in oī quadrato impari. Constat ergo per 13^a veritas propositi. Et aliter sic: sumantur duo inæquales quadrati numeri, aut ambo pares, aut ambo impares, siue duo plani similes a b. & b c. qui cū parem numerum faciant, iam totius a c. dimidius par erit.

$$\begin{array}{l} 9 \} 25 \\ 16 \} \\ 25 \} 169 \\ 144 \} \end{array}$$

a	b	d	c
	9	5	17
		e	
		225	
		f	
		64	
		g	
		289	

par erit. Esto igitur ipse dimidius a d. qui iam excedit ipsum a b. numerum ipso b d. ducatur numerus a b. in ipsum b c. & fiat e. igitur quadratus numerus erit e. per primam noni elementorum. Quandoquidem ex ductu quadratorum seu similium planorum fit. Sit deinde \square^{us} ipsius b d. ipse f. numerus. Ac denique ipsius a d. vel d c. quadratus ipse g. numerus. Sic enim, per quintam secundi elementorum ad numeros redactam, constabit quod ipsorum, e f. quadratorum aggregatum est æquale ipsi g. quadrato. Cōstat ergo rursus propositū.

PROPOSITIO 34^a.

Omnis pyramis triangula cum præcedenti pyramide triangula coniuncta, construit pyramidem quadratam sibi collateralem. Nam facilitatis gratia, capiatur pyramis quinta constans per diff. ex quinque triangulis. 1. 3. 6. 10. 15. & pyramis quarta constans ex 4^{or} triangulis. 1. 3. 6. 10. Aio, quod horū aggregatum facit pyramidem \square^{a} quinta. Nam per 1^a huius, secundus triangulus ab unitate scilicet 3. cum unitate facit 2^u quadratum scilicet 4. Item 2^o & 3^o trianguli, scilicet 3. & 6. faciunt 3^u \square^{u} scilicet 9. Item 3^o & 4^o Δ^{li} scilicet 6. & 10. faciunt 4^u \square^{u} scilicet 16. Adhuc 4^o & 5^o trianguli 10. scilicet & 15. faciunt quintum quadratum 25. igitur unitas, & aggregata talium quadratorum consumant quinque per ordinem ab unitate quadratos: & ideo, per diffin. construunt ipsam \square^{a} quintam pyramidem: idemque similiter, in omni exemplo, cuiuslibet pyramidis Δ^{li} & præcedenti demonstro, per 11^a huius arguendo toties, quoties combinatur Δ^{li} . Quare pyramis quinta Δ^{li} scilicet 35. cum præcedenti pyramide Δ^{li} scilicet 20. construunt 55. pyramidem \square^{a} quintā. Quod est propositum.

PROPOSITIO 35^a.

Omnis pyramis pentagona constituitur ex pyramide triangula collaterali, & ex duplo præcedentis. Cum per diff. Pentagona pyramis construatur ex pentagonis ab unitate per ordinē aggregatis: iā, exēpli grā, quinta pyramis pentagona constabit ex unitate, & quatuor sequentibus pentagonis superficialibus. Quatuor aut tales pentagoni, per diffin. sūt ex coniunctione quatuor collateralium quadratorum, & quatuor præcedentium Δ^{loz} singuli singulorum. Quadrati quoque tales 4^{or} per 11^a huius constāt ex coniunctione quatuor collateralium Δ^{loz} & totidem præcedentium Δ^{loz} . igitur quinta pyramis pentagona constabit ex aggregatione unitatis quatuor sequentium triangulorum, duplici totidem præcedentiū triangulorum.

1	1	3	5
3	3	6	12
6	6	10	22
10	10	15	35
20	20	35	75

gulorum. Sed per diffi. vnitas, & quatuor sequentes Δ^i faciunt pyramidem Δ^{ia} quintam: & quatuor præcedentes Δ^i faciunt Δ^{ia} pyramidem quartam. Ergo quinta pyramis pentagona constructur ex aggregatione pyramidis Δ^{ie} quintæ, duploque 4^a. Quod est propositum. Similis est cæterorum locorum demonstratio.

PROPOSITIO 36^a.

Omnis pyramis pentagona conflatur ex pyramide quadrata collateralis, & ex pyramide Δ^{ia} præcedenti. Nam, cum exempli gratia, pyramis pentagona 5^a per præcedentem, æquiualeat aggregato ex quinta Δ^{ia} pyramide, & ex duplo pyramidis Δ^{ie} quartæ: & per ante præmissam, pyramidis Δ^{ie} quintæ, & pyramidis triangulæ quartæ cumulus construat pyramidem quadratam 5^a, sequitur vt cogeris pyramidis quadratæ, quin

$$75 \left\{ \begin{array}{l} 20 \\ 20 \\ 35 \end{array} \right\} 55$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 4 \cdot \text{pyr. } \Delta^{ia} \\ 4 \cdot \text{pyr. } \Delta^{ia} \\ 5 \cdot \text{pyr. triang.} \end{array} \right\} \text{pyr. } \Delta^{ia} \left\{ \begin{array}{l} 5 \cdot \text{pyr. } \Delta^{ia} \\ 5 \cdot \text{pyr. } \Delta^{ia} \\ 5 \cdot \text{pyr. } \Delta^{ia} \end{array} \right\} 5 \cdot \text{pyr. } \Delta^{ia}$$

PROPOSITIO 37^a.

Omnis pyramis hexagona tetragonica constituitur ex pyramide pentagona collateralis, & ex pyramide triangula præcedenti. Exempli gratia, ostendam qd pyramidis hexagona quinta æqualeat aggregato duarum pyramidum, scilicet pentagonæ collateralis, & triangulæ quartæ: sic per diffin. pyramidis hexagona quinta coalescit ex vnitate & ex quatuor hexagonis superficialibus sequentibus: tales autem hexagoni, per diff. singuli ex quatuor pentagonis collateralibus, & ex totidem præcedentibus triangulis. Cumque vnitas & quatuor pentagoni sequentes, per differen. faciant quintam pyramidem pentagonam: quatuorque trianguli præcedentes conficiant quartam pyramidem triangulum: Iam, pyramis hexagona quinta, scilicet 95. conflabitur ex Pyramide pentagona quinta scilicet 75. & ex pyramide triangula quarta, scilicet 20. & similiter per aliis locis accommodabitur demonstratio propositi.

PROPOSITIO 38^a.

Omnis pyramis hexagona tetragonica constat ex pyramide triangula præcedenti, & insuper ex ijs, ex quibus pentagona pyramis collateralis constare ostensa est. Cū enim, per præcedentem, pyramidis hexagona, exempli gratia, quinti loci cōstet ex Δ^{ia} pyramide 4^a & ex pyramide pentagona quinta, & pentagona pyramides

	1	1
1.	5	6
3.	12	15
6.	22	28
10.	35	45
20.	75	95

$\left. \begin{array}{l} 35 \\ 20 \\ 20 \\ 20 \end{array} \right\} 95$ pyramidis quinta, per 35^a constet ex pyramide triangula
 quinta, & ex duplo pyramidis triangulae quartae. Iam sequitur
 ut pyramidis hexagona quinta constet ex pyramide triangula
 quinta, & ex triplo pyramidis triangulae 4^a . Et similiter, cum
 per ante praemissam pyramis pentagona 5^a conflatur ex py-
 ramide \square^{ra} quinta, & ex pyramide triangula quarta: & per
 $\left. \begin{array}{l} 55 \\ 20 \\ 20 \end{array} \right\} 95$ praemissam pyramis hexagona 5^a superaddat pyramidi pen-
 tagonae 5^a pyramidem triangulam quartam: non minus se-
 quitur ut pyr^{is} hexagona quinta aequiualeat aggregatum ex
 pyr^{de} quadrata quinta, duploq; triangulae pyramidis quartae:
 sicut praesens propositio concludit.

PROPOSITIO. 39^a .

*Omnis pyramis hexagona aequiangula constat ex radice colla-
 terali, tanquam axe, & ex pyramidis triangulae praecedentis sex-
 cuplo.* Haec propositio facillime demonstratur ea ipsius

1. pyramidis hexagonae, & hexagoni sui diffinitionibus. Exēpli
 gratia, pyr^{is} hexagona aequiangula 5^a loci, scilicet 125. per
 $\left. \begin{array}{l} 1. 6. 1. 7. \\ 3. 18. 1. 19. \\ 6. 36. 1. 37. \\ 10. 60. 1. 61. \end{array} \right\} 6$ diff. constat ex vnitare & ex quatuor sequentibus hexagonis
 aequiangulis. tales autem hexagoni per diff. singuli constant
 ex singulis vnitatibus & ex praecedentibus Δ^is singulis sexcu-
 plicatis. Verum singuli tales Δ^i (qui sunt quatuor ab vni-
 tate, construunt; per diff. pyramidem triangulam 4^a . & per-
 inde sexcuplicati construunt sexcuplum pyramidis triangu-
 lae quartae. Igitur dicta pyramis hexagona 5^a constabit ex
 quinque vnitatibus, 5^a scilicet radice, & ex pyramidis trian-
 gulae quartae sexcuplo: estque talis radix quali axis ipsius py-
 ramidis constans ex vnitare verticali, ac quatuor vnitatibus
 centralibus hexagonorum pyramidem ipsam integrantium.
 Et similiter per quocunque pyramide, sicut pro 5^a factum
 est, ratiocinari possumus ad demonstrationem propositi.

PROPOSITIO. 40^a .

*Omnis pyramis hexagona aequiangula construitur ex aggre-
 gato pyramidis hexagonae tetragonicae collateralis & praecedentis
 pyramidis quadratae.* Exempli gratia: pyramis hexagona
 aequiangula 5^a loci fiet ex congerie pyramidis hexagone te-
 tragonicae 5^a , & pyramidis \square^{ra} quartae. Nam per diff. pyramis
 hexagona aequiangula 5^a constat ex vnitare & ex 4^or sequen-
 tibus hexagonis aequiangulis. Tales autem 4^or hexagoni sin-
 guli, per 32^a huius propositionem, constat ex singulis hexa-
 gonis tetragonice collateralibus, & ex singulis quatuor
 praecedentibus quadratis. Verum vnitatis cum quatuor dictis
 hexagonis

1—1
 1. 6—7
 4. 15—19
 9. 28—37
 16. 45—61
 30. 95—125

hexagonis tetragonis construunt, per diff. pyramidem hexagonam tetragonam quintam: & dicti quatuor quadrati ab unitate, constituunt pyramidem quadratam quartam. Igitur pyramis hexagona æquiangula quinta cōflabitur ex pyramide hexagona tetragonica quinta, & ex pyramide quadrata quarta: quod erat demonstrandum. Similiter per 3^a & diffinitiones in cæteris locis, verificatur propositum.

PROPOSITIO 41^a.

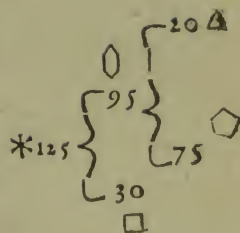
Omnis pyramis hexagona æquiangula æqualis est aggregato trium pyramidum, scilicet pentagonæ collateralis, ac triangulæ & quadratæ præcedentium. Exempli gratia, dico quòd pyramis hexagona æquiangula quinti loci. s. 125. æquiualeat tres pyramides. s. pentagonam quintam 75. vnà cum triangula quarta, scilicet 20. & quadrata quarta, scilicet 30. Nam per præcedentem, pyramis hexagona æquiangula quinta æquiualeat duas pyramides, scilicet hexagonam tetragonicam collateralem 95. & quadratam quartam, scilicet 30. Per 37^a autem propositionem huius, hexagona tetragonica quinta æquiualeat duas, scilicet pentagonam quintam & triangulam quartam pyramides, scilicet 75. & 20. Igitur hexagona æquiangula quinta æquiualebit tres, scilicet pentagonam quintam, triangulam quartam, & quadratam quartam, sicut fuit demonstrandum: & eodem syllogismo in omni casu constabit semper propositum.

PROPOSITIO 42^a.

Omnis columna quadrata, siue cubus, componitur ex duabus columnis triangulis, scilicet collateralis & præcedenti, & ex præcedenti triangulo. Exempli causa, dico, quòd cubus quintus scilicet 125. componitur ex duabus columnis triangulis, scilicet quinta 75. & quarta, scilicet 40. & ex triangulo quarto, scilicet 10. Nam, per diff. cubus talis conficitur ex quinque quadratis quintis: tales autem quadrati, per vndecimam huius, constant ex quinque triangulis quintis & ex totidem quartis. Verùm quinque trianguli quinti, per diff. faciunt columnam triangulam quintam: quinque autem trianguli quarti, faciunt columnam triangulam quartam & vnum triangulum quartum. Igitur cubus assumptus quinti loci æquiualebit aggregatum duarum pyramidum triangularum quintæ & quartæ, & trianguli quarti: sicut demonstrandum fuit. Et simili argumento, quod pro quinto loco, pro quocunque alio procedam ad confirmandum propositum.

X

P R O-



$$\begin{array}{r}
 10 - 10. 15 - 25 \\
 10. 15 - 25 \\
 10. 15 - 25 \\
 10. 15 - 25 \\
 10. 15 - 25 \\
 \hline
 10. 40. 75 - 125
 \end{array}$$

PROPOSITIO 43.

$10 \text{ --- } 25 \text{ --- } 35$ Omnis columna pentagona conſtruitur ex duabus columnis,
 $10.25 \text{ --- } 35$ ſcilicet quadrata collateralis, triangula præcedenti, & ex triangulo
 $10.25 \text{ --- } 35$ præcedenti. Exempli gratia, columna pentagona quinta 175.
 $10.25 \text{ --- } 35$ aio, quod conficitur ex duabus columnis, ſcilicet quadrata
 $10.25 \text{ --- } 35$ quinta 125. & triangula quarta, ſcilicet 40. & ex triangulo
 $10.40 \text{ --- } 125 \text{ --- } 175$ quarto, ſcilicet 10. Nam per diff. columna pentagona quinta
 coaceruatur ex quinque pentagonis quintis. Talesque pen-
 tagoni, per diffin. ex quinque quadratis quintis, totidemque
 triangulis quartis. Cumque quinque quadrati quinti confi-
 ciant, per diffin. columnam quadratam, ſive cubum quintum:
 atque, cum quinque trianguli quarti æquiualeant colum-
 nam triangulam quartam, & triangulum quartum; iam
 planè ſequitur, vt columna pentagona quinta æquiualeat
 cubum quintum, columnam triangulam quartam, & trian-
 gulum quartum. Neque aliud fuit demonſtrandum. Sed
 argumentatio pro quinto loco facta, ſimiliter ad aliud quem-
 nis accomodabitur, ſicut propositio concludit. Potes autem
 hic, pro cubo, ſubſtituere ea, quibus per præcedentem æqui-
 ualet cubus. Sic enim columna pentagona æquiualebit trian-
 gulam columnam collateralem, duplum columnæ triangulæ
 quartæ, duplumque trianguli quarti.

PROPOSITIO 44.

Omnis columna hexagona tetragonica conſtituitur ex collate-
 rali columna pentagona, exq. præcedenti columna triangula vnà
 cum præcedenti triangulo. Exempli gratia, columna hexagona
 $10 \text{ --- } 35 \text{ --- } 45$ tetragonica quinta, ſcilicet 225. conficitur ex quinta columna
 $10.35 \text{ --- } 45$ pentagona ſcilicet 175. & ex quarta columna triangula, ſcili-
 $10.35 \text{ --- } 45$ cet 40. vnà cum quarto triangulo, ſcilicet 10. Nam, per
 $10.35 \text{ --- } 45$ diffin. columna hexagona tetragonica quinti loci, coaleſcit ex
 $10.35 \text{ --- } 45$ quinque hexagonis tetragonis. Tales autem hexagoni con-
 $10.40 \text{ --- } 175 \text{ --- } 225$ ſtant per diffin. ex quinque pentagonis eiſdem loci, & ex
 totidem triangulis loci quarti. Porro quinque pentagoni
 quinti conficiunt per diff. columnam pentagonam quintam.
 Et quinque trianguli quarti æquiualent columnæ triangulæ
 quartæ & triangulo. Igitur columna hexagona tetragonica
 quinta perficitur ex columna pentagona quinta, & ex colum-
 na triangula quarta. & ex triangulo quarto: quod erat oſten-
 dendum; vtque pro quinto factum ſic pro cæteris locis prio-
 ribus, vel poſterioribus argumentare, ad demonſtrandum
 propoſitum. Et pro pentagona columna ſubſtituere potes ea,
 quæ

quæ per præmissam pentagonæ æquivalent. Sic concludet, columnam hexagonam tetragonicam æquivalere aggregatum columnæ quadratæ collateralis, dupli columnæ triangulæ quartæ, dupli quæ trianguli quarti.

PROPOSITIO 45.

Omnis columna hexagona æquiangula æquivaleret aggregato ex columna hexagona tetragonica collateralis, & ex cubo, quadratoque præcedentibus. Exempli gratia, columna hexagona æquiangula quinti loci scilicet 305. æquivaleret aggregato ex columna hexagona tetragonica quinta, scilicet 225. & ex cubo quarto, scilicet 64. quadratoque quarto, scilicet 16. Nam, per diff. columna hexagona æquiangula quinta constat ex quinque hexagonis æquiangulis. Tales autem hexagoni componuntur, per 3^a. huius, singuli ex coniunctione singulorum hexagonorum tetragonorum eiusdem quinti loci, & totidemque quadratorum quarti loci. Sed quinque quadrati in quarto loco valent cubum quartum, & quadratum eiusdem loci simul. Et quinque hexagoni tetragonici ex quinto loco faciunt, per diff. columnam tetragonicam quintam. Igitur columna hexagona æquiangula quinta, valet aggregatum columnæ hexagonæ tetragonicæ quintæ, cubi quarti, & eiusdem quadrati: quod ostendendum fuit. Quæ demonstratio, sicut quinto loco, ita & alijs accommodatur, ad confirmandam propositi veritatem.

COROLLARIUM.

Et pro columna hexagona tetragonica, substituere potes quicquid in præmissis, tali columnæ ostensum est æquivalere. Sic concludere possum, quod columna hexagona æquiangula æquivaleret columnam pentagonam collateralem, columnam triangulam cum suo triangulo, & cubum cum suo quadrato præcedentes. cæteras æquipollentias omitto, ne pluribus, quàm decet, negotium agam.

PROPOSITIO 46.

Omnis columna hexagona æquiangula coagmentatur ex radice collateralis tanquam axe, & ex congerie præcedentis triangulæ columnæ, sui, trianguli sexcuplicata. Nam, per diff. talis columna cõstruitur ex hexagonis æquiangulis; hexagoni autem ex cẽtralibus unitatibus, & sexcuplo triaguli præcedẽtis. Exẽpli grã, colũna hexagona æquĩagula quĩta 305. p diff. cõlstruitur ex quĩq; hexagonis æquĩagulis, hoc ẽ, quĩcuplo ipsĩ 61. quĩti loci.

X 2

Tales.

$$\begin{array}{r} 125 \\ 17 \left\{ \begin{array}{l} 40 \\ 10 \end{array} \right. \\ 225 \left\{ \begin{array}{l} 40 \\ 10 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \text{ --- } 45 \text{ --- } 61 \\ 16.45 \text{ --- } 61 \\ 16.45 \text{ --- } 61 \\ 16.45 \text{ --- } 61 \\ 16.45 \text{ --- } 61 \end{array}$$

$$16. 64. 225. 305$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ 225 \left\{ \begin{array}{l} 40 \\ 10 \end{array} \right. \\ 305 \left\{ \begin{array}{l} 64 \\ 16 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10. 60. 1-61 \\ 10. 60. 1-61 \\ 10. 60. 1-61 \\ 10. 60. 1-61 \\ 10. 60. 1-61 \\ 305 \end{array}$$

PROPOSITIO 49^a.

Omnis columna triangula æqualis est pyramidi pentagoni collateralis. Exempli gratia, columna triangula quinta est 75. quem numerum dico esse pyramidem pentagonam quintam.

Nam per antepremissam, columna triangula quinta valet pyramidem quadratam 5^a, & pyramidē Δ^{la} quartam. & per 36^a tales duę pyramides conficiunt pyramidem pentagonam 5^a. quamobrem pyramis pentagona quinta valebit columnam Δ^{la} 5^a. quod fuit demonstrandum. Eodemque argumento utar pro alio quouis loco, sicut propositio sentit.

PROPOSITIO 50^a.

Omnis columna triangula, cum duplo sui trianguli, æquualet triplo pyramidis triangula collateralis. Exempli gratia, columna Δ^{la} quinta 75. vnā cum duplo sui trianguli. scilicet cum 30. dico q̄ æquualet triplum Δ^{la} pyramidis quintæ. scilicet 35. Nam, per antepremissam, columna Δ^{la} quinta valet tres pyramides triangulas. scilicet 5^a. & duas quartas. Apponantur utrobique duo trianguli quinti, & fient columna 5^a, cum duobus triangulis 5^{is} simul accepta æqualis tribus pyramidibus triangulis. scilicet 5^{is}, duabus quartis, vnā cum duobus triangulis quintis: sed duę pyramides 4^{te} cum duobus Δ^{lis} quintis, faciunt per diff. duas pyramides 5^{as}. Igitur columna triangula 5^a cum duobus triangulis 5^{is} valebit tres pyramides triangulas quintas. quod fuit demonstrandum. Quæ argumentatio ad omnem alium locum accommodari potest, sicut propositio concludit.

PROPOSITIO 51^a.

Omnis cubus æqualis est pyramidi hexagonæ æquiangula collateralis. Exempli gratia, cubus quintus scilicet 125. qui & idem numerus est pyramis hexagona æquiangula quinta. Quod sic ostendam. Cubus 5^o, per 42^a æqualis est aggregato columnarum Δ^{la} quintæ & 4^{te}, necnon & trianguli quarti. At per 41^a pyramis hexagona æquiangula quinta æqualis est aggregato pyramidis pentagonæ quintæ: pyr^{dis} □^{te} quartæ, & pyramidis triangulæ 4^{te}. Demonstrandum est igitur nobis, quòd hæc duo prædicta aggregata sunt inter se æqualia: sic enim per communem animi conceptum sequetur, ut cubus & pyr^{is} hexagona æquiangula 5ⁱ loci, sint inuicem æquales. Auferatur ab illo quidem aggregato columna triangula 5^a: ab hoc vero aggregato pyr^{is} pentagona 5^a iampridē per antepremissam æquales: Et demonstrandū erit, quòd duo residua inde. scilicet aggregatum columnæ triangulæ quartæ & Δ^{li} quarti;

X 3

hinc

$$\text{pyr. } \Delta^{la} 4^a.$$

$$\begin{array}{l} \text{col. } \Delta^{la} 75 \\ 5^a \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 20 \\ 55 \end{array} \right\} 75 \cdot \text{pyr. } \square^{ta} 5^a$$

$$\begin{array}{l} 75 \\ 15 \\ 15 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 35 \\ 20 \\ 15 \end{array} \right\} 35$$

$$\begin{array}{l} \text{cub}^o 5^o \\ 125 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{col. triangula } 5^a \cdot 75 \\ \text{col. triangula } 4^a \cdot 40 \\ \text{triangulus } 4^o \cdot 10 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} \text{Pyr. hex. } \Delta^{na} 5^a \cdot 75 \\ \text{Pyr. } \square^{ta} 4^a \cdot 30 \\ \text{Pyr. } \Delta^{la} 4^a \cdot 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{col. triag. quarta. } \left\{ \begin{array}{l} \text{pyr. } \square^{ta} 4^a \cdot 30 \\ \text{pyr. } \Delta^{na} 4^a \cdot 40 \end{array} \right\} \\ 40 - \text{pyr. } \Delta^{na} 4^a \cdot 40 \\ \hline \text{pyr. } \Delta^{la} 5^a \cdot 10 \end{array}$$

$$\Delta'' 4^3 \\ 10 \text{ --- } \Delta'' 4^2 \text{ --- } 10.$$

$$\text{Pyr.} \square \cdot 4^{\text{ta}} \text{ --- } \text{pyr.} \square \cdot 4^{\text{ta}} \\ 30. \quad 30.$$

$$\text{Pyr.} \Delta^{11} 3^2 \quad \left. \begin{array}{l} 10 \\ \Delta'' 4^2 \text{ --- } 10 \end{array} \right\} \text{pyr.} \Delta^{11} 4^2 \quad 20.$$

hinc autem aggregatum pyramidis $\square^{11} 4^2$, & pyramidis triangulae quartae, sunt inuicem equalia: quod sic patet. Per antepremissam rursus, columna triangula quarta, aequalis est pyramidi pentagonae quartae: pyramis autem pentagona quarta, per 36^1 , aequalis est pyramidi quadratae quartae, & pyr^{di} triangulae tertiae. Quomobrem, columna triangula 4^2 , vnà cum Δ^{10} quarto, aequalis erit cum illo trium, scilicet pyramidis \square^{11} quartae, pyramidis triangulae tertiae & trianguli 4^1 . Ostendendum est igitur, quod dictus cumulus aequalis est aggregato pyramidis quadratae 4^2 & pyramidis triangulae 4^2 . Auferatur vtrinque, scilicet tam ab illo cumulo, quàm ab hoc aggregato pyramis quadrata 4^2 . & demonstrandum supererit, quod pyramis triangula tertia vnà cum Δ^{10} quarto aequalis est pyramidi triangulae 4^2 : quod tandem constat per diffin. ipsius pyr^{dis} triangulae: quippe quae assumpto semper sequenti triangulo procreat sequentem pyramidem. Qua argumentatione, sicut in quinto, ita & in quolibet alio praecedenti vel sequenti loco, semper constabit propositum.

COROLLARIUM.

QVONIAM igitur singuli cubi ab vnitatem ordinati sunt singulis pyramidibus hexagonis aequilateris ab vnitatem dispositis, collateralibus aequales; propterea manifestum est, quod cuborum differentiae sunt pyramidum praedictarum differentiis singulae singulis aequales, hoc est, ipsis hexagonis aequiangulis. Ac, sicut ex talium hexagonorum ad vnitatem successiua coaceruatione pyramides praedictae per ordinem construuntur, ita & cubi procreantur. Suntque ipsi hexagoni cuborum gnomones ab vnitatem continuati.

PROPOSITIO 52^a.

Omnis cubus cum sequenti hexagono aequiangulo coniunctus constituit cubum sequentem. Hec propositio constat ex praecedenti corollario. Sed & aliter hic ipsam demonstrabo. Disponantur numeri sic: vnitatem 4. & 5. Item horum quadrati 16. & 25. & parte altera longior ex 4. in 5. factus scilicet 20. Item eorum cubi 64. & 125. deinde ex 4. in 20. fiat 80. & ex 5. in 20. fiat 100. Quibus dispositis cum 64. sit cubus quaternarij, atque 125. cubus quinarij, ostendendum est, quod 64. 4^3 cubus cum 5^o hexagono aequiangulo coniunctus constat cubum 5^o 125. quod sic patet: Quia, per 9^o huius 4. est differentia ipsorum 16. & 20. per 10^o huius 5. est differentia ipsorum 20. & 25. atque p^{te} 4. multiplicans ipsos 16. & 20. facit ipsos 64. & 80. Itemque;

$$\begin{array}{r} 4 \cdot 5 \\ 16 \cdot 20 \cdot 25 \\ 64 \cdot 80 \cdot 100 \cdot 125 \end{array}$$

Itemque ipse 5. multiplicans ipsos 20. & 25. facit ipsos 100. & 125. propterea necesse est, vt differentia ipsorum 64. & 80. sit ipse 16. vtque differentia ipsorum 80. & 100. sit ipse 20. vtque differentia ipsorum 100. & 125. sit ipse 25. quoniam differentia productorum producit ex multiplicata in differentiam multiplicatorum. Igitur differentia ipsorum cuborum 64. & 125. constabit ex congerie trium numerorum 16. 20. & 25. qui quidem sunt in hoc exēplo, quadratus quintus, parte altera longior quintus & quadratus 4^o: qui cum, per 31^a huius, faciant simul acceptæ hexagonum æquiangulum quintum: sequitur, vt talis hexagonus sit differentia dictorū cuborum: hoc est, vt cubus quartus 64. cum dicto hexagono quinto scilicet 61. coniunctus constituat cubum quintum 125. quod demonstrandum in hoc exemplo assumpsimus: similiter in omni alio casu id idem demonstraturi: sicut proponitur.

COROLLARIUM.

Hinc ergo rursus manifestum est, quod sicut hexagoni æquilateri ab vnitae continuati, pyramides hexagonas æquiangulas, ita & cubos ordinatim coaceruant.

PROPOSITIO 53^a.

Omnis parte altera longior, quadruplicatus cum vnitae, conficit quadratum collateralis imparis. Nam parte altera longior, per nonam huius, constat ex præcedenti quadrato, suaq; radice. Igitur quadruplicatus facit quadruplū talis quadrati (quod quadruplum est numerus quadratus) & quadruplum prædictæ radice, hoc est, duplum radice huic quadrato debite. Itaque parte altera longior quadruplicatus cum vnitae, efficit congeriem ex quadrato quodam, duploq; suæ radice atque vnitae confectam. Sed, per 14^a huius, talis congeries est quadratus sequens: Igitur parte altera longior quadruplicatus cum vnitae facit quadratum: qui cum impar sit, propter vnitatis additionem, erit omnino & radix eius impar. Qui scilicet constat ex præcedenti radice duplicata cum vnitae, & per inde est impar ipsius parte altera longioris collateralis. Exempli gratia: numerus 30. parte altera longior sexti loci quadruplicatus cum vnitae facit 121. quadratum vndenarij sexti imparis. Nam 30. per nonam constat ex præcedenti quadrato 25. scilicet quinto, & ex quinta radice 5. quadruplum autem ipsius 25. est 100. quadratus paris in sexto loco. Quadruplum verò, eius radice scilicet 5. est du-

X 4

plum

$$4 \begin{cases} 25 & \text{---} & 100 \\ 5 & \text{---} & 20 \\ & & 1 \\ 11 & \text{---} & 11 & \text{---} & 121 \end{cases}$$

plū radice ipsius 100. Igitur quadruplum totius 30. est aggregatum ipsius 100. duploque suæ radice: quod cum unitate, facit per 14^a, \square^{tu} sequentē. s. 11. radice, qui est impar sexti loci. Quod est demonstrandum. Similiter, quod pro sexto loco syllogizamus, ubi vis accommodabis. sicut proponitur. PROPOS. 54^a.

Omnis triangulus octuplicatus cum unitate, conficit sequentis imparis quadratum. Exempli gratia, 15. 5^o Δ^{to} octuplicatus facit 120. qui cum unitate facit 121. \square^{tu} sexti imparis. s. 11.

Nam per 8^a huius, 5^o triangulus duplicatus facit 30. sextum parte altera longiorem. Sed, per præcedentem, 6^o parte altera longior quadruplicatus cum unitate, conficit \square^{tu} 6ⁱ imparis 11. Igitur & triangulus 5^o 15. octuplicatus cum unitate faciet eundem \square^{tu} sexti imparis 11. quod erat demonstrandum. Quæ demonstratio & alijs locis interuiet. sicut proponitur.

PROPOSITIO 55^a.

Quod fit ex radice in parte altera longiore collateralis cum quadrato collateralis coniunctum, conflat cubum collateralem.

Exempli gratia: quinta radix 5. ducta in 5^a parte altera longiorem. s. 20. facit 100. hoc autē iunctum cum quinto \square^{to} 25. facit

$$\begin{array}{r} 5 \left\{ \begin{array}{l} 20 \text{ — } 100 \\ 5 \text{ — } 25 \end{array} \right. \\ \hline \text{cubus quintus } 125 \end{array}$$

125. quintum cubum. Nam per diffin. 5. in se ductus, facit suum quadratum 25. quinti loci: & idem 5. cum quinto parte altera longiori 20. per decimam huius, facit 25. quadratum 5^u. Sed per primam secundæ Elementorū ad nūos relata, quod fit ex 5. in se, quodque; ex quinq; in 20. est æquale simul ei, quod fit ex 5. in aggregatum ex 5. & 20. qui quadratus est ipsius 5.

Igitur \square ipsius quinq; cum producto ex 5. in 20. parte altera longiori quinto, simul sunt æqualia ei, quod fit ex 5. in suum \square^{tu} 25. hoc est cubo ipsius quinarij: quod fuit demonstrandum. utque; in loco quinto, similiter & alibi constabit propositum.

PROPOSITIO 56^a.

Quod fit ex radice in triangulum præcedentem duplicatum, & cum quadrato radice coniunctum, conflat cubum radice.

Exempli gratia, quod fit ex 5. radice quinta in 10. triangulū 4^u. s. 50. duplicatum est 100. hoc cum 25. quadrato radice,

$$\begin{array}{r} 5 \left\{ \begin{array}{l} 10 \left\{ \begin{array}{l} 50 \\ 50 \end{array} \right. \\ 5 \text{ — } 25 \end{array} \right. \\ \hline 125 \end{array}$$

conflat 125. cubum radice. Nam, per 8^a huius 10. triangulus 4^o duplicatus facit 20. parte altera longiorem 5^u: quare productū ex 5. in 10. s. 50. est dimidium producti ex 5. in 20. & ideo 50. duplicatum facit productum ex 5. in 20. Sed per præcedentem, productum ex 5. in 20. cum \square^{to} ipsius 5. facit cubum ipsius 5. Igitur & 50. duplicatum, hoc est, 100. cum \square^{to} ipsius 5. facit cubū eundē 5^æ radice. s. 125. quod est propositum.

PRO-

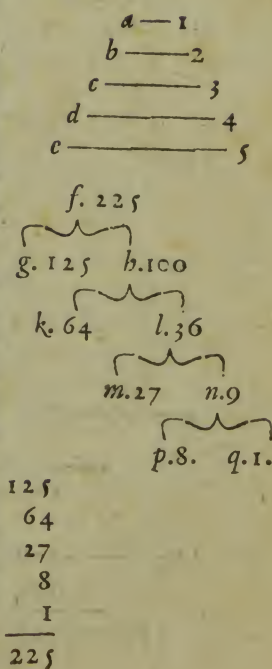
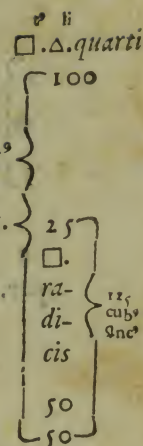
PROPOSITIO 57^a.

Omnis cubus cum trianguli precedentis quadrato cōiunctus, efficit quadratum trianguli collateralis. Exempli gratia, cubus radix. 5^a quintus 125. cum quadrato trianguli quarti 10. hoc est cum 100. coniunctus, efficit 225. quadrati scilicet trianguli quinti 15. Quod sic ostenditur. Radix quinta 5. cū triangulo quarto 10. per diffinitionem, conficit triangulum quintū 15. quare, $\Delta^o 4^o$ est 225. per quartam secundi Elementorum ad numeros redactam, duo quadrata scilicet dictæ radice, & dicti triaguli quæ sunt 25. & 100. vnà cum duplo eius, quod ex radice fit in triangulum, hoc est duplo ipsius 50. conficiunt quadratum trianguli quinti, scilicet 225. Sed, per præcedentem, tale duplum vnà cum quadrato talis radice, hoc est 100 cum 25. facit cubum ipsius radice. Igitur cubus ipse quintus cū quadrato trianguli quarti, hoc est 125. cum 100. simul efficient quadratum trianguli quinti, scilicet 225. Quod fuit ostendendū. Quæ argumentatio à quinto ad alios locos transferetur, ad probandum propositum.

PROPOSITIO 58^a.

Omnis trianguli quadratus, æqualis est aggregato cuborum ab vnitate vsque ad cubum triangulo collateralem inclusiue sumptorum. Sit, exempli gratia, triangulus numerus quintus, qui, per diffinitionem ex vnitate a. & sequentibus per ordinē radicibus b c d e. simul iūctis coaceruatur: cuius quadratus sit f. Aio, quod f. æqualis est aggregato cuborum ab ipsis a b c d e. radicibus singulis factorum. Quod sic demonstratur. Sit g. cubus ipsius radice e. sitque h. quadratus totius a b c d. hoc est trianguli quarti. Eritque, per præcedentem, ipse f. æqualis ipsis g h. simul sumptis. Rursum, sit k. cubus ipsius d. sitque l. quadratus totius a b c. hoc est triaguli tertij: eritque, per præmissam, h. æqualis ipsis k l. simul. Item, sit m. cubus ipsius b. sitque n. quadratus totius a b. hoc est trianguli secūdi. eritque similiter l. æqualis ipsis m n. pariter sumptis. Demum sit p. cubus ipsius b. sitque q. hoc est vnitas, quadratus ipsius a. vnitatis: eritque non secus n. æqualis ipsis p q. coniunctis. Quamobrem, ipse f. æqualis erit ipsis g k m p q. pariter acceptis: qui scilicet sunt ipsorum a b c d e. radicem singularum cubi. quod fuit demonstrandum. Idemque de quodlibet in infinitum cubis ostendetur. Quotum scilicet radices per ordinem ab vnitate coaceruant quemuis propositum triangulum, sicut propositio concludit.

PR O-



PROPOSITIO 59^a.

Omnis parte altera longior excedit præcedentem parte altera longiorem in duplo præcedentis radice, & ideo in ipso pari numero collateralis. Exempli gratia, quintus parte altera longior 20. excedit quartum parte altera longiorem scilicet 12. in duplo quartæ radice, scilicet 8. Quod liquido constat. Nam 20. fit ex 4. in 5. at 12. ex 4. in 3. quæ producta differunt in duplo multiplicantis: quoniã multiplicati differunt binario. Et ideo 20. maior est, quàm 12. in ipso pari numero quinto, scilicet 8. quippe qui per tertiam huius, est duplum prædicti 4^æ radice. Sic & pro alijs locis constat propositum.

PROPOSITIO 60^a.

24.
differentia.

$$\begin{array}{r} 25 \left\{ \begin{array}{l} 24 \\ 49 \\ 1 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 48 \\ 1 \end{array} \right.$$

Omnis quadratus imparis excedit præcedentis imparis quadratum in quadruplo collateralis paris. Exempli gratia: quadrati quarti imparis, s. 49. excedit quadratum tertij imparis, scilicet 25. in quadruplo quarti paris 6. hoc est in 24. Nam per 53^a præcedentem 49. constat ex parte altera longiori quarto quadruplicato, & vnitæ. Et per eandem 25. constat ex parte altera longiori tertio quadruplicato & vnitæ. Igitur 49. excedit ipsum 25. in quadruplo differentia, qua parte altera longior quartus excedit parte altera longiorem tertium: Sed per præmissam talis differentia est per numerus quartus, scilicet 6. ergo 49. excedit ipsum 25. in quadruplo quarti paris, 6. hoc est, in 24. Quod erat demonstrandum. Quare sicut pro quarto, ita pro alio quocunque loco propositum concludemus.

PROPOSITIO 61^a.

Quod fit ex qualibet radice in parte altera longiorem collateralem si coniungatur cum quadrato collateralis; constabitur gnomon, qui coniunctus cum quadrato trianguli præcedentis, conficit quadratum trianguli collateralis. Exempli gratia: Ex radice 5. in quintum parte altera longiorem scilicet 20. fit 100. qui iunctus quadrato quinto scilicet 25. conflatur 125. Aio, quod 125. positus cū $\square^{10} \Delta^1 4^1$ 10. s. cum 100. conficiet $\square^{10} \Delta^1 5^1$ 15. s. 225. Nam, per 55^a præcedentem, quod fit ex radice 5^a in 5^a parte altera longiorem, si iungatur cū $\square^{10} 5^0$, constituit 5^u cubū, Sed, p 55^a præcedentem, 5^o cubus cū $\square^{10} \Delta^1 4^1$ cōiunctus conficit $\square^{10} \Delta^1 5^1$: Igit, qd fit ex radice 5^a in 5^a parte altera longiore, iunctum cum $\square^{10} 5^0$: hoc est, ipse nūus 125. si apponatur $\square^{10} \Delta^1 4^1$.s. 100. conficiet $\square^{10} \Delta^1 5^1$.s. 225. quod fuit ostendendum, in 5^o loco & similiter in alijs locis constabit propositum.

PRO-

$$5 \text{ --- } 20 \text{ --- } 100$$

$$25$$

$$125$$

$$10 \text{ --- } 100$$

$$125$$

$$15 \text{ --- } 225$$

PROPOSITIO 62^a.

Vnitas primum cubum: duo sequentes impares iuncti sequentem cubum: tres sequentes tertium cubum. Quatuor succedentes quartum. Quinque post eos quintum. Sex sextum. Septem septimum. Semperq; vno plures sequentem deinceps in infinitum cubum aggregati conflabunt. Disponantur ab vnitate a. per ordinem impares in indefinitum b c d e f g h k l m n o p q.

Aio, quòd b c. simul secundum ab vnitate, cubum faciunt. quodq; d e f. simul tertium cubum: quodq; g h k l. simul sumpti quartum cubum: quodq; ipsi m n o p q. simul quintum cubum iuncti conficiunt: Itaque deinceps. Sit enim ipso & b c. aggregatum r. & ipsorum d e f. cumulus s. & ipsorum g h k l. congeries t. & ipsorum m n o p q. acruus u. eritq; demonstrandum, quòd a. erit primus cubus, scilicet vnitas. & r. secundus cubus. & s. tertius. & t. quartus. & v. quintus. hoc modo. Quoniã ipsi a b c d e f g h k l m n o p q. a

sunt impares numeri ab vnitate per ordinem dispositi: propterea, per 1^a huius, ipsorum a r s t v. aggregatum erit quadratus ab vnitate in ordine quindecimus: quoniam postremus impar, scilicet q. quindecimus est in ordine impariū ab vnitate. Itaque tale aggregatum erit quadratus, qui sit à quinto triangulo, hoc est à numero quindenario. Talis ergo quadratus, ex præmissa 58. erit æqualis quinque cuborum ab vnitate dispositorum cumulo. Et ideo totus a r s t u. g
 numerus erit quinque talium cuborum congeries. Et per h
 eadem ac similiter ostendemus, quòd ipsorum a r s t. aggregatum erit quadratus ab vnitate decimus: (quandoquidem l
 l. decimus est impar:) hoc est quadratus quarti trianguli: qui est numerus denarius: qui quadratus per 58^a præcedentem erit congeries quatuor cuborum ab vnitate ordinatorum. Quamobrem, cum ipsorum a r s t v. cumulus sit quinque cuborum ab vnitate continuatorum congeries: atque ipsorum a r s t. cumulus sit quatuor ab vnitate cuborum aggregatio: necesse est vt v. sit 5^o cubus ab vnitate. Et similiter post quàm per eadem ostenderimus, pa r s. sit cumulus trium cuborum ab vnitate: relinquetur t. quartus ab vnitate cubus. Demum ostenso, quòd a r. sit duorum cuborum cumulus, supererit esse tertius ab vnitate cubus. Cumq; a. sit vnitas; erit & r. alter ab vnitate cubus: quod erat demonstrandum. Et similiter deinceps, pro sexto, septimo. ceterisq; in infinitum cubis procedi potest, sicut propositio concludit.

PROP O-

PROPOSITIO 63^a.

Omnis cubus cum quadrato & triangulo collateralibus coniunctus, triplum efficit suæ quadratæ pyramidis. Exempli gratia: quintus cubus est 125. quintus quadratus 25. quintus triangulus 15. Aio, quod horum aggregatum triplum est ad pyramidem quadratam quintam, scilicet 55. quod sic patet.

$$\begin{array}{l} \text{cub}^3 5^3 \left\{ \begin{array}{l} 75. \text{col.} \Delta^1 5^2. + \\ 40. \text{co.} \Delta^1 4^2 - \\ 10. \Delta. 4^2. - \end{array} \right. \\ 125 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \square^2 5^2 \left\{ \begin{array}{l} 10. \Delta^2 4^2 - \\ 15. \Delta^2 5^2. + \end{array} \right. \\ 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \Delta. 5^2 \\ 15 \end{array} \quad \Delta. 5^2. +$$

$$\begin{array}{l} \text{pyr.} \square. 5^2 \left\{ \begin{array}{l} 35. \text{pyr.} \Delta^1 5^2. + \\ 55 \\ 20. \text{pyr.} \Delta^1 4^2 - \end{array} \right. \\ 55 \end{array}$$

Cubus quintus per 42^a huius, æquiualeat columnas duas triangulas. scilicet quintam, & quartam & triangulum quartum. Item per vndecimam huius, quadratus quintus æquiualeat duos triangulos, scilicet quintum & quartum. Quamobrem aggregatum prædictum æquiualebit duas columnas triangulas, scilicet quintam & quartam, & quatuor simul triangulos scilicet duos quintos & duos quartos. Igitur demonstrandum erit, quod congeries talium duarum columnarum & talium quatuor triangulorum, est tripla ad pyramidem quadratam quintam. Sed cum per 34^a huius, pyramis quadrata quinta constet ex combinatione duarum pyramidum triangularum quintæ & quartæ: iam ostendendum erit, quod congeries prædicta duarum columnarum & quatuor triangulorum, est tripla ad combinationem dictam duarum pyramidum. Et constat sic. Quod per 50^a huius columna triangula quinta cum duobus triangulis quintis simul conficiunt triplum pyramidis triangulæ quintæ: & per eandem 50^a columna triangula quarta cum duobus triangulis quartis simul accepta, triplum facit pyramidis triangulæ quartæ. Ergo, per primam quinti Elementorum Euclidis, tota congeries duarum columnarum & quatuor triangulorum, tripla erit ad totam combinationem duarum pyramidum: quandoquidem partes singulæ partibus singulis triple sunt. & hoc erat demonstrandum. Et similiter pro cubis cæterorum locorum constabit propositum.

PROPOSITIO 64^a.

Omnis columna pentagona cum duplo quadrati collateralis simul sumpta, triplum valet suæ pyramidis pentagonæ. Exempli gratia, columna pentagona quinta 175 cum duplo quadrati quinti 25. hoc est cum 50. fecit 225. quod triplum est ipsius pyramidis pentagonæ quintæ 75. quod ostenditur sic. Colūna pentagona quinta æqualis est cubo quinto per 43^a columnæ triangulæ quartæ & triangulo quarto simul acceptis: quibus appono vnum quadratum quintum: & pro altera quadrato quinto, appono duos triangulos quintum & quartum, qui

$$\begin{array}{l} \text{per } 43^a \\ \text{col.} \begin{array}{c} \square \\ \text{pentagon} \end{array} 5^2 \left\{ \begin{array}{l} 125. \text{cub}^3 5^3. + \\ 40. \text{co.} \Delta^1 4^2 * \\ 10. \Delta^2 4^2 - * \end{array} \right. \\ 175 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{per } 11^a \\ \square. 5^2 \left\{ \begin{array}{l} 15. \Delta^2 5^2. + \\ 10. \Delta. 4^2. * \end{array} \right. \\ 25 \end{array}$$

per

*
Hic pauca desunt.

11. simul f
strandum erit quod
triangula quarta, triangulo quinto, duobus triangulis
quartis, simul triplum est pyramidis pentagonæ quintæ. Sed
pyramis pentagona quinta, per 36^a, constat ex combinatio-
ne duarum pyramidum, scilicet quadratæ quintæ & triangu-
læ quartæ. Ergo est demonstrandum, quod dictum aggregatum
est triplum huic combinationi. quod sic patet, Vna pars illius
aggregati, scilicet cubus quintus, cum quadrato quinto &
triangulo quinto simul per præcedentem, æqualis est triplo
quintæ quadratæ pyramidis,

emon-

$$\square.5^2 \quad \text{---} \quad 4$$

$$25$$

$$\begin{array}{l} \text{Pyr. } \square.5 \\ 55 \text{ --- } 4 \\ \text{Pyr. } \triangle.4 \\ 20 \text{ --- } * \end{array}$$

*
Hic multa desunt, quæ non sunt in exemplari
manuscripto.

per 37^a } Py. $\square.5$
per 37. } 95.
scilicet penta- }
py. hex. 5 }
Quare ostenden- }
dum est, quod supra dictum aggregatum est triplum huius }
combinationis: quod constabit sic. Vna pars illius aggregati, }
scilicet }
Pyr. $\triangle.4$.
(20.)*

scilicet columna pentagona quinta cum duobus quadratis quintis, per præcedentem, æquualet triplum pyramidis pentagonæ quintæ, quæ fuit vna pars combinationis: & similiter reliqua pars aggregati, scilicet columna triangulæ quarta cum duobus triangulis quartis simul, per 50. huius, triplum valet pyramidis triangulæ quartæ, quod est residuum combinationis. Quomobrem, quoniam duæ partes aggregati, duabus partibus combinationis, singulæ singulis triplæ sunt: propterea, per primam quinti Elementorum, & totum aggregatum totius combinationis triplum valebit: quod fuit demonstrandum. & eodem syllogismo pro quo uis alio assignato loco utemur ad roborationem propositi.

COROLLARIUM.

25. quadratus quintus

$$25. \square \cdot 5. \left\{ \begin{array}{l} 15. \Delta \cdot 5 \\ 10. \Delta \cdot 4 \\ 10. \Delta \cdot 4 \end{array} \right.$$

$$\text{hexag. } 5. \left\{ \begin{array}{l} 25. \square \cdot 5. \\ 10. \Delta \cdot 4. \\ 10. \Delta \cdot 4. \end{array} \right.$$

Et pro duplo quadrati collateralis ac præcedenti triangulo, substituere potes hexagonum & triangulum collaterales: quoniam sunt tantundem. Nam, per vndecimam huius, quadratus quintus valet duos triangulos, quintum & quartum. Quare duo quadrati quinti cum triangulo quarto, simul valent cumulum quadrati quinti, trianguli quinti, & duorum triangulorum quarti loci. Sed, per 19. quadratus quintus, & duo trianguli quarti faciunt hexagonum quintum: ergo hexagonus quintus, cum triangulo quinto valebunt duos quadratos quintos, & triangulum quartum: & ideo pro illis substitui possunt in præmissa propositione.

PROPOSITIO 66.

$$\begin{array}{l} \text{per } 45. \\ \text{Col. hex.} \\ \text{æqui. } 305 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{col. hexag.} \\ \text{tetr. } 5. + \\ 225. \\ \text{cub}^o 4 \cdot 45. \\ 64 \\ \square \cdot 4. 16^* \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} \text{hexagonus } 5. 45 + \\ \text{triang. } 5. 15. + \\ \text{triang. } 4. 10^* \end{array}$$

Omnis columna hexagona æquiangula cum hexagono tetragonico collateralis, cumq; duobus triangulis, collateralis scilicet & præcedenti, pariter sumpta, triplū facit suæ pyramidis hexagonæ. Exempli gratia, dico, quod columna hexagona æquiangula quinta, scilicet 305. vnā cum hexagono tetragonico quinto 45. cumq; triangulo quinto 15. & triangulo quarto 10. coniuncti, facit triplum suæ pyramidis quintæ, scilicet 125. ad quod ostendendum sic procedo. Columna hexagona æquiangula quinta, per 45. huius libri, æqualis est columnæ tetragonice quintæ, cubo quarto, & quadrato quarto pariter acceptis. His ego appono hexagonum tetragonicum quintum, triangulum quintum, & triangulum quartum; atque ita demonstrandum erit, quod totum huiusmodi aggregatum ex columna hexagona tetragonica quinta, cubo quarto, quadrato quarto, hexagono quinto, triangulo quinto, & triangulo quarto simul, triplum est pyramidis hexagonæ æquiangulæ quintæ.

quintæ. Cumque talis pyramis constet, per 40. ex combinatione duarum pyramidum, scilicet hexagonæ tetragonicæ quintæ, & quadratæ quartæ; iam ostendendum erit, quòd superius dictum aggregatum, triplum est ipsius dictæ combinationis; quod haud obscure constat. Nam vna pars illius aggregati, scilicet columna hexagona tetragonica quinta, cum hexagono suo quinto, & triangulo quinto, per præcedentis corollarium, æquiualeat triplū pyramidis tetragonicæ quintæ: quæ vna partium combinationis est. Nec secus, reliqua pars aggregati, scilicet cubus quartus cum quadrato quarto, & triangulo quarto, simul sumptus, per 63. huius, valet similiter triplum pyramidis quadratæ quartæ, quæ iam de combinatione residua pars est. Itaque quoniam duæ partes aggregati duabus combinationis partibus singulæ singulis sunt triplæ: iccirco, per primam quinti Elementorum, & totum aggregatum totius combinationis triplum erit: quod erat demonstrandum. Et argumentatio à quinto loco ad alia quævis loca transferetur ad conclusionem propositi.

COROLLARIUM.

Et pro duobus triangulis collateralibus & præcedenti, substituere potes quadratum collateralem. Nam, per vndecimam, quadratus æqualis est duobus simul triangulis, collateralibus, & præcedenti.

COROLLARIUM.

Rursum pro hexagono tetragonico, & quadrato collateralibus, substituere potes hexagonum æquiangulum & numerum imparem collaterales. Nam, per 32. exempli gratia, hexagonus æquiangulus quintus, valet hexagonum tetragonicum quintum cum quadrato quarto. Apponatur utrobique numerus impar quintus, at tunc hexagonus æquiangulus quintus cum impari quinto valebit hexagonum tetragonicum quintum cum quadrato quarto & impari quinto. Sed, per 13. quadratus 4² & impar quintus simul valent quadratum quintum. Igitur hexagonus æquiangulus quintus cum impari quinto valent hexagonum tetragonicum quintum & quadratum quintum simul sumptos: & perinde iisdem subrogari possunt.

pyr. hexa
tetr. 5. 25.
per 40¹.

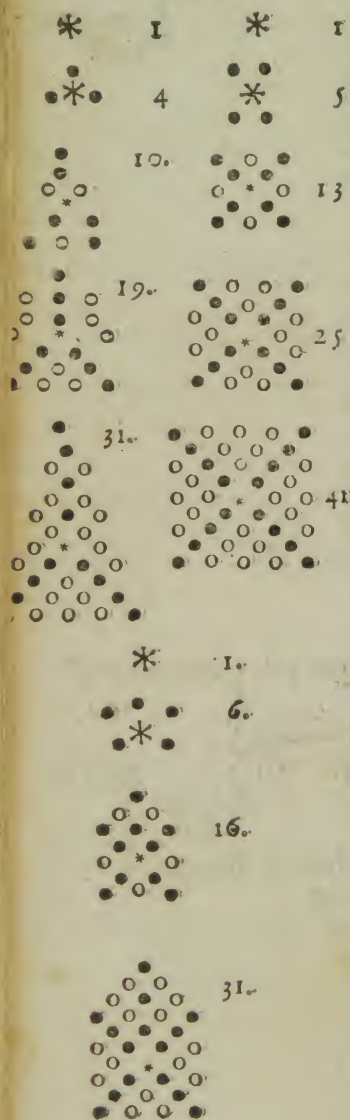
pyr. hexa. æq. 5
125
pyr. □. 4²
30.*

per 32¹. hexag. tetr. 5²
45
hexa. æq. }
5. 61 } per 13.
□. 4²
16 } □. 5²
impar 5. impar 5. } 25.
9. 9.

LIBRI PRIMI

Pars Secunda.

PROLEGOMENA.



Adtenus de numerarijs formis primi generis, nunc de centralibus agendum: de quarum numero est forma hexagona equiangulara tā superficialis, quā solida, seu pyramis, seu columna: de qua tamen in primo genere differuimus, propter talis formæ dignitatem, qua meretur utroque tractari. Itaq; quo ad hexagonam equiangularam formam, hic non repetemus ea, quæ in præmissis demonstrata sunt: sed præmissis diffinitionibus, cætera prosequemur.

DIFFINITIONES.

OMNIS forma numeraria centralis plana superficialis constructur ex centrali unitate & ex tot triagulis præcedētib; primi generis, quot sunt formæ ipsius anguli: utpote triangulus centralis ex unitate & tribus triagulis. Quadratus centralis ex unitate & quatuor triagulis. Pentagonus centralis ex unitate & quinque triagulis. Hexagonus ex unitate & sex ut antea diximus. Heptagonus ex unitate & septē. Octogonus ex unitate & octo triagulis primi generis, latera semper æqualia & angulos uniformes constituentibus compaginatur. Itaq; si lubet, deinceps. Vnde omnis figura centralis superaddit præcedenti figuræ triagulum. Verū, sicut in Hexagono geometrico latera sunt semidiametris æqualia; ita hic, in hexagono numerali unitates angulares tantū inter se distant, quantū ipsæ ab unitate centrali remouentur: & tres unitates proximæ semper triagulū æquilatērū faciunt: sicut in quadrato primo quatuor unitates quadratum conformant. In cæteris autem formis centralibus, hoc est in triangulo, quadrato & pentagono, unitates laterales magis distant, quā diametrales: minus uerò in formis hexagonum sequentibus, ut in heptagono & octogono, ut postulat situs Geometricarum formarum, quas Arithmetica imitatur.

Omnis

Omnis porrò pyramis centralis fit ex aggregatione centralium formarum sui, nominis ab vnitatem vsq; ad basim suam successiue aggregatarum. Vtpote pyramis triangula, triangularum: quadrata, quadratarum, & deinceps. Omnis demum columna centralis procreabitur ex forma centrali collateralis (que sua basis est) toties 4. coaceruata, quota est in ordine, siue in radicem lateralem multiplicata. Harum proprietates & colligantias nunc explicabimus.

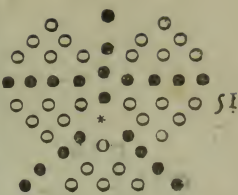
PROPOSITIO 67^a.

Omnis triangulus centralis constat ex collateralis triangulo & præcedenti quadrato primi generis. Exempli gratia: triangulus quintus centralis scilicet 31. constat ex triangulo collateralis primi generis, scilicet 15. & ex quadrato quarto, scilicet 16. Quod sic ostenditur. Tres trianguli primo ex ordine, tertius, quartus, quintus, scilicet, 6. 10. & 15. simul coniuncti, faciunt triplum medij, & vnitatem per 29^a huius. Sed per diffin. triplum medij, hoc est, quarti trianguli, cum vnitatem, conficit quintum triangulū centralem. Igitur quintus triangulus centralis constat ex aggregato trium dictorum triangulorum tertij, quarti, & quinti. Cumque per 11^a huius, tertius & quartus triangulus componat quartum quadratum: sequitur, vt quartus quadratus cum quinto triangulo simul sumptus perficiat quintum triangulum centralem. Quod erat demonstrandum: & à quinto loco transfertur syllogismus ad quem vis alium: vt propositio conclusit.

PROPOSITIO 68^a.

Omnis quadratus centralis conficitur ex duobus quadratis primi generis, scilicet collateralis & præcedenti. Exempli gratia. Quadratus quintus centralis 41. conficitur ex quinto & quarto quadratis primi generis. sc. 25. & 16. Qd sic patet. Per 11^a huius, quadratus quintus constat ex quarto & quinto triangulis primi generis. Et p præcedētē, triangulus quintus cū quadrato 4. primi generis, conficiūt triangulū quintū centrale: Igitur quadratus quintus cū quadrato quarto simul æquiualeat triangulos duos. sc. quartum primi generis, & quintū centrale. Sed triangulus quintus centralis cum triangulo quarto primi generis, per diffin. procreat quadratum quintum centrale: ergo quadratus quintus centralis æquiualeat duos quadratos primi generis, scilicet quintum & quartum: quod fuit demonstrandum. & argumentum à quinto ad quemuis propositum locum transfertur, vt conclusio proponit. Id idem demonstratur per 30^{am} huius.

Y PROPO-



$$\begin{array}{r} 6 \\ 10 \\ 15 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 6 \\ 10 \\ 15 \end{array}} \right\} 16 \left. \vphantom{\begin{array}{r} 6 \\ 10 \\ 15 \end{array}} \right\} 31$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ 16 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 25 \\ 16 \end{array}} \right\} 41$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ 10 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 31 \\ 10 \end{array}} \right\}$$

PROPOSITIO 69^a.

Omnis pentagonus centralis construitur ex pentagono primi generis collaterali, & ex precedenti quadrato. Exempli gratia, pentagonus quintus centralis 51. construitur ex duobus formis primi generis, scilicet pentagono quinto 35. & quadrato quarto 16. Quod sic constat. Per diffinitionem. pentagonus quintus primi generis construitur ex quadrato quinto & triangulo quarto. Et per præcedentem, quadratus quintus cum quadrato quarto faciunt quadratum centrale quintum. Quare, pentagonus quintus cum quadrato 4^o primi generis valebunt quadratum 5^u centrale cum triangulo quarto primi generis. Verum per diffinitionem, □^o quintus centralis cum triangulo 4^o procreat pentagonum quintum centrale. Ergo pentagonus 5^o centralis æqualebit pentagonum quintum & □^u 4^u primi generis: qd fuit demonstrandum. Quæ demonstratio, sicut 5^o ita cui libet pposito loco accommodabitur ad confirmandum propositum.

PROPOSITIO 70^a.

Omnis hexagonus centralis conflatur ex formis primi generis, scilicet hexagono collaterali & quadrato precedenti. Hæc propositio eadem est cum 32^a. Sed hic in ordine centralium aliter demonstrabitur. Dico igitur, qd hexagonus centralis quintus scilicet 61. conflatur ex quinto hexagono primi generis. s. 45. & □^o quarto 16. Quod quauis in 32^a huius fuerit demonstrandum, tñ & hic aliter constabit sic. Per diffinitionem, hexagonus 5^o primi generis constat ex Δ^o 4^o & pentagono quinto primi: & per præcedentem, pentagonus 5^o talis cum quadrato 4^o primi, componunt pentagonum centrale 5^u. Quare, Hexagonus 5^o primi cum □^o 4^o æquiualebunt triangulum 4^u cum pentagono centrali quinto. Verum, per diffin. pentagonus centralis 5^o cum Δ^o 4^o constituit hexagonum centrale 5^u. Ergo hexagonus centralis 5^o æquiualebit hexagonum 5^u cum □^o 4^o pⁱ generis: quod erat demonstrandum. Et similiter pro alijs locis argumentatio procedat ad pcludendum propositum.

PROPOSITIO 71^a.

Omnis heptagonus conflatur ex tribus formis primi generis, scilicet hexagono tetragonico collaterali, atque quadrato & triangulo, precedentibus. Exempli gratia, heptagonus 5^o 71. conflatur ex primi generis hexagono quinto 45. quadrato quarto 16. & triangulo 4^o. 10. Nam, ex diffinitione, ipse 5^o heptagonus constat ex 5^o hexagono centrali & ex 4^o triangulo: Sed per præcedentem, ipse hexagonus æquiualeat quintum hexa-

$$51 \left\{ \begin{array}{l} 35 \\ 16 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 10 \\ 25 \end{array} \right\} 41$$

$$51 \left\{ \begin{array}{l} 41 \\ 10 \end{array} \right\}$$

$$61 \left\{ \begin{array}{l} 45 \\ 16 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 10 \\ 35 \end{array} \right\} 51$$

$$61 \left\{ \begin{array}{l} 51 \\ 10 \end{array} \right\}$$

$$71 \left\{ \begin{array}{l} 61 \\ 10 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 45 \\ 16 \end{array} \right\}$$

LIBER PRIMVS, PARS II. 35

hexagonum primi generis, & quadratum quartum. Igitur hexagonus quintus primi generis cum quadrato & triângulo quartis simul conflabunt heptagonum quintum: quod est propositum. Similiter in alijs locis confirmatur propositum.

PROPOSITIO 72^a.

Omnis octogonus est æqualis quadrato imparis numeri sibi collateralis. Exēpli gratia, 5^o octogonus est 81. q. quidem □^o est imparis 9, hoc est nouenarij. Nam, per diffinitionē, 5^o octogonus æstuitur ex 4^o Δ^{lo} primi generis octuplicato, & ex vnitāte. Sed, per 54^a huius, tale octuplū cū vnitāte est quadratus imparis 9. Igitur talis □^o est ipse octogonus 5^o. quod est propositum. Non aliter pro cæteris in infinitum locis constat propositum.

PROPOSITIO 73^a.

Omnis forma centralis plana constat ex vnitāte & ex radice præcedenti in numerum laterum ducta, & ex Δ^{lo} radicem præcedente in eundem numerū ducto. Exēpli grā, hexagonus cētralis 5^o 61. cōstat ex vnitāte, ex sexcuplo radicis 4^æ. i. 4. q. est 24. & ex sexcuplo Δ^{li} tertij 6. hoc est 36. q. liquido cōstat per diffin. ipsius hexagoni: sicut in 26^a fuit ostēsum. Nam dicta duo sexcupla faciunt sex Δ^{los} 4^{os} qui cum vnitāte compagināt ipsum hexagonū. Similr in Δ^{lo} cētrali, p sexcuplis accipe tripla: in □^o cētrali, quadrupla; in pētagono, quincupla: in heptagono, septupla: in octogono octupla ipsarū radicū præcedētium & Δ^{loz} añ præcedētū: vt in oī proposito loco pcludas ppositū. Vñ, q 26^a de hexagono, præsens de oī plano cētrali cōcludit.

$$61 \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 24 \\ 36 \end{array} \right\} 60$$

PLANI PRIMI GENERIS.

PLANI CENTRALES.

1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1
2	3	4	5	6		4	5	6	7	8	9
3	6	9	12	15		10	13	16	19	22	25
4	10	16	22	28		19	25	31	37	43	49
5	15	25	35	45		31	41	51	61	71	81
6	21	36	51	66		46	61	76	91	106	121
7	28	49	70	91		64	85	106	127	148	169
8	36	64	92	120		85	113	141	169	197	225
9	45	81	117	153		109	145	181	217	253	289
10	55	100	145	190		136	181	226	271	316	361
radices	Δ ^{li}	□ ^{ti}	◇ ⁿⁱ	* ⁿⁱ		Δ ^{li}	□ ^{ti}	◇ ⁿⁱ	* ⁿⁱ	Hept.	Oct.

Y 2

PRO-

$\left. \begin{array}{l} 85 \\ 80 \end{array} \right\}$
 Omnis pyramis cētralis constat ex radice collateralis tanquam
 axe, & ex tot pyramidibus triangulis primi generis præcedenti-
 bus loci, quot sunt latera pyramidis centralis. Quod 39^a. huius
 de pyramide centrali hexagona demonstravit: hæc præsens
 de omni pyramide centrali concludit. Et demonstratio vtro-
 bique est eadem. Itaque in omni pyramide sumenda est radix
 collateralis: sed in pyramide Δ^{la} sumendum est triplum
 pyramidis triangulæ primi generis præcedentis: in quadrata
 quadruplum, in pentagona quincuplum, in hexagona sex-
 cuplum, sicut in 39^a factum est. In heptagona septuplum.
 In octagona octuplum. Atque ita ex diffin. constabit, sicut
 in 39^a propositum. Exempli gratia, pyramis quadrata cen-
 tralis quinti loci est 85. qui numerus constat ex radice quin-
 ta, scilicet 5. & ex quadruplo pyramidis Δ^{la} primi generis,
 scilicet ex 80. & similiter in cæteris locis.

COROLLARIUM.

Manifestum est igitur, quod sicut pyramis centralis qua-
 drata supra triangulum pyramidem collateralem: ita & pen-
 tagona supra quadratam: nec non hexagona supra pen-
 tagonam, & heptagona super hexagonam: & octogona su-
 per heptagonam semper addidit præcedentem pyrami-
 dem triangulam primi generis. Sicut videlicet basis cen-
 tralis supra basim collateralem laterum vnitæ pauciorum,
 addit præcedentem primi generis triangulum.

PROPOSITIO 75^a.

$\left. \begin{array}{l} 95 \\ 30 \end{array} \right\}$
 125

Omnis item pyramis centralis constat ex tot pyramidibus pri-
 mi generis; ex quot basibus primi generis eius; basis constare ostē-
 sa est, & eiusdem nominis atque loci. Exempli gratia: pyramis
 hexagona centralis quinta, scilicet 125. constat ex quintā py-
 amide hexagona primi generis, scilicet 95. & ex 4^a pyramide
 quadrata primi generis, scilicet 30. quoniam scilicet basis he-
 xagona cētralis quinta, scilicet 61. constat ex hexagono quin-
 to, scilicet 45. & ex quadrato quarto primi generis, scilicet 16.
 vt in 70^a. ostensum fuit: quod quidem demonstratum est in
 40^a huius, quoad hexagonam pyramidem: & similiter hic
 generaliter de omni centrali pyramide ostendetur.

Sed in horum exemplum exponemus in tabella pyrami-
 des vtrasque, tam scilicet primi generis, quàm centralis, in
 quibus propositionum veritas apparet.

Pyramides

PROPOSITIO 77^a.

Omnis item columna centralis constat ex tot columnis primi generis, ex quot eiusdem generis basibus eius basis constare ostensa est, & eiusdem nominis acque loci. Columnis tamē præcedentis loci una cū basibus proprijs acceptis. Exempli gratia: columna centralis hexagona quinta, scilicet 305, constat ex columna hexagona primi generis quinta, scilicet 225. & ex cubo quarto 64. una cum suo quadrato 16. quoniam, scilicet basis hexagona centralis quinta, scilicet 61. constabat ex hexagono quinto scilicet 45. & ex quadrato quarto primi generis, scilicet 16. per 70^a præmissam. Quod quidem in 45^a huius ostensum est, quo ad columnam hexagonam: & demonstratio, simili processu, ad omnem centralem columnam extendi potest. Ad verificandum quod hic proponitur.

PROPOSITIO 78^a.

In omnibus tribus siue planis, siue pyramidibus, siue columnis centralibus, collateralibus, sub continuato laterum numero, susceptis, aggregatum extremorum est duplum ad medium. Exempli gratia, sumatur quintus triangulus 31. quintus quadratus 41. & quintus pentagonus 51. centrales. Aio quod in his aggregatum extremorum, hoc est 31. & 51. est duplum ipsius 41. medij. Nam, ut constat ex diffin. talium formarum, differentia trianguli & quadrati est æqualis differentia quadrati & pentagoni: quando quidem talis differentia est triangulus quartus primi generis. Quamobrem, per 28^a huius, congeries extremorum est duplū medij, quod est demonstrandum. Similiter, si sumantur pyramis triangula quinta 65. pyramis quadrata quinta, scilicet 85. & pyramis pentagona quinta 105. quoniam eodem excessu continuatur per corollarium 74^æ præmissæ, per dictam 28^a constabit propositum. Item in columnis tribus centralibus, scilicet triangula quinta 155. quadrata quinta 205. Pentagona quinta 255. quarum excessus idem est, per 76^æ præmissæ corollarium: nihilominus, per dictam 28^a verificatur conclusio. Nec secus si pro quinto, quotuscunque capiatur in ordine locus; per eadem præcedet syllogismus ad approbandum propositum. In quorum exemplum, sicut dudum planos numeros & pyramides, ita nunc columnas tam primi generis, quàm centrales in indice sequenti exanabimus.

Columna

$$\begin{array}{r} 225 \\ 305 \left\{ \begin{array}{l} 225 \\ 64 \end{array} \right. \\ 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ 41 \\ 51 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 31 \\ 82 \\ 51 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} 65 \\ 85 \\ 105 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 65 \\ 170 \\ 105 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} 155 \\ 205 \\ 255 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 155 \\ 410 \\ 255 \end{array} \right.$$

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	6	8	10	12	8	10	12	14	16	18	
3	18	27	36	45	30	39	48	57	66	75	
4	40	64	88	112	76	100	124	148	172	396	
5	75	125	175	225	155	205	255	305	355	405	
6	126	216	306	396	276	366	456	546	636	726	
7	196	343	490	637	448	595	742	889	1036	1183	
8	288	512	736	960	680	904	1128	1352	1576	1800	
9	405	729	1053	1377	981	1305	1629	1953	2277	2601	
10	550	1000	1450	1900	1360	1810	2260	2710	3160	3610	

radices) Δ^{1q} \square^{1q} \diamond^{1q} \ast^{1q} Δ^{1z} \square^{1z} \diamond^{1z} \ast^{1z} Hepr. Oß.

His ad Lectoris meliorem intelligentiam ita descriptos, ad
reliqua properabimus.

PROPOSITIO 79^a.

Omnis columna triangula centralis cum quadrato & triangu-
lo primi generis collateralibus coniuncta, triplū facit suā pyrami-
dis. Exēpli gratia, colūna triāgula centralis quinta. s. 155. cū
quadrato quinto 25. & triangulo quinto 15. primi generis
coniuncta, facit 195. qđ triplū est pyramidis centralis quintæ
65. Quod sic ostenditur. Columna triangula centralis quin-
ta, per 77^a constat ex tribus primi generis formis, scilicet co-
lumna triangula quinta, cubo quarto, & quadrato quarto.
His appono eiusdē generis quadratū quintū, qui per 1^a va-
let triāgulū 5^ū & 4^ū: appono itē triangulū aliū quintum.
Atq; ita ostēdendū erit quod totum huius aggregatū ex co-
lumna Δ^1 5^a cubo 4^o, quadrato quarto, duobus triangulis
quintis & Δ^1 4^o primi generis simul triplum est pyramidis
 Δ^{1e} 5^e centralis. Sed cum pyramis Δ^{1a} 5^a centralis, per 75^a hu-
ius, cōstruatur ex cōbinatione duarū pyramidū primi gene-
ris, scilicet Δ^{1e} 5^e & quadratæ, itē: ita demonstrādū erit, qđ su-
pradiētū aggregatū triplū est p̄dictæ cōbinationis. Quod sic
patet. Vna pars illius aggregati. s. colūna triāgula quinta, cū
duobus triangulis quintis, per 50^a huius, æqualis est triplo
pyramidis triāgule quintæ, quæ fuit vna pars cōbinationis.

Y 4 Item que

per 77^a { Col. $\Delta^{1a} s^a p^a$ +
75
Col. $\Delta^{1a} s^a 2^i$ } Cub. $4^9 \chi$
155. { 64
□ 4^9
16 χ

per 11^a $\Delta^{1o} s^o p^i +$
15

□^o s^o { $\Delta^{1o} s^o +$
25 { 15
□ $\Delta^{1o} 4^o \chi$
10

Pyr. $\Delta^{1a} s^a 2^i$ { pyr. $\Delta^{1a} s^a p^i$
65 { 35 +
per 75^a { pyr. □^{ta} $4^a p^i$
30 χ

Item que reliqua pars aggregata, scilicet cubus quartus, cum quadrato & Δ^{lo} quartis, æqualis est, per 63^{a} huius, triplo pyramidis quadratæ quartæ, quæ fuit altera pars combinationis. Itaque, quoniam duæ partes aggregati duabus partibus combinationis, singulæ singulis triplæ sunt: Idcirco, per primâ quinti Elementorum, & totum aggregatum totius combinationis, triplum erit, quod fuit demonstrandum: & demonstratio à quinto ad quem vis alium locum transferetur ad confirmandum propositum. PROPOSITIO 80^a.

Omnis columna quadrata centralis cum duplo quadrati collateralis primi generis coniuncta triplum facit suæ pyramidis. Exempli gratia: columna quadrata centralis quinta, s. 205, cum duplo quinti quadrati ex p^o genere, hoc est, cum 50, facit 255, quod triplum est suæ pyramidis, scilicet 85, qd sic cõcluditur. Columna quadrata centralis quinta, per 77^{a} , constat ex tribus primi generis formis, scilicet cubo 5^o, cubo 4^o (quæ sunt columnæ quadratæ) & quadrato 4^o. His applico quadratū quintū: & alterum quadratū quintū, qui, per 11^{a} æquiualeat duos triangulos, quintum, & quartū: atq; ita ostendendū erit, qd totū tale, aggregatū ex cubo quinto, cubo quarto quadrato 4^o, quadrato quinto, & triangulis 5^o & 4^o primi generis, similiter triplum est pyramidis quadratæ centralis quintæ. Cunque pyramis talis, per 75^{a} huius, constat ex combinatione duarū pyramidū primi generis, scilicet quadratæ quintæ, & quadratæ quartæ: Iā demonstrandū erit, qd supradictū aggregatū triplū sit ad prædictam cõbinationē: qd sic deducitur. Vna pars illius agregati, s. cubus, quadrat^o, & triangulus quinti loci, per 63^{a} , simul faciunt triplū pyramidis quadratæ quintæ, quæ fuit vna pars combinationis. Itemq; reliqua pars aggregati, s. cubus, quadratus, & triangulus quarti loci, per eandē 63^{a} , simul facit triplum pyramidis quadratæ quartæ, quæ fuit reliqua pars combinationis: quare obre duæ iam partes aggregati triplæ sunt ad duas partes cõbinationis, singulæ, s. ad singulos. Et ideo, per quinti Elementorum primâ, totum aggregatum totius cõbinationis triplū erit, qd demonstrandū fuit. Et similiter à quinto ad quemuis locū transferetur demonstratio propositi. PROPOSITIO 81^a.

Omnis columna pentagona centralis cum duplo quadrati collateralis, & cum triangulo præcedente primi generis, triplum facit suæ pyramidis. Exempli gratia: columna pentagona centralis quinta 255, cum duplo quadrati quinti, s. 50, & cū

Δ^{lo}

$$\begin{array}{rcl}
 \text{per } 77^{\text{a}} & \left\{ \begin{array}{l} \text{Cub. } 5^{\text{o}} \\ 125 \\ \text{Cub. } 4^{\text{o}} \\ 64 \\ \square. 4^{\text{o}} \\ 16 \end{array} \right. & + \\
 \text{Col. } \square. 5^{\text{a}} 2^{\text{i}} & & \times \\
 205. & & \\
 & \left\{ \begin{array}{l} \square. 5^{\text{o}} p^{\text{o}} \\ 25 \end{array} \right. & + \\
 & & \\
 \text{per } 11^{\text{a}} \Delta^{\text{lo}} 5^{\text{o}} p^{\text{i}} & & \\
 \square. 5^{\text{o}} & \left\{ \begin{array}{l} 15 \\ \Delta^{\text{lo}} 4^{\text{o}} p^{\text{o}} \\ 25 \end{array} \right. & + \\
 25 & & \\
 10 & & \times \\
 \hline
 \text{Pyr. } \square. 5^{\text{a}} 2^{\text{i}} & \left\{ \begin{array}{l} \text{pyr. } \square. 5^{\text{a}} p^{\text{i}} \\ 85 \\ 55 \\ \text{pyr. } \square. 4^{\text{a}} p^{\text{i}} \\ 30 \end{array} \right. & + \\
 85 & & \\
 \text{per } 75^{\text{a}} & & \times \\
 30 & & \\
 \hline
 \hline
 \end{array}$$

LIBRI PRIMI, PARS II. 41

Δ^{lo} quarto. f. 10. primi generis, conficit 315. qd triplū est pyra-
midis pentagonæ centralis quintæ. f. 105. qd sic demonstrat.
Columna pentagona centralis quinta per 77^a constat ex tribus
primi generis formis: videlicet columna pētagona 5^a, cubo 4^o,
& \square^{lo} 4^o. His adiungo duplū \square^{lo} quinti, & triangulū quartū,
atq; ita demonstrandū erit, quod totum id aggregatum ex co-
lumna pētagona 5^a, cubo 4^o, quadrato 4^o, duobus quadra-
tis quintis; & Δ^{lo} 4^o simul triplū sit pyramidis pētagonæ cē-
tralis quintæ. Verūm pyramis hmoi per 75^a huius, constat ex
cōbinatione duorum pyramidum primi generis. f. pentago-
næ quintæ, & triangulæ 4^{te}, & propterea demonstrandū erit,
quod memoratum aggregatum prefatæ cōbinationis triplū
est. Hoc pacto: vna pars illius aggregati. f. columna pētagona
cum duplo quadrati ex 5^o loco, per 64^a, similr equat triplum
pyramidis pētagonæ 5^{te}, quæ. f. est vna pars combinationis.
Itē residua pars aggregati. f. cubus, quadratus, & triangulus
quarti loci, simul æquat, per 63^a, triplū pyramidū \square^{lo} quar-
tæ, quæ iā est residua pars combinationis. Sic, quoniam duæ
partes aggregati ad duas partes combinationis, singulæ ad
singulas triplæ sunt: ideò per quinti elementorum primam,
totum aggregatum totius cōbinationis triplum erit, & simi-
liter in quocunque alio loco verificatur propositum.

$$\begin{array}{l} \text{per } 77^a \\ \text{Col. } \Delta^{\text{lo}} 5^a 2^i \left\{ \begin{array}{l} \text{Col. } 5^a p^o \\ 175. + \\ \text{Cub}^o 4^o \\ 64. \times \\ \square^{\text{lo}} 4^o \\ 16. \times \\ \square 5^o \\ \square 5^o \\ 50. \\ \Delta 4^o p^i \\ 10. \times \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Pyr. } \Delta^{\text{lo}} 5^a p^o \\ \text{Py. } 5^a 2^i \left\{ \begin{array}{l} 75. + \\ 105 \\ \text{per } 75^a \left\{ \begin{array}{l} \text{Pyr. } \square^{\text{lo}} 4^a p^o \\ 30. \times \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array}$$

SCHOLIUM.

Quo autem pacto columna hexagona centralis conficiat, sicut
ceteræ columnæ suarum singulæ pyramidum, triplum suæ pyramidis
satis demonstratum est in sexagesima sexta.

PROPOSITIO 82^a.

Omnis columna heptagona cum hexagono primi generis &
quadrato collateralibus atque triangulo præcedenti coniuncta,
efficit triplum suæ pyramidis. Exempli gratia: columna hep-
tagona quinta 355. cū hexagono quinto, quadrato quinto, per Coroll. 76^a
& triangulo 4^o in p^o genere: hoc est, cum 45. 25. 10. conficit
435. quod aio triplum esse pyramidi heptagonæ quintæ,
scilicet 145. Quod sic demonstro. Columna heptagona quin-
ta, per corollarium 76. huius, constat ex tribus formis, ex co-
lumna hexagona quinta centrali, & ex columna quarta pri-
mi generis, atque triangulo quarto. His adiungo hexagonum
quintum primi generis, ac quadratum quintū, & triagulum
quartum. Atq; ita demonstrandū erit, qd totum hocce ag-
gregatum ex columna quinta centrali hexagona, columna tria-
gula quarta primi generis, triagulo quarto, hexagono quinto,
quadrato

$$\begin{array}{l} \text{per Coroll. } 76^a \\ \text{Col. hept. } 5^a \left\{ \begin{array}{l} \text{Col. } * 5^a 2^i \\ 305. + \\ \text{Col. } \Delta^{\text{lo}} 4^a p^o \\ 40. \times \\ \Delta^{\text{lo}} 4^o p^o \\ 10. \times \\ * 5^o p^o \\ 45. + \\ \square 5^o \\ 25. + \\ \Delta 4^o \\ 10 \end{array} \right. \end{array}$$

42 ARITHMETICORVM

$\overline{\text{Pyr. hept. } 5^a}$
 $\overline{145}$
 $\left\{ \begin{array}{l} \text{Pyr. } * 5^a 2^i \\ 125. + \\ \text{Pyr. } \Delta^a 4^a p^o \\ 20. \times \end{array} \right.$

quadrato quinto, & alio triangulo quarto, simul æquualet
 triplo pyramidis heptagonæ quintæ. Cūq; per corollarium
 74^a huius talis, quinta pyramis constituatur ex combina-
 tione duarum pyramidū, scilicet ex hexagona centrali quin-
 ta, & triagula quarta primi generis: Iā ostendendū erit, quod
 dudum dictū aggregatū ad dictā mox combinationē triplū
 erit, hoc scilicet pacto. Vna pars illius aggregati, scilicet colū-
 na hexagona centralis quinta cum hexagono primi generis
 quinto, & quadrato quinto, simul per corollarium primum
 66^a triplum facit pyramidis hexagonæ centralis quintæ: quæ
 pars est vna combinationis. Item columna triangula, cū duo-
 bus triangulis quarti loci, per 50^a huius, triplum facit pyra-
 midis triangulæ quartæ, q̄ residuum est combinationis. Qua-
 re cum duæ partes aggregati, duarum partium combinatio-
 nis, singulæ singularum triplæ sint: Iā per primam quinti
 Euclidis: totumq; aggregatum totius combinationis triplū
 erit. In hoc quinto loco: & similiter in omni alio, quod est
 propositum.

COROLLARIUM.

*Et pro hexagono primi generis & quadrato collateralibus,
 substituere potes hexagonū centalem & imparē collaterales.*
 Nam, per corollarium 2^ū 66^a, hexagonus centralis & impar
 simul sumptis, valent hexagonū primi generis & quadratū
 collaterales, hoc est, in quinto loco, huius exempli.

PROPOSITIO 83^a.

$\overline{\text{Col. } 8^a 5^a}$
 $\overline{405.}$
 $\left\{ \begin{array}{l} \text{Col. } 7^a 5^a \\ 355. + \\ \text{Col. } \Delta^a 4^a p^i \\ 40. \times \\ \Delta^o 4^o p^o \\ 10. + \\ *^o 5^o p^i \\ 45. + \\ \square^o 5^o p^i \\ 25. + \\ \Delta^o 4^o p^i \\ \Delta^o 4^o p^i \\ 20. \times \end{array} \right.$

Omnis columna octogona, cum hexagona primi generis, &
 quadrato collateralibus, duploq; triaguli præcedentis coniuncta,
 facit triplum suæ pyramidis. Exempli gratia, columna octan-
 gula quinta 405. cum hexagono primi generis & cum qua-
 drato quinto, hoc est, cū 45. & cum 25. duploque trianguli
 quarti, scilicet cum 20. conficit 495. quod aio triplum esse
 pyramidis octangulæ quintæ, scilicet 165. Quod sic osten-
 do. Columna octangula quinta, per corollarium 76^a consti-
 tuitur ex duabus columnis, septangula quinta: triangula 4^a
 primi generis, & triangulo quarto. His ergo associō hexago-
 nū primi generis, & quadratum quintū: nec non duos trian-
 gulos quartos. quo facto, demonstrandum erit, quod totum
 istud aggregatum, scilicet ex columna septangula quinta, co-
 lumna triangula quarta primi generis, triangulo quarto, he-
 xagono quinto, quadrato quinto, duploque trianguli quar-
 ti, simul triplum consummabit pyramidis octangulæ quin-
 tæ.

ta. Cumq; per corollarium 74^e huius, talis pyramis quinta conficiatur ex pyramidis septangula quinta, & pyramidis triangula quarta combinatione: iam ostendendū erit, quod dictū aggregatū dictæ cōbinationis triplū erit. hoc videlicet pacto. Vna pars illius aggregati, scilicet colūna septangula quinta cum hexagono primi generis quinto, quadrato quinto, & quadrato 4^o simul efficit, per præcedentē propositionē, triplū pyramidis septangula quinta, quæ pars est vna cōbinationis. Itē residuū aggregati, scilicet columna triangula 4^a primi generis, cū duplo trianguli quarti per 50^a huius, triplū facit pyramidis triangula quarta: qui est residuū cōbinationis. Itaque, cum duæ partes aggregati duarū partum combinationis singula singularum triplæ sint, iā & per primā quinti Euclidis, totū aggregatū toti cōbinationis triplū erit. In hoc quinto loco, & similiter alibi. Qd est propositū.

C O R O L L A R I U M.

Et pro hexagono primi generis. & quadrato collateralibus substitueres potes hexagonum centrale & imparem collaterales. Nam, per corollarium 2^u 66^e hexagonus centralis & impar simul sumpti, valent hexagonum primi generis & quadratū collaterales, hoc est, in quinto loco, per assumpto exemplo.

P R O P O S I T I O 84^a.

Sicut columna triangula centralis cum quadrato & trianguli collateralium primi generis aggregato coniuncta, triplum conficit suæ pyramidis. Ita etiam sequentium columnarū centralium tria quadrata cū dicto aggregato & vno triangulo præcedenti: q. pentagona cū eodē aggregato & duplo trianguli præcedētis: q. hexagona cum tali aggregato & triplo trianguli præcedētis, quā septangula cū ipsomet aggregato & quadruplo trianguli præcedētis: quāque octangula cū eo ipso aggregato & quinquaplo trianguli præcedētis coniuncta, triplū efficit suæ pyramidis. Sūto columnæ cētrales collaterales a. quidē triangula, ipse b. quadrata, ipsa c. pentagona, ipsa d. hexagona, ipsa e. septangula, & ipsa f. octangula. Item g. quadratus & h. triangulus eiusdem loci, hoc est, collaterales ipsarū columnarū & ex ipso genere. Itē per triangulus eiusdē generis præcedētis loci: & ex alia parte sunt pyramides centrales columnis dictis collaterales: Ipsa quidem l. triangula, ipsa m. quadrata, ipsa n. pentagona, ipsa o. hexagona, ipsa p. septangula. ipsa que q. octangula: quibus dispositis, ostendēdū est, quod sicut, per 79^a huius aggregatū ex a g h. triplum est ipsius l. ita & aggregatū

cx.

$$\begin{array}{r} \text{Pyr. } \Delta^4 \text{ } 5^a \\ \text{Pyr. } 8^{\text{la}} \text{ } 5^a \left\{ \begin{array}{l} 165 \\ 20. \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Col. } 7^{\text{la}} \text{ } 5^a \left\{ \begin{array}{l} 355 \\ 405 \end{array} \right. \\ \text{Col. } 8^{\text{la}} \text{ } 5^a \left\{ \begin{array}{l} 405 \\ 40 \end{array} \right. \\ \text{Col. } \square. 4^a \text{ } p^1 \\ \Delta. 4^a \text{ } p^1 \\ * 5^a \text{ } p^2 \\ \square. 5^a \text{ } p^2 \\ \Delta. 4^a \text{ } p^2 \\ \nabla. 4^a \text{ } p^2 \\ 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Pyr. } 8^{\text{la}} \text{ } 5^a \left\{ \begin{array}{l} 145 \\ 165 \end{array} \right. \\ \text{Pyr. } \Delta^4 \text{ } 4^a \text{ } p^1 \\ 20. \end{array}$$

	Col	□	Δ	Δ	pyr.
a.	g	h	—	—	l
b.	g	h	K	—	m
c.	g	h	K	K	n
d.	g	h	K	K	K
e.	g	h	K	K	K
f.	g	h	K	K	K
	r.	f.			

Exemplum pro loco 5^o.

Col.	□	Δ	Δ	pyr.
155.	25.	15.	—	65
205.	25.	15.	10—	85
255.	25.	15.	20—	105
305.	25.	15.	30—	125
355.	25.	15.	40—	145
405.	25.	15.	50—	165

$$\begin{array}{r} 40. \quad 20. \\ \text{Col. } \Delta. \text{ Pyr. } \Delta. 4^a \end{array}$$

Col. $\square \Delta \Delta$ | pyr.

a. gh ——— l
 b. gh K ——— m
 c. gh KK ——— n
 d. gh KKK ——— o
 e. gh KKKK ——— p
 f. gh KKKKK ——— q
 r. f.

Exemplum pro 5^o loco

155. 25. 15. ——— 65
 205. 25. 15. 10 — 85
 255. 25. 15. 20 — 105
 305. 25. 15. 30 — 125
 355. 25. 15. 40 — 145
 405. 25. 15. 50 — 165
 Col. 5. \square . 5. Δ . 5. Δ . 4. pyr. 5

40. 20.

ex b g h. & K. triplum erit ipſius m. nec non aggregatum ex c g h. duploque ipſius k triplum ipſius n. itemq; aggregatū ex d g h. triploque ipſius k. triplum ipſius o. adhuc aggregatum ex e g h. & quadruplato k. triplum ad p. & tandem aggregatum ex f g h. & quincuplato k. triplū ad ipſum q. hoc pacto. Sit colūna triangula primi generis præcedens, hoc eſt collateralis ipſi k. triangulo ſignata per r. pyramis autē centralis præcedens, hoc eſt, collateralis columnæ r. ac triangulo k. eſto notata per s. cumque aggregatum ex a g h. triplū ſit ipſius l. per 79^a præmiſſam, oſtendā quod, aggregatū ex b g h. & k. triplum eſt ipſius m. Nam per corollarium 76^e huius, ipſa b. addit ſuper a. ipſā r. & ipſum k. Et ideō aggregatum b g h k. addit ſuper aggregatum a g h. ipſam r. & duplum ipſius k. Item ipſa m. ſuper l. per corollarium 74^e addit ipſam f. Triplum eſt autem additamentum additamēti, hoc eſt, ipſum r. cum duplo ipſius k. duplum eſt ipſius f. per 50^a huius. Igitur per primam quinti Eucl. aggregatum ex b g h. & k. triplum erit ipſius m. quod fuit oſtendendum. Et quoniam c. addit ſuper b. ipſam r. & alium k. per corollarium 76^e huius, & n. ſuper m. addit rursus ipſam f. per corollarium 74^e Similiter penitus & eodem proceſſu oſtendā, quod aggregatum c g h. cum duplo ipſius k. triplum eſt ipſius n. Nec non, quod aggregatum d g h. cum triplo ipſius k. triplum eſt ipſius o. Adhuc quod aggregatum e g h. cum quadruplo ipſius k. triplum eſt ipſius p. & demum, quod aggregatum f g h. cum quincuplo ipſius k. triplum eſt ipſius q. ſicut demonſtrandum proponitur.

COROLLARIUM.

Et eodem cremento procederemus, ſi vltra octangulā columnam ac pyramidem conſingeremus formas ſequentes, ſcilicet enneagonam, & decagonam, & reliquas deinceps: Sed ne curioſitas modum excedat, ſatis ſit nobis hucuſque progreſſi; & protinus de regularibus ſolidis diſſerere incipiamus, ne quid in hac ſpeculatione intactum relinquantur.

P R O P O

PROPOSITIO 85^a.

Omnis par cum paribus omnium præcedentium locorum coniunctus, conficit collateralem parte altera longiorem. Exempli gratia, par quinti loci, scilicet 8. coniunctus cum paribus præcedentibus 6. 4. 2. 0. conflatur 20. parte altera longiorem quintum. Nam per 3^{am} huius quatuor dictorum parium aggregatum duplum est ad aggregatum totidem radicum ab unitate continuatarum, hoc est, ad triangulum primi generis quartum. Item ad eundem triangulum quartum duplus est parte altera longior quintus, scilicet 20. per octauam huius. Aequalis igitur est parte altera longior quintus dicto quatuor parium numerorum aggregato. Quod fuit demonstrandum. Et demonstratio ad alium quemuis locum transferetur ut constet propositum.

0.	0.	1.
2.	2.	2.
4.	6.	3.
6.	12.	4.
8.	20.	10.
		20

PROPOSITIO 86^a.

Si numerorum imparium ab unitate per ordinem continuatorum singulorum singuli quadrupli post Zifram disponantur, ex eorum successiva aggregatione construuntur quadrati numeri à paribus collateralibus in se multiplicatis producti. Exempli gratia, quotuis ab unitate impares, ut puta quatuor 1. 3. 5. 7. singuli quadruplicentur, & post Zifram disponantur sic 0. 4. 12. 20. 28. aio, quod horum quadruplorum omnium aggregatum est numerus quadratus, qui fit à numero pari quinti loci in se ducto, hoc est, ab octonario. Nam, per 1^{am} huius ex aggregatione dictorum quatuor imparium fit quadratus quartæ radicis. Quare quadrupli eorundem imparium conficiunt quadruplum dicti quadrati, hoc est, quadratum, qui fit ex duplo dictæ radicis in se ducto, hoc est ex octonario in se multiplicato. Nam latera, quorum quadrata sunt in quadrupla ratione, seruant ad inuicem rationem duplam. Similiter per locis alijs constat propositum.

1.	0.	0.	1.
3.	4.	2.	1.
5.	12.	4.	3.
7.	20.	6.	4.
16.	28.	8.	
			64



OC à principio decreuimus, ingeniose Lector, in hisce nostris numerarijs speculationibus, ut non solum obscure ab alijs tradita facilius demonstraremus, sed etiam omissa suppleremus. Ne quid igitur, quod ad formas numerorum, pertinet, desideraretur, sicut pyramidibus & columnis numerarias figuras non unius generis, sicut & planis rectilineis, hætenus adsignauimus; ita & quinque illa geometrica solida, quæ vulgo regularia nuncupantur, adaptatis singula numeris imitabimur: structuram quidem primo definientes, & inde proprietatem singulorum, atque colligantias, per demonstrationes & exemplo exponentes. Sed, cum quinque sint apud egregios Geometras regularia illa, mirum in modum à Platone celebrata corpora, Pyramis uel Tetrahedrum, Octahedrum, Cubus, Icosahedrum, atque Dodecahedrum; è quibus sicut pyramidem tetrahedrum; ita & cubum hexahedrum quoque; à basium numero vocari nemo prohibet. Ex his duæ iam in numeris nostris tractata sunt formæ, pyramis scilicet in ordine primarum pyramidum: & cubus inter eiusdem ordinis columnas. Sequitur nunc octahedrum, quod semper ex duabus proximis quadratis pyramidibus non aliter, quam quadratis ex duobus proximis triangulis coalescit. Super sunt duo reliqua, quæ per numeros non nisi centralia intelligi & construi poterunt: quemadmodum in planis formæ secundi ordinis astruebantur. Et sicut in planis septanguli & octanguli numeri non, nisi per centrum & ambitum, conflari commodè possunt; ita fit in huiusmodi duobus postremis solidis. Item, sicut triangulos, quadratos, pentagonos, & hexagonos

agonos non solum primi generis, sed etiam centraliter efformauimus ad implendum secundum formarum ordinem; ita & hic licebit reliqua tria priora solida, pyramidem, octaedrum, & cubum centraliter, sicut postrema duo per numeros configurare. Cum itaq; tam pyramides triangulae, quam cubi primae speciei satis iam superius constructi & expositi sint, & eorum proprietates declaratae: nunc & octaedri numeri eiusdem speciei sic quidem faciliter construentur, si ab unitate exordium capientes, (ut diximus) duas quasq; proximas primi generis quadratas pyramides coniugamus: sicuti fit in ipso continuo geometricoq; octaedro solido. Cum itaque pyramides quadratae primae huiusmodi se in ordine habeant, ut superius describebatur, ita & octaedri numeri primae speciei singuli & collateraliter & precedenti pyramide coniunctis haud difficiliter sub iisdem exarabunt. Hoc v3 pacto.

1.	5.	14.	30.	55.	91.	140.	204.	285.	385.	Pyramides quadratae primi generis.
1.	6.	19.	44.	85.	146.	231.	344.	489.	670.	Octaedri primi generis.

Et eadem aggregatione in infinitum fiet processus, & si non actu, potentia tamen, quae nunquam theorico intellectui negatur. Agendum nunc de solidis regularibus centralibus, in quibus semper unitas in centro ponitur sicut & in planis numeris centralibus. Sed opere precium est intelligere imprimis quo pacto disponenda sint caeterae unitates, & quibus in locis, ad efformanda, ut decet, talia solida numeralia. Nec dubium, quin in singulis, posita unitate centri tam per singulos solidos angulos, quam per singula basium centra singulae sint unitates disponenda. Itaque cum pyramis habeat quatuor angulos & totidem bases, habebit cum centrali unitate nouem unitates. Cum autem octaedrum ha-

beat

beat sex angulos, & octo bases & centrum; habebit unitates quindecim. & totidem unitates cubus: quandoquidem habent angulos octo & bases nouem & centrum. Unde sicut secundus ab unitate octahedrus, secundo adequatur cubo; ita & tertius tertio: & quartus quarto: & sequentes sequentibus, singuli singulis in infinitum semper aequales existunt: ut postea demonstrabimus. Deinde cum Icosahedrum habeat 12. angulos solidos, bases autem 20. & centrum; constituetur ex unitatibus 33. & ex totidem unitatibus dodecahedrus, ut pote qui habet angulos 20. bases 12. & centrum, hoc est secundus Icosahedrus secundo Dodecahedro aequalis est. Et similiter deinde tertius tertio: & quartus quarto: & sequentes sequentibus singuli singulis Icosahedri Dodecahedris in infinitum semper adequabuntur propter eandem, quæ in Octahedro & cubo, reciprocam angulorum & basium numerorum aequalitatem: ut in suo loco in propositionibus ostendemus. Sed quo pacto sequentes solidi numeri, hoc est, sequentium locorum formantur, audi. Nec te, perspicacissime lector, tædeat ea perpendere, quæ ad huiusmodi numerarias formas, ab alijs omissa, & ad speculationis Arithmetica perfectionem maxime spectant. Cognosces enim proprietates earum notatu dignissimas, nec nisi curiosis ingenijs patulas. Imaginor itaq; in hisce quinque singulis regularibus solidis, à centro ad angulos educi singulas semidiametros: quæ quidem in pyramide erunt quatuor in octahedro 6. in cubo 8. in Icosahedro 12. In dodecahedro 20. quot scilicet sunt solidi anguli, seu vertices solidorum. Deinde in iisdem intelligo linearia latera quæ vertices ipsos coniungunt. in pyramide scilicet latera sex, in octa-

octahedro 12. In cubo totidem. In icosaedro 30. In dodecahedro totidem. Quæ quidem, cum semidiamentris latera singula binis totidem triangulos continent quot sunt latera. His suppositis, iam nulli obscurum erit inter triena quidem qualibet huiusmodi triangula pyramides intercipi, quæ tot sunt quot ipsius solidi basès, in tetrahedro .s. pyramides quatuor triangulas, in octahedro octo triangulas; in icosaedro viginti similiter triangulas. At in cubo inter quaterna triangula, pyramides sex quadratas. In dodecahedro inter quina triangula, pyramides 12. pentagonas. Quibus consideratis, iam constabit, unumquodque horum solidorum construi debere ex unitate centrali, ex unitatibus per semidiamentros dispositis, ex numeris triangulis, ex quæ numeris pyramidibus. Hoc modo. Pyramidem, siue tetrahedrum, ex centro, ex quatuor semidiamentris, ex senis triangulis, & ex quatuor pyramidibus triangulis. Octahedrum ex centro, ex senis semidiamentris, ex duodecim triangulis, & ex 8. pyramidibus triangulis: cubum ex centro, ex 8. semidiamentris, ex 12. triangulis, & ex senis pyramidibus quadratis. Icosaedrum ex centro, ex duodecim semidiamentris, ex triginta triangulis, & ex 20. pyramidibus triangulis. Dodecahedrum ex centro, ex 20. semidiamentris, ex triginta triangulis, & ex 12. pyramidibus pentagonis. Postquam itaque unitas præbet singulis solidis huiusmodi, nomen: quippe quæ nullam non numeri spetiem suscipit; iam in secundo loco (ut diximus) pyramis habebit 9. unitates; Octahedrus 15. cubus totidem. Icosaedrus 33. Dodecaedrus totidem.

Z Nam

Nam cētrum cum angulis & basium centris tot unitates suscipiunt. Quo quidem in loco semidiametri sunt ipse angulorum unitates: trianguli nulli: pyramides verò solæ unitates, quæ sunt basium centra. Quare hic tam semidiametri, quàm pyramides exordium sumunt. Intellige autem semper Δ^{los} primæ speciei; pyramides verò secundæ: quoniam oportet eas esse centrales. In tertio mox loco crescunt singulæ semidiametri per unitatem: trianguli autem exordium capiunt, sunt quæ unitates; pyramides verò sunt, quæ unitatem sequuntur: triangula quinarium singulæ; quadrata senarium: ac pentagona septenarium habentes: In quo quidem loco pyramis constat ex 1. ex quatuor semidiamentis, scilicet 8. ex sex triangulis, scilicet 6. & ex quatuor pyramidibus, scilicet 20. quæ conficiunt 35. Octahedrus constat ex 1. ex sex semidiamentis, scilicet 12. ex duodecim triangulis, scilicet 12. & ex 8. pyramidibus triangulis, scilicet 40. quæ constant 65. & tantundem faciunt unitas: octo semidiamentis, scilicet 16. ac 12. trianguli, scilicet 12. cum sex pyramidibus quadratis. f. 36. pro cubo construendo: nam octahedrus & cubus semper sunt æquales. Icosahedrus fit ex 1. ex 12. semidiamentis, scilicet 24. ex 30. triangulis, scilicet 30. ex 20. pyramidibus triangulis, scilicet 100. Unde completitur 155. Et tantundem suscipit huius loci dodecahedrus. Nam unitas 20. semidiametri, scilicet 40. trianguli 30. scilicet 30. pentagoni pyramidis 12. scilicet 84. simul constant dictū numerum, scilicet 155. In quarto loco semidiametri singulæ habent 3. trianguli singuli 3. pyramides, triangula singulæ 15. quadrati 19. pentagoni 23. ubi pyramis cum constet ex
unitate.

unitate ex quatuor semidiamentris, scilicet 12. ex sex
 triangulis, scilicet 18. ex quatuor pyramidibus, scilicet 60.
 habebit 91. Octahedrus autem ex unitate sex semidiame-
 tris scilicet 18. ex 12. triangulis scilicet 36. Et ex octo pyra-
 midibus triangulis. s. 120. constans, habebit 175. Et tantundē
 cubus: nā unitas, octo semidiamenti scilicet 24. duodecim
 trianguli scilicet 36. Et sex pyramides, scilicet 114. eundem
 numerū 175. conficiunt. Item icosahedrus constans ex unita-
 te, ex 12. semidiamentris, scilicet 36. ex 30. triangulis, scilicet
 90. Et ex 20. pyramidibus triangulis scilicet 300. compræ-
 hendet 427. Et tantundem Dodecahedrus. Nam unitas
 viginti semidiamenti, scilicet 60. triginta trianguli, scilicet
 90. duodecim pyramides pentagonæ, scilicet 276. eundem
 numerum 427. constituunt. In quinto loco semidiamenti
 singulæ habent 4. trianguli singuli 6. pyramides trian-
 gulæ singulæ 34. quadratæ 44. pentagonæ 54. Unde ag-
 gregatis unitate semidiamentris, triangulis, et pyrami-
 dibus prædicto sub numero sumptis, constabunt solida
 quinti loci: pyramis 189. octahedrus ac cubus 369. Ico-
 sahedrus et Dodecahedrus 909. pro sexto loco semidiame-
 ter habent 5. triangulus 10. pyramis triangula 65. quadra-
 ta 85. pentagona 105. Unde aggregatio repetita faciet
 pyramidem 341. Octahedrum et Cubum 671. Icosabe-
 drum et dodecahedrum 1661. Pro septimo loco se-
 midiameter habent 6. triangulus 15. pyramis triangula
 111. quadrata 146. pentagona 181. sic ex consueto cumulo
 fiet pyramis 559. Octahedrus et Cubus 1105. Icosabe-
 drus et dodecahedrus 2743. Pro octavo loco, semidia-
 meter habent 7. triangulus 21. pyramis triangula 175.

Z 2 quadrata

quadrata 231. pentagona 287. & factis, secundum regulam
 summis, pyramis erit 855. Octahedrus & cubus 1695. icosahedrus, & dodecahedrus 4215. Pro nono loco, semidiameter
 sortitur 8. triangulus 28. pyramis triangula 260. quadrata
 344. pentagona 428. & peracta more consueto congerie,
 perueniet pyramis 1241. Octahedrus & cubus 2465. Icosahedrus & dodecahedrus 6137. Pro decimo demum loco, se-
 midiameter habet 9. triangulus 36. pyramis triangula 369.
 quadrata 486. pentagona 609. ex quorum positione confla-
 bunt summæ pyramidis quidē 1729. Octahedri & cubi 3439.
 Icosahedri & dodecahedri 8569. & deinceps, seruato sem-
 per præcepto, in infinitum inuenietur cubus octahedro, & do-
 decahedrus icosahedro aequales. Quod sic esse, demonstratio-
 ne postea roborabimus, præmissis necessarijs præambulis.
 Mox & alias quasdam admiratu dignas proprietates exe-
 cuturi, sicut profundas, ita maioribus nostris nunquam
 hætenus animaduersas, quæ quidem idcirco prælibata
 sunt à nobis ingeniose Lector, ut ea, quæ demonstraturi
 sumus, magis tibi peruia sint, sed & solida ipsa usque ad
 decimum locum collecta hic breui tabella commonstrabi-
 mus, ut dudum traditum structuræ modum, exposito ex-
 emplo proutius intelligas. Eccam tabellam.

1	9	35	91	189	341	559	855	1241	1729	Pyram. cubi mixti.
1	15	65	175	369	671	105	1695	2465	3439	Octahedri cubi.
1	33	155	427	909	1661	2743	4215	6137	8569	Icosahedri dodecah.

Est etiam tertia cuborum species, quos mixtos appellare li-
 buit: eo quod singuli fiant ex mixtione collateralis cubi pri-
 mi generis & cubi præcedentis, non aliter, quàm quadrati
 centrales

centrales ex mixtione quadrati collateralis & præcedentis primi generis. Sed magis admiraberis ingeniose Lector, huiusmodi cubos mixtos esse singulos æquales singulis collateralibus tetraedris centralibus iam dudum expositis, sicut in fine demonstrabimus. His ergo præmissis, ad ipsorum solidorum definitiones Veniamus.

D I F F I N I T I O N E S.

Pyramis triangula siue tetraedrus primi generis, quæ figura, propter basium conformitatem, inter numerarias regulares solidas reponi meretur, constitit in diffinitionibus primis. Octahedrus primi generis compaginatur ex duabus quadratis pyramidibus primi generis. scilicet collateralis, & præcedenti: quæadmodum quadratus primus conflabatur ex duobus primi generis triangulis, collateralis scilicet & præcedenti. Cubus mixtus componitur ex duobus cubis primi generis, scilicet collateralis & præcedenti, non aliter quàm antea quadratus centralis conflabatur ex duobus primi generis quadratis. scilicet collateralis & præcedenti. Nunc autem diffiniendæ sunt solidorum regularium centralium, siue secundi generis structuræ sic: Omnis radix propositi loci cum vnitate, triangulo præcedente primi generis, pyramideque centrali collateralis, constituere potest numerum solidum, regularem sequentis loci: ita scilicet ut radix in numerum solidorum angulorum multiplicetur: triangulus in numerum laterum linearum, Pyramis in numerum basium, Tetraedrum igitur, siue pyramidem construet, vnitas centralis, radix quadruplicata, triangulus sexcuplicatus, & pyramis triangula quadruplicata. Octahedrum autem constituet vnitas centralis, radices sexcuplum, trianguli duodecuplum, & Pyramidis triangulæ octuplum. Hefahedrum siue cubum conficiet vnitas centralis, radices octuplum, trianguli duodecuplum, & pyramidis quadratæ sexcuplum. Icosahedrum conflabit, vnitas centralis, radices duodecuplum, trianguli trigecuplum, & pyramidis triangulæ vigecuplum. Dodecahedrum tandem conflabit, vnitas radices vigecuplum, trianguli Trigecuplum, & pyramidis pentagonæ duodecuplum. Pyramides

Z 3 enim

enim pro cubo quadratæ: pro dodecahedro pentagonæ: pro cæteris triangulæ capiendæ sunt, quo scilicet sint corporis ipsius basibus conformes.

PROPOSITIO 87.

Omnis octahedrus primi generis æqualis est pyramidi quadratæ centrali, sibiq; collaterali. Exempli gratia: octahedrus quintus, primi generis est. Aio, quod is idem numerus est, & pyramis quadrata centralis quinta. Nam per 75^a & 68^a huius, pyramis quadrata quinta conficitur ex duabus pyramidibus quadratis primi generis, scilicet quinta & quarta, & per diffinitionem ipsius, de quo loquimur, octahedri, talis octahedrus quintus componitur ex iisdem dictis duabus quadratis pyramidibus. Igitur octahedrus quintus est pyramidi quadratæ quintæ æqualis: & similiter in quo vis alio loco verificatur propositum.

PROPOSITIO 88.

Omnis cubus primi generis æqualis est aggregato ex octahedro primi generis collaterali, duploq; triangulæ pyramidis præcedentis. Exempli gratia: cubus quintus, scilicet 125 , æqualis est octahedro primi generis quinto, s. 85 , una cum duplo pyramidis quartæ primi generis, scilicet cum 40 . Quod sic ostenditur, per 51^a huius, cubus quintus æqualis est pyramidi hexagonæ æquiangulæ quintæ: per 41^a autē pyramis hexagona quinta æquiangula valet aggregatum ex pyramide pentagona quinta, & ex duabus pyramidibus quarti loci, s. quadrata & triangula primi generis. Sed, per 36^a huius, pyramis pentagona 5^a æquiualeat aggregato pyramidum quadratæ quintæ, & triangulæ quartæ. Igitur pyramis hexagona quinta, siue cubus ipsi æqualis valebit aggregatum ex duabus pyramidibus quadratis quinta & quarta, & ex duplo pyramidis triangulæ quartæ. Cumq; per diffinitionem duæ prædictæ pyramides quadratæ cōficiant octahedrum primi generis quintū: iam & talis octahedrus quintus cum duplo pyramidis triangulæ quartæ sumptus, adæquabit cubum quintum: quod erat demonstrandum. & perinde sicut in quinto, ita in quouis alio loco constabit propositum.

PROPOSITIO 89.

Omnis impar in quadratum secundæ speciei, hoc est, centralem, sibi collateralem multiplicatus, producit gnomonem collateralem ex ordine gnomonum ab unitate cōtinuatorum, atq; quadratos ex quadratis primis in se ductis genitos per additionem successiuam

$$\begin{array}{l} 85 \\ \left\{ \begin{array}{l} 55 \\ 30 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{per } 36^a \\ \text{pyr. } \square \cdot 5^a \\ 75. \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{pyr. } \square \cdot 5^a \\ 55. \\ \text{pyr. } \triangle \cdot 4^a \\ 20. \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} \text{per } 41^a \\ \text{pyr. } \square \cdot 4^a \\ 30. \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{pyr. } \square \cdot 4^a \\ 30. \\ \text{pyr. } \triangle \cdot 4^a \\ 20. \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} \text{per diffi.} \\ \text{Octahed. } 5^o \\ 85 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{pyr. } \square \cdot 5^a \\ 55 \\ \text{pyr. } \square \cdot 4^a \\ 30 \end{array} \right.$$

successivam constituentium. Præmissa unitate, quæ omnem numeri speciem repræsentat secundus impar est 3. secundus autem quadratus centralis est 5. ex horum ducto fit 15. gnommo secundus quippe qui cum unitate facit 16. quadratū scilicet quaternarij. Quod sic ostendo: post unitatem notabo primum duos in tres, in quatuor, in quinque numeros ab unitate per duplam proportionem notatos. Hoc pacto duo primi numeri, scilicet 1. 2. per sextam huius simul conficiunt imparem secundi loci, scilicet 3. Extremi autem sequentis ordinis scilicet 1. 2. 4. sunt 1. & 4. proximi scilicet quadrati, quorum congeries, per 68^a huius, est quadratus centralis secundi loci, scilicet 5. Itaque demonstrandum est, quod aggregatum ex vno, & 2. multiplicatum in congeriem ex 1. & 4. producit gnomonem secundi loci, hoc est differentiam ipsorum 1. & 16. qui sunt quadrati quadratorum, primus unitatis, & alter quaternarij. Talis enim gnommo, scilicet 15. appositus unitati, constituit 16. quadratum quadrati secundi: Nam in hisce quatuor numerorum ordinibus, duo primi, scilicet 1. 2. sunt differentie trium sequentiū, scilicet 1. 2. 4. & rursus hi tres sunt differentie quatuor sequentium, scilicet 1. 2. 4. & 8. & adhuc hi quatuor sunt differentie quinque postremorum, scilicet 1. 2. 4. 8. 16. quandoquidem in numeris continue proportionalibus differentie sunt continue proportionales, & primæ differentie sint iam unitates, sicut primi ordinum singulorum numeri. Hic est autem processus demonstrationis: aggregatum ex vno & 2. primi ordinis ductum in unitatem, facit cōgeriem 1. & 2. in tertio ordine. Item aggregatum ex 1. & 2. primi ordinis ductum in 4. producit 4. & 8. in tertio ordine, hoc est, 12. Igitur tale aggregatum ex 1. & 2. hoc est 3. ductum in congeriem ex 1. & 4. hoc est, in 5. producit cumulum quatuor numerorum, scilicet 1. 2. 4. 8. Verū talis cumulus facit cumulum differentiarū quarti ordinis, scilicet ipsorū 1. 2. 4. 8. 16. & perinde facit differentiam extremorum, scilicet 1. & 16. hoc est, 15. gnomonem secundi loci prædictum. Quod fuit demonstrandum. Item dico quod tertius impar, scilicet 5. ductus in tertium quadratum centrale. s. 13. producit tertium gnomonem ex prædictis, scilicet 65. qui. s. cum 16. coniunctus facit quadratū nouenarij, qui tertius quadratus est, facit in quā 81. quadratum ex quadrato tertio in se dicto genitum. Quod haud obscure, nec difficiliter ostendam Hoc processu.

Z 4 Post

Pro secundo loco.

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 1 \cdot 2 \\
 1 \cdot 2 \cdot 4 \\
 1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 8 \\
 1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 16 \\
 \hline
 3 \} 15 \\
 5 \}
 \end{array}$$

Pro tertio loco.

$$\begin{array}{r}
 2 \cdot 3 \\
 4 \cdot 6 \cdot 9 \\
 8 \cdot 12 \cdot 18 \cdot 27 \\
 16 \cdot 24 \cdot 36 \cdot 54 \cdot 81 \\
 \hline
 5 \} \\
 13 \} 65
 \end{array}$$

Post unitatem notabo radices proximas secundi & tertij loci, scilicet 2. & 3. qui, per sextam huius, coniuncti faciunt tertium imparem: mox duco 2. in se, & in 3. nec non 3. in se, & fient 4. 6. 9. continue proportionales in ratione ipsorum 2. & 3. & Rursum, ex quatuor multiplicationibus, scilicet ex ductu 2. in 4. & in 6. & ex ductu 3. in 6. & in 9. fiant quatuor numeri similiter proportionales 8. 12. 18. 27. Et adhuc ex quinque multiplicationibus, scilicet ex 2. in singulos dictos 4. 8. 12. 18. 27. & ex 3. in 27. fiant quinque numeri 16. 24. 36. 54. 81. in eadem ratione continua proportionales. Atque his constitutis, demonstrandum erit quod aggregatum ex 2. & 3. scilicet 5. tertius impar, multiplicatum in aggregatum ex 4. & 9. hoc est, in 13. quod, per 68^a, est tertius quadratus centralis, producit differentiam ipsorum 16. & 81. hoc est, gnomonem ex his, quales diximus tertium. Nam per 21^a septimi Elementorum Euclid. quoniam ex ductu ipsorum 2. 3. primi ordinis, nascuntur numeri trium reliquorum ordinum, idcirco singuli ordines seruant continuam proportionem primi: & quoniam ex multiplicante indifferentiam multiplicatorum, producit differentia productorum: idcirco, duo numeri primi ordinis, scilicet 2. & 3. sunt differentie numerorum sequentis ordinis, scilicet ipsorum 4. 6. & 9. & similiter hi tres sunt differentie numerorum quarti ordinis, qui sequitur, scilicet ipsorum 8. 12. 18. 27. Nec secus hi quinque sunt differentie quinque numerorum sequentium, scilicet 16. 24. 36. 54. 81. quo fit, ut cumulus ipsorum 8. 12. 18. 27. sit differentia ipsorum 16. 81. extremorum. Vnde demonstrandum erit, quod ex multiplicatione aggregati ipsorum 2. 3. in congeriem ipsorum 4. & 9. hoc est ex ductu 5. in 13. tertij, scilicet imparis in tertium quadratum centrale, producit cumulus ipsorum 8. 12. 18. 27. hoc modo. Quoniam ex 2. in 4. fit 8. & ex 3. in 4. fit 12. per 23^a septimi Euclidis (quoniam 2. ad 3. sicut 4. ad 16.) propterea ex 4. in aggregatum ipsorum 2. 3. fit aggregatum ipsorum 8. 12. per primam secundi Elementorum, & per eadem rationem, quoniam ex 2. in 9. fit 18. & ex 3. in 9. fit 27. propterea ex 9. in aggregatum ipsorum 2. 3. fit aggregatum ipsorum 18. 27. Rursum ergo ex prima secundi Euclidis sequitur, ut ex aggregato ipsorum 2. 3. in aggregatum ipsorum 4. 9. fiat cumulus quatuor numerorum 8. 12. 18. 27. Quod fuit demonstrandum.

Eodem

Pro quarto loco.

$$\begin{array}{r}
 \text{I} \\
 3 \cdot 4 \\
 9 \cdot 12 \cdot 16 \\
 27 \cdot 36 \cdot 48 \cdot 64 \\
 81 \cdot 108 \cdot 144 \cdot 192 \cdot 256 \\
 \hline
 7 \left. \begin{array}{l} 7 \\ 25 \end{array} \right\} 175
 \end{array}$$

LIBRI PRIMI, PARS II. 57

Eodem penitus processu demonstrabimus, q̄ quartus impar. f. 7. ductus in quadratū cētralem quartū 25. efficit 175. gnomonē quartū, qui cum quadrato nouenarij iunctus. l. cum 81. cōponit quadratū ex 16. scilicet 256. Itē similiter ostendemus, q̄ quintus impar. f. 9. ductus in quintū quadratū cētralē. f. 41. producit 369. gnomonē quintū, q̄ cū 256. cōstituit 625. q̄ quadratus est 5ⁱ quadrati : & sic in infinitū.

1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	Impares
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	Quadrati primi.
1	5	13	25	41	61	85	113	145	181	Quadrati centrales.
1	15	65	175	369	671	1105	1625	2465	3439	Gnomones,

PROPOSITIO 90.

Unusquisque dictorum gnomonum equalis est aggregato triū gulorum centralium ab unitate per ordinem sumptorum, & tot quot sunt unitates imparis collateralis. Exempli gratia. 15. gno mo post unitatem æqualis est aggregato trium triangulorū centralium. f. 1. 4. 10. quoniam ternarius est impar collater alis ipsius gnomonis secundi. At 65. gnomo sequens æqualis est aggregato quinque triangulorum, scilicet 1. 4. 10. 16. 31. quoniam. f. 5. est impar collateralis dicto gnomoni. & sic deinceps in infinitum. Et quoniam tria talia triangula, per diffinitionem componunt pyramidem triangulam centralē tertij loci, & quinque talia prædicta triangula constituunt pyramidem triangulam quinta loci, & sic deinceps per im pares locos in infinitū : propterea propositio p̄ns hoc dicit.

COROLLARIUM.

Quod tales gnomones sunt pyramides triangulæ cen trales per impares locos dispositæ in infinitum. Cuius pro positionis & corollarij demonstratio hæc est. Aio, q̄ 65. gno mo tertij loci, est pyramis triangula centralis quinta. Quod sic patet. Ducatur 5. in 31. radix. f. quinta in triangulum 31. quintū qui basis est pyramidis ipsius quintæ, & producūtur 155. colūna. f. triagula quinta huic addo quadratum quintū primæ speciei. f. 25. & triangulum quintū. f. 15. & constātur 195. q̄d, per 79^a huius, triplū est pyramidis suæ quintæ. pro ductū aut ex 5. in 31. cum dictis quadrato & triagulo, sum ptū, est æquale producto ex 5. in 39. quoniam. f. 39. constat ex 31. 5. & 3. hoc est, triangulo quinto : impare tertio, & radice tertia : & ex tali radice in talem imparem, hoc est,

Tro quinto loco.

1									
4	.	5							
16	.	20	.	25					
64	.	80	.	100	.	125			
256	.	320	.	400	.	500	.	625	
9	}								
41	}								

$$\begin{array}{l} 5 \left\{ \begin{array}{l} 13 \text{ --- } 65 \\ 39 \text{ --- } 195 \end{array} \right. \end{array}$$

est ex 3. in 5. fit dictus triangulus quintus 15. (vt ex regula progressionis facile constar) Quo fit, vt productū ex 5. in 39: æquale sit producto ex 5. in 31. in 5. & in 3. hoc est, producto ex 5. in 31. cum quadrato quinarij & triangulo quinto, hoc est, cum 25. & cum 15. Et, quoniam 31. triangulus, scilicet quintus centralis cum ipso quinario & ternario, quoniam quinaris est tertius impar, conficiunt semper triplum tertij quadrati centralium, qui nunc est. 13. & gnomō 65. fit ex 5. in ipsum 13. per præmissam. Iam iccirco productum ipsum ex 5. in 39. scilicet 195. triplum erit gnomonis 65. fuit autem & triplum pyramidis triangulæ quintæ: Igitur gnomō tertius & pyramis centralis quinta sunt æquales. Quod erat demonstrandum. Sed restat ostendere, quod triangulus imparis loci cum ipso impare & cum radice collateralis ad imparem faciunt simul triplum quadrati centralis, qui collateralis est ipsi radici. Hoc est assumpto exemplo, quod 31. cum 5. & 3. faciunt triplum ipsius 13. quod sic ostendetur: Disponantur quatuor series numerorum, singulæ ab vnitatis initium capientes: in quarum prima sint trianguli centralis locorum imparium, scilicet 1. 10. 31. 64. & in secunda 1. 3. 5. 7. & ceteri impares per ordinem. In tertia radices naturalis progressus 1. 2. 3. 4. &c. In postrema 1. 5. 13. 25. & ceteri quadrati centralis. In quibus id quod volumus facile constabit.

Nam cum in exordio tres vnitates sint

1	10	31	64	109	166	235	316	409	514	Triag. cētrales locorū impariū
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	Impares
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Radices.
1	5	13	25	41	61	85	113	145	181	Quadrati Centrales.

triplum quartæ. et trium subsequētium tres ad primas vnitates augmenta super ipsas vnitates faciant duodenarium, qui numerus triplus est ad augmentum, quo in quarta serie sequens vnitatem excedit ipsam vnitatem; iam ideo necesse erit, vt aggregatum trium corollarium, scilicet 10. 3. 2. sit triplum ad hūc sequentem, scilicet 5. Item quoniam augmenta trium in tertio loco sequentium supra tres præcedentes conflant 24. Et augmentum reliqui in quarta

LIBRI PRIMI, PARS II. 59

quarta serie supra suum præcedentem est 8. Idcirco & aggregatum trium illorum, scilicet 3. 1. 5. 3. erit & triplum dicti reliqui, scilicet 13. Et sic deinceps in infinitum, propter augmenta illic per duodenarium, hic per quaternarium crescentia semper demonstrabimus. Quod demum in dictis quatuor seriebus numeri secundum talia procedant crementa, facillimum est ostendere. In triangulis quidem si consideretur continuatorum crementa, quæ crescunt per ternarium, iam alternatorum crementa per duodenarium augebuntur. At in serie imparium quis nescit crementum fieri per binarium, & in serie radicum per unitatem? denique in serie postrema quadratarum centralium, quoniam singuli constant ex binis proximis quadratis primæ speciei, quorum differentia crescunt per binarium, quia videlicet conflatur per additionem continuam imparium, ideo differentias sortiuntur per quaternarium crescentes. Sic nihil restat, quod ad demonstrandum propositum faciet.

+ 1.	3	}	9
4.	6		
+ 10.	9	}	21
19.	12		
+ 31.	15	}	33
46.	18		
+ 64.	21	}	45
85.	24		
+ 109.	27	}	57
136.	30		
+ 166.			

loci impares
 Δ^{II} Centrales
 Δ^{I} & Δ^{II} continuatorum.
 Δ^{I} & Δ^{II} in locis impar.

PROPOSITIO 91.

Tres quadrati centrales cum quatuor unitatibus sumpti, sunt æquales quatuor triangulis centralibus cum tribus unitatibus simul acceptis in eodem loco. Nam triangulus centralis constat ex unitate & tribus triangulis primæ speciei præcedentis loci. Quadratus verò centralis constat ex quatuor triangulis primæ speciei præcedentis loci, & ex unitate. Quam ob rem, quatuor trianguli centrales constabunt ex 12. triangulis primæ, & ex quatuor unitatibus. Tres verò quadrati centralis constabunt ex 12. triangulis primæ, & ex tribus unitatibus. Igitur, si apponantur hic quatuor, illic tres unitates, constabit veritas propositi.

PROPOSITIO 92.

Tres pyramides quadratæ centrales cum quatuor axibus sumptæ, sunt æquales quatuor pyramidibus triangulis centralibus cum tribus axibus in eodem loco simul acceptis. Hæc constat ex præcedenti: quoniam pyramides constant ex basibus, illæ quadratis, hæ triangulis, & axes constant ex totidem unitatibus singulæ. Quare cum ex aggregatione æqualium coaceruentur æqualia, constat propositum.

Tres

PROPOSITIO 93.

Tres Pentagoni centrales cum quinque unitatibus simul sumpti sunt æquales quinque triangulis centralibus cum tribus unitatibus simul acceptis in eodem loco. Quoniā triagulus centralis constat ex unitate & ex tribus triangulis primis præcedentibus. Pentagonus autem centralis constat ex quinque triagulis primis præcedentibus ex unitate: quam ob rem quinque trianguli centrales constabunt ex 15. triangulis primis & ex 5. unitatibus. Tres verò pentagoni constabunt etiam ex 15. triangulis primis, & ex tribus unitatibus: Igitur si apponantur hic 5. illic tres unitates, constat propositum.

PROPOSITIO 94

Tres pentagonæ pyramides centrales cum quinque axibus sunt æquales quinque pyramidibus triangulis centralibus cum tribus axibus eiusdem loci pariter acceptis. Hæc sequitur ex præmissa: quoniā pyramides constant ex planis, illæ pētagonis; hæ triagulis, & axes constant ex totidem unitatibus singulæ. Igitur cū ex aggregatione æqualium coaceruetur æqualia, verum est id, quod ostendendum proponitur.

PROPOSITIO 95.

Cubus $\left\{ \begin{array}{l} \text{Unitas} \\ 8. \text{ semid.} \\ 12. \Delta^{\text{li}} \\ 6. \text{ pyr } \square^{\text{ax}} \end{array} \right.$

Octahedrus $\left\{ \begin{array}{l} \text{Unitas} \\ 6. \text{ semid.} \\ 12. \Delta^{\text{li}} \\ 8. \text{ Pyr. } \Delta^{\text{ax}} \end{array} \right.$

Omnis cubus centralis æqualis est octahedro centrali sibi collaterali. Nam talis cubus, per diffinitionem construitur ex unitate, quod est centrum: ex octo semidiametris, ex 12. triangulis primis: quoniam tot sunt latera linearia solidi: & ex sex pyramidibus quadratis centralibus quot, scilicet sunt bases solidi. Octahedrus autem constatur ex unitate centrali, ex sex semidiametris, ex 12. triangulis primis: quoniam tot sunt eius solidi latera, & ex octo pyramidibus triangulis centralibus, propter totidem bases. Sed cum per 92^a præmissam, tres pyramides quadratæ cum quatuor axibus, qui sunt æquales semidiametris singulæ singulis, sint æquales quatuor pyramidibus triangulis cum tribus axibus: iam sex pyramides quadratæ cum octo semidiametris erunt æquales octo pyramidibus triangulis cum sex semidiametris. At unitas & 12. trianguli eadem utrobique summā ingerunt. Ergo & totus solidus numerus toti solido numero, scilicet cubus Octahedro adæquabitur: quemadmodum proponitur.

PROPOSITIO 96.

Omnis Dodecahedrus numerus æqualis est Icosahedro numero sibi collaterali. Sicut præmissa, per nonagesimā secundam ita

LIBRI PRIMI, PARS II. 61

ita pñs propositio per 64^a demonstrabitur. Nāque, per sup-
positionem nostram, icofahedrus conficitur ex vnitate, quod
est centrum: ex 12. semidiamentris, ex 30. triangulis primis,
secundum laterum numerum solidi: & ex 20. pyramidibus
triangulis centralibus, iuxta numerum basium. Dodeca-
hedrus autem numerus formabatur item ex vnitate centra-
li, ex viginti semidiamentris, ex triginta triangulis primis,
propter totidem latera, & ex 12. pyramidibus pentago-
nis centralibus, quot sunt solidi bases. Sed cum per 94^a
præmissam, tres pentagonę pyramides cum quinque axibus;
siue semidiamentris sunt æquales quinq; pyramidibus trian-
gulis cum tribus axibus, siue semidiamentris: iam & 12.
Pentagonę Pyramides cum 20. semidiamentris simul, æ-
quales erunt 20. pyramidibus triangulis cum 12. semi-
diamentris. Atque vnitās & triginta trianguli tantundem v-
trobique accumulānt. Igitur ex totus icofahedrus toti do-
decahedro æqualis erit, sicut in propositione concluditur.

$$\begin{array}{l} \text{Icofahedrus} \left\{ \begin{array}{l} \text{Vnitās} \quad | \\ 12. \text{semid.} \\ 30. \Delta^{\text{li}} \\ 20. \text{pyr.} \Delta^{\text{li}} \end{array} \right. \begin{array}{l} \chi \\ + \\ \chi \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Dodecahedrus.} \left\{ \begin{array}{l} \text{Vnitās} \quad | \\ 20. \text{semid.} \\ 30. \Delta^{\text{li}} \\ 12. \text{pyr.} \square^{\text{nae}} \end{array} \right. \begin{array}{l} \chi \\ + \\ \chi \end{array} \end{array}$$

PROPOSITIO 97^a.

*Vnitās, quatuor diametri, hoc est, par numerus, quē voco
diametrum, quadruplicatus cum octuplo trianguli primi, vno re-
tro intermisso accepti, componunt quadratum imparis collatera-
lis. Disponantur quatuor numerorum series ab vnitāte, sci-
licet trianguli primi, pares, impares & imparium quadra-
ti per ordinem. Et in ordine parium capiatur quilibet par,
vtpota 8. ex triangulis autem capiatur, vno intermisso præ-
cedens, scilicet 6. octuplicatus, hoc est, 48. Aio igitur, quod
vnitas, quadruplum ipsius 8. scilicet 32. simul cum 48.
conficiunt quadratū collateralis imparis, scilicet 81. Nam
per 54^a huius, vnitas cum 48. quod est octuplum trianguli
6. facit quadratum imparis sequentis, scilicet 49. qui quadra-
tus est ipsius 7. per 60^a verò huius, ipse numerus par 8. qua-
druplicatus, scilicet 32. coniunctus cum quadrato imparis
præcedentis, scilicet cum 49. efficit quadratum collatera-
lis imparis, scilicet 81. Igitur vnitas cum 32. & 48. con-
stant quadratū collateralis imparis prædicti, similiter in
cæteris horum quatuor ordinum numeris per eadem pe-
nitus argumentando procedens, sicut demonstrandum
proponitur.*

$$\begin{array}{l} 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} 49 \\ 32 \end{array} \right\} 81 \\ 48 \quad \left\{ \begin{array}{l} 49 \\ 32 \end{array} \right\} \end{array}$$

1	3	6	10	15	21	2	36	45	55	Trianguli primi.
0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	Pares
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	Impares
1	9	25	49	81	121	169	225	289	361	Quadrati impariū.

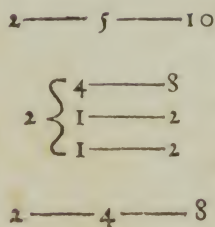
PROPOSITIO 98^a.

Quadruplum dicti trianguli, vno intermisso præcedentis imparem, cum sexcuplo pyramidis quadratæ centralis immediate dictum imparem præcedentis coniunctum, conficit duo supplementa, quæ singula fiunt ex ductu ipsius imparis in latus secundi quadrati præcedentis: & coniuncta cum quadrato ipsius imparis constituunt gnomonem: qui coniunctus cum secundo quadrato prædicto, construit secundum quadratum sequentem, hoc est, ipsius imparis collateralem. Intelligo secundos quadratos eos, qui ex primis in se ductis fiunt: vt 16. est secundus quadratus binarij 81. secundus quadratus ternarij, & sic deinceps. Itaque exponam primum, dein ostendam propositionem. Exponatur ab vnitatis sex numerorū series, scilicet, radices, Impares Trianguli primi, Pyramides quadratæ centrales, quadrati primi, & gnomones secundorum quadratorum, per ordinem continuati. Quibus exaratis, iam in secundo loco, impar est 3. hic autem quadruplum trianguli nullum est. Nam retro intermissa vnitatis, nullus est triangulus. pyramis hunc locum præcedens, est vnitatis eius, sexcuplus est senarius: qui solus facit hic duo supplementa 3. & 3. quæ singula fiunt ex impare huius loci, scilicet ex 3. in latus secundi quadrati præcedentis, scilicet vnitatis, hoc est, in vnitatem. Et coniuncta cum quadrato dicti imparis, scilicet cum nouem, conficiunt 15. gnomonem, scilicet eiusdem loci: qui applicatus secundo quadrato prædicto, scilicet vnitati, construit iam secundum quadratum sequentem, scilicet 16. In tertio autem loco, impar est 5. quadruplum trianguli, vno retro intermisso, sumpti, scilicet vnitatis, est quatuor. Pyramis præcedens est 6. cuius sexcuplum 36. qd cum 4. facit 40. quæ sunt duo supplementa, scilicet 20. & 20. quæ singula fiunt ex impare dicto, scilicet 5. in 4. latus secundi quadrati præcedentis, qui est 16. & coniuncta cum quadrato dicti imparis, scilicet cum 25. faciunt 65. gnomonem tertium: qui coniunctus cum secundo quadrato prædicto, scilicet 16. constat iam secundum quadratum sequentem, scilicet 81. In quarto deinde loco,

loco, impar est 7. quadruplum trianguli vno retro inter-
 misso, sumpti, scilicet ternarij, est 12. Pyramis præcedens
 est 19. cuius sexcuplum 114. quod cum 12. facit 126. quæ
 sunt duo supplementa, scilicet 63. & 63. quæ singula fiunt ex
 impare dicto 7. in 9. latus, scilicet secundi quadrati præ-
 cedentis, qui fuit 81. & coniuncta cum quadrato dictæ
 imparis, scilicet 49. faciunt 175. gnomonem quartum,
 qui coniunctus secundo quadrato prædicto, scilicet 81. fa-
 cit 256. secundum quadratum sequentem. Adhuc in quin-
 to loco, impar numerus est 9. quadruplum trianguli non
 immediate præcedentis, scilicet 6. est 24. pyramis præce-
 dens 44. cuius sexcuplum 264. quod cum 24. efficit 288.
 quæ sunt duo supplementa, scilicet 144. & 144. quæ singula
 fiunt ex Impare dicto, scilicet 9. in 16. latus scilicet, qua-
 drati secundi præmissi, qui fuit 256. & coniuncta cum qua-
 drato dicti imparis, scilicet cum 81. faciunt 369. gnomonem
 iungendum secundo quadrato prædicto, scilicet 256. Ut cõ-
 flet 625. quadratum secundum quinarij: qui sequitur, po-
 situs in præsentis loco. Sic pro sexto, septimo, & sequentibus
 locis in infinitum fit similiter seriatim procreando, se-
 cundos radicum quadratos. Sed demonstrandum, quo pa-
 cto in singulis locis quadruplum trianguli, ex tertio retrot-
 sum loco sumpti, cum sexcuplo pyramidis quadratæ præ-
 cedentis coniunctum, facit dicta duo supplementa, siue
 (quod idem est) quod duplum talis trianguli cum triplo
 talis pyramidis coniunctum, facit vnum tale supplemen-
 tum, quod (vt dictum est) fit ex impare ipsius loci in latus
 secundi quadrati præcedentis: & proinde duo talia sup-
 plementa coniuncta cum quadrato dicti imparis, compo-
 nunt gnomonē, qui iunctus cū secundo quadrato prædicto
 conficit fin quadratum sequentem, impariq; collateralē.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Radices
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	Impares
1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	Trianguli primi
1	6	19	44	85	146	231	344	489	670	Pyr. quadr. centrales
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	Quadrati primi.
1	15	65	175	369	671	1105	1695	2465	3439	Gnomones ²

Verum in primo post unitatem loco, qui secundus appellatur, in quo (vt dixi) quadratum triangula nullum est, liquet quod triplum pyramidis precedentis, scilicet 3. facit tale supplementum, quod scilicet fit ex impare huius loci, qui ternarius est, in latus secundi quadrati precedentis, scilicet in unitatem: & idcirco per quartam secundi Euclidis, duo huiusmodi supplementa coniuncta cum quadrato dicti imparis, scilicet 9. efficiunt 15. gnomonem, scilicet eiusdem loci: qui appositus secundo quadrato predicto, scilicet unitati, construit secundum quadratum sequentem, scilicet 16. collateralem ipsius imparis: cuius quidem latus est quadratus ipse primus, scilicet 4. quoniam tale latus ex aggregatione constat unitatis & sequentis imparis, per 15^a huius libri. In tertio loco id ipsam quoque ostendimus: in quo impar est 5. quadruplum trianguli 4. & pyramidis sexcuplum 36. & ideo trianguli duplum 2. pyramidis triplum 18. Quare hic ostendendum est, quod 2. cum 18. faciunt 20 supplementum quod fit ex impare huius loci scilicet 6. in latus secundi quadrati precedentis, hoc est in 4. quod sic patet: Nam columna quadrata centralis precedentis loci, scilicet 10. cum duplo quadrati primi eiusdem loci, scilicet cum 8. per 80^a huius, efficit triplum pyramidis eiusdem loci, quæ fuit 6. hoc est 18. Cui numero addo 2. parte altera longiorem eiusdem loci, & fiunt 20. Cumque 10. columna dicta fiat ex radice eiusdem loci, scilicet 2. in quadratum centrale collateralem, scilicet in 5. atque ipse 5. constet ex quadrato primo collaterali & precedenti, hoc est, ex 4. & 1. iam ipse 10. fit ex 2. in 4. & ex 2. in 1. coniunctus cum 2. parte altera longiore, hoc est totus 4. fiet ex 2. in 2. quod est aggregatum ex 1. & 1. Sic habemus tria producta, scilicet 8. ex 2. in 4. quod fuit duplum quadrati cum columna coniunctum. Item 8. & ex 2. in 4. atque 4. ex 2. in 2. integritatem totum numerum 20. cumque ex toto numero 20. ipse octonarius contineat bis 4. & rursus 8. bis 4. demonstrandum est quod reliquum, scilicet 4. contineat semel ipsum 4. vt totus 20. contineat quinquies, scilicet secundum numerum imparem huius locum, ipsum quatuor. Quod iam ratione comprobatur: quoniam scilicet 4. fit ex radice secundi loci, hoc est, ex 2. in parte altera longiore eiusdem loci, scilicet in 2. Et perinde factus adequatur quadrato collaterali, scilicet 4. sicut & radix æqualis est ipsi parte altera longiori. Produ-



LIBRI PRIMI, PARS II. 65

citur itaque in hoc loco 26. supplementum ex 5. in 4. & perinde duo talia supplementa, scilicet 20. & 20. coniuncta cum 25. quod est quadratum ipsius 5. imparis, faciunt gnomonem 65. qui coniunctus cum quadrato ipsius 4. scilicet cum 16. quadrato secundo præcedentis loci, scilicet secundi, constituit sequentem quadratum secundum; collateralem, scilicet huic loco tertio, qui est 81. Nam per 4^a secundi Euclidis, supplementa duo ex lateribus quadratorum duorum producta, una cum ipsis quadratis componunt quadratum, cuius latus constat ex lateribus quadratorum componentium. Sed vnum laterum talium fuit quadratus numerus, scilicet 4. & alterum fuit sequens impar, scilicet 5. Ergo & compositus ex illis, per 1^a huius libri, erit quadratus sequens, scilicet 9. latus scilicet totalis quadrati: & perinde totalis quadratus erit quadratus secundus ternarius, scilicet 81. qui ex 9. in se fit. In quarto etiam loco nunc demonstrationem repetemus: in quo impar est 7. quadruplū trianguli est 12. sexcuplum pyramidis 14. & ideo trianguli 6. triplum pyramidis 57. Quare hic ostendendum est, quod 6. cum 57. efficit 63. supplementum, quod fit ex impare huius loci, scilicet 7. in latus secundi quadrati præcedentis, hoc est in 9. quod sic patet. Nam columna quadrata centralis præcedentis loci, scilicet 39. cum duplo quadrati primi eiusdem loci, scilicet cum 18. efficit, per 8^a huius triplum pyramidis eiusdem loci, hoc est 57. Cui numero adijcio. 6. parte altera longiorem eiusdem loci: & fiunt 63. Cumque 39. columna dicta fiet ex radice eiusdem loci, scilicet 3. in quadratum centrale collateralem, scilicet in 13. atque ipse 13. constet ex duobus quadratis primis, scilicet, collaterali, & præcedenti, hoc est, ex 9. & 4. iam ipse 39. fiet ex 3. in 4. & ex 3. in 9. At ipse 6. parte altera longior, fit ex 3. in 2. Ergo 12. qui fit ex 3. in 4. coniunctus cum 6. parte altera longiore, scilicet 18. fiet ex 3. in 6. quod est aggregatum ex 4. & 2. Sic habemus tria producta, scilicet 18. ex 2. in 9. quod fuit duplum quadrati cum columna coniunctum. Item 27. ex 3. in 9. Atque 18. ex 3. in 6. integrantia totum 63. Cumque ex toto numero 63. ipse 18. contineat bis 9. & ipse 27. contineat ter 9. demonstrandum est, quod residuum scilicet 18. continet bis 9. ut videlicet totus 63. concludatur continere septies ipsum 9. secundum imparem. s. huius loci, qui septenarius est. Quod & ratione confirmatur.

Aa Quoniam

3	— 13	— 39
3	{ 9	— 27
	{ 4	— 12
	{ 2	— 6
2	— 9	— 18

Quoniam 18. producit ex radice tertij loci. s. 3. in 6. parte altera longiore eiusdem loci: & perinde productus duplus est ad quadratū eiusdem loci, scilicet ad 9. quotuplus est parte altera longior ipsius radice. Producit itaque in hoc loco supplementū 63. ex 7. in 6. Et perinde duo talia supplementa 63. & 63. coniuncta cum 49. quadrato ipsius imparis, faciūt gnomonem 175. Qui coniunctus cum quadrato ipsius 9. s. cum 81. quadrato secundo præcedēis loci. s. tertij, cōponūt quadratum secundum sequentem. s. 256. collateralem, hoc est, huius quarti loci. Nam, per 4^a secundi Euclid. duo quadrata & duo supplementa ex lateribus quadratorum producta pariter accepta, cōficiunt quadratum totalem: cuius latus est aggregatum ex lateribus quadratorum partialium. Cumque vnum horum laterum fuerit iam quadratus numerus, scilicet 9. & reliquum impar numerus sequens. s. 7. iam aggregatum ex ipsis, totalis scilicet quadrati latus erit, per 15^a huius, erit quadratus sequens, scilicet 16. latus, scilicet totalis quadrati. Vnde totalis quadratus erit quadratus secundus, scilicet 256. qui fit ex 16. in se. Labet & in quinto loco demum propositum demonstrare. In quo quidem impar est 9. quadruplum trianguli sæpe dicti 24. sexcuplum pyramidis 264. & ideo duplum trianguli 12. triplum pyramidis 132. Quare hęc ostendendum, quod 12. cum 132. efficit 144. supplementum, qđ fit ex impare huius loci, scilicet 9. in latus secundi quadrati præcedentis, scilicet in 16. Quod sic potest concludi: Nam per 80. huius columna quadrata centralis præcedentis loci, scilicet 100. cum duplo quadrati primi eiusdem loci, scilicet cum 32. efficit triplū pyramidis suæ eiusdē loci, quæ fuit 44. hoc est 132. cui numero addo ipsum 12. parte altera longiorem, & conficio 144. cumque 100. columna prædicta fiat ex radice eiusdem loci, scilicet 4. in quadratum centrale collateralem, scilicet in 25. atq; ipse 25. constet ex duobus quadratis primis, scilicet collateralis & præcedenti, hoc est, ex 16. & 9. iam ipse 100. fiet ex 4. in 16. & ex 4. in 9. At ipse 12. parte altera longior fit ex 4. in 3. Ergo 36. qui fit ex 4. in 9. coniunctus cum 12. scilicet totus 48. fiet ex 4. in 2. quod est aggregatum ex 9. & 3. Sic habemus tria producta: scilicet 32. ex 2. in 16. quod fuit duplum quadrati cum columna coniunctum: 64. ex 4. in 16. atque 48. ex 4. in 12. integrantia totum 144. Cumque ex toto numero 144. ipse 32. cōtineat bis 16. & ipse 64. quater 16. de-

4 — 25 — 100.

4 { 16 — 54.

4 { 9 — 36.

4 { 3 — 12.

2 — 16 — 32.

loc^o 2 — bis }
2^o 1 — semel } ter — 1.
0 — nihil }

3^o 8 — bis }
8 — bis } quater — 4
4 — semel }

4^o 18 — bis }
27 — ter } septies — 9
18 — bis }

— — — 63

LIBRI PRIMI, PARS II. 67

16. demonstrandum restat, quod residuum scilicet 48. continet rer 16. ut scilicet totus 144. comprehendat necties 16. iuxta imparem huius loci, scilicet 9. quod, sicut prius, facile ostenditur. Quoniam 48. producit ex radice quarti loci, scilicet 4. in 12. parte altera longiorem eiusdem loci. Et idcirco productus est triplus ad quadratum collateralem, scilicet ad 16. quotuplus est parte altera longior ipsius radicis. Producit itaque in hoc loco supplementum 144. ex 9. in 16. & ideo duo talia supplementa, scilicet 144. & 144. coniuncta cum 81. quadrato ipsius imparis 9. faciunt gnomonem 369. qui coniunctus cum quadrato ipsius 16. scilicet cum 256. quadrato secundo precedentis loci, scilicet quarti, componit sequentem quadratum secundum, scilicet 625. huius quinti loci. Nam per quartam secundi Euclidis, duo quadrata, & duo supplementa ex lateribus quadratorum producta pariter accepta, conficiunt quadratum totalem: cuius latus est aggregatum ex lateribus quadratorum partialium. Cumque unum horum laterum fuerit quadratus numerus, scilicet 16. & reliquum impar numerus sequens, scilicet 9. iam per 15^a huius aggregatus ea ipsis, totalis scilicet quadrati latus, erit numerus quadratus, scilicet 25. Vnde totale quadratum erit quadratus secundus, scilicet 625. qui fit ex 25. quadrato huius quinti loci in se multiplicato. Similiter in sexto, septimo, octavo, & ceteris deinceps locos in infinitum continuabitur hec demonstratio. Namque in sexto loco argues tria producta integrantia supplementum, continere precedentem quadratum undecies. In septimo loco tredecies, in octavo quindecies, in nono septemdecies, in decimo vndeicesies. & sic deinceps per impares sequentes: ut hic in margine notaui, quo constet propositum.

5 ^o	32--bis	} noui- es--16
	64--quater	
	48--ter	
		144
6 ^o	50--bis	} vnde cies--25
	125--quingies	
	100--quater	
		275
7 ^o	72--bis	} tredecies--36
	216--sexies	
	180--quingies	
		468
8 ^o	98--bis	} quindecies--46
	343--septies	
	294--sexies	
		735
9 ^o	128--bis	} 17 ^{ies} --64
	512--octies	
	448--septies	
		1088
10 ^o	162--bis	} 19 ^{ies} --81
	729--nouies	
	648--octies	
		1539
11 ^o	200--bis	} 21 ^{ies} --100
	1000--decies	
	900--nouies	
		2100

Et sic deinceps in infinitum. Et productum medium semper est Cubus precedentis loci.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Radices.
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	Impares
1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	Trianguli primi
1	6	19	44	85	146	231	344	489	670	Pyramides quadrati centrales
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	Quadrati primi
1	15	65	175	369	671	1105	1695	2465	3439	Gnomones.

PROPOSITIO 99^a.

\square . imp. $\left\{ \begin{array}{l} \text{Vnitatem} \\ 8. \text{semid.} \\ 8. \Delta^{10s} \end{array} \right.$
Gnomo
2^o

duo suppl. $\left\{ \begin{array}{l} 4. \Delta^{10s} \\ 6. \text{pyr.} \square \end{array} \right.$

Cubus centra. $\left\{ \begin{array}{l} \text{vnitatē.} \\ 8. \text{sem.} \\ 12. \Delta^{10s} \\ 6. \text{pyr.} \square \end{array} \right.$

Gnomones prædicti, sicut dictum est inuenti, Cubi sunt & Octahedri centrales. Nam cum vnusquisq; talium gnomonū constet ex duobus supplemētis & ex quadrato imparis, atq; per præmissam talia supplemēta cōstent ex quadruplo tertij retrorsum sumpti trianguli primi, & ex sexcuplo pyramidis quadratæ centralis præcedētis: Itemq; cum, per ante præmissam, quadratus dicti imparis constet ex aggregatione vnitatis, quatuor diametrorum, siue octo semidiametrorum & ex octuplo dicti trianguli; idcirco sequitur, vt talis gnomon construat ex aggregatione vnitatis, octo semidiametrorū, duodecim taliū triangulorū, & sex pyramidū dictarum. Verūm, per diffinitionē cubi centralis, ipse cubus ex taliū quatuor numerorū cumulo cōpaginatur, ex quib⁹ talis gnomon. Igitur gnomon existet cubo æqualis. Per 9^a verò præmissa, cubus octahedro æqualis esse constitit: igitur & octahedrus gnomoni æqualis erit, sicut demonstrandum proponitur.

COROLLARIUM.

Et quoniam per 90^o corollarium ostēsum fuit, quod gnomones præfati sunt pyramides triangulæ centrales impari locorum, idcirco sequitur, vt gnomones, cubi, octahedri centrales, & pyramides triangulæ centrales imparium locorum ordinatim collati, sint iidem numeri.

PROLOGOMENA.

Restat adhuc nobis ostendendum, quod sicut contingit cubos primi generis fieri ex congerie vnus, duorum, trium, & deinceps imparium per ordinem ab vnitate succedentium singulos ab vnitate continuatos in infinitum; ita & cubis centralibus similem dignitatem esse à natura tributam: vt scilicet ipsi cubi centrales ab vnitate seriatim dispositi singuli constituentur ex aggregato vnus, trium, quinque, septem, & deinceps imparium successiue sumptorum ab vnitate imparium numerorum, semperq; sub multitudine imparium per ordinem accepto. Demonstrabimus autem hoc, præmissis aliquod necessarijs præambulis.

PROPOSITIO 100^a.

Si fuerint tres, quinque, septem, vel sub alterius cuiuslibet imparis multitudine sumpti numeri equali excessu & successiue crescentes; eorum aggregatum æquum erit ei numero, qui ex ductu medij in multitudine multiplicati procreabitur.

Exempli

LIBRI PRIMI, PARS I. 69

Exempli gratia, sint tres numeri 3. 5. 7. Añ, quòd 5. qui est medius ductus in ternarium (quandoquidem tres sunt numeri) efficit aggregatum ipsorum 3. 5. 7. Ad societur enim ipsis 3. 5. 7. per binarium crescentibus totidem 7. 5. 3. & iidem, sed ordine præpostero, decrescentes: Sic fiet, ut decrementum vnius ordinis refarciatur pari cremento alteri: & duo medij, scilicet 5. & 5. sint inuicem equales; & simul iuncti sint equales aggregato reliquarum combinationum Quo fit, ut congeries amborum ordinum sit planus numerus siue superficialis tetragonus, qui fit ex ductu ternarij in aggregatum ipsorum 5. & 5. seu quorumlibet binorum: Igitur & congeries vnius ordinis (quæ dimidia est totalis cumuli) fiet ex ductu quinarij in ternarium: sicut proponitur. Similiter, si summantur quinque numeri: utpote 9. 11. 13. 15. 17. eadem accessione crescentes. Añ similiter, quòd medius eorum, scilicet 13. in quinarium (quoniam quinque sunt numeri) multiplicatus producit talium quinque numerorum aggregatum. Nam si talibus numeris compares & sub ordine præpostero applicentur, similiter, & in quouis alio casu, constabit propositum.

PROPOSITIO IOI^a.

Si ex radicibus ab unitate, & secundum unitatis accessum crescentibus quotlibet segregentur unitas & deinde ex sequentibus tres, inde quinque, & deinceps per multitudinem imparium sequentium per ordinem; iam unitas, tertius triu, quintus sequentiu quinque & deinceps postremus semper reliquarum multitudinum quadratus numerus est. Quòd enim unitas quadratus sit, patet. Quòd autem tertius sequentium sit quadratus, concluditur, quoniam addit tres unitates, hoc est, sequentem impari unitati: & perinde, per 1^a huius, aggregatum, hoc est, ipse tertius dictus, est sequens ab unitate quadratus. Item quinque sequentes per unitatem singulæ crescentes faciunt, ut quintus eorum excedat supradictum tertium quinque unitatibus, hoc est, ipso 5. impari tertio: vnde per 1^a huius, aggregatum, hoc est, ipse quintus prædictus erit tertius quadratus. Adhuc septem succedentes numeri cum totidem unitates, hoc est, 7. quartum impari addant, iam similiter aggregatum, hoc est, septimus huius multitudinis, erit quadratus quartus per dictam 1^a & sic in infinitum, sicut demonstrandum proponitur.

3	7
5	5
7	3
<hr/>	
3	15
5	
9	17
11	15
13	13
15	11
17	9
<hr/>	
5	65
13	

1	
2	
3	3
4	
<hr/>	
5	
6	
7	5
8	
9	
<hr/>	
10	
11	
12	
13	7
14	
15	
16	

Manifestum est ergo, quod in eadem dispositione numerorum, primus, quartus, nonus, sedecimus, & ceteri segregatarum multitudinum secundum impares numeros, postremi sunt ipsi radicū ab unitate sumptarū p ordinē quadrati.

PROPOSITIO 102^a.

Si ex numeris ab unitate continuatim dispositis imparibus in infinitum, segregetur unitas, & ex sequentibus tres, & inde quinque, & deinceps aliae multitudines semper secundum impares successiue numeros: tunc si unitas, & dictae sequētes multitudines singillatim coaceruentur: Unitas & aggregata ipsa singula erunt quadrati quadratorum à radicibus per ordinem ab unitate dispositis in se multiplicetis factorum. Hos quadratos quadratorum nuper quadratos secundos appellauimus. Quod igitur unitas primus imparium sit quadratus quadrati unitatis, constat per se: quandoquidem unitas in se ducta semel atque iterum semper unitatem producit. Quod autem tres sequentes cum unitate coniuncti efficiunt quadratum, constat per 15^a huius: & quoniam unitas & tres sequentes impares per quatuor aggregationes cōficiunt totidem quadratos: iam idcirco vltima eorum congeries erit quartus quadratus, hoc est, quadratus quartae radicis. Sed per praecedentem, eiusque corollarium, quarta radix numerus quadratus est: igitur talis congeries est quadratus quadrati quarti, hoc est, quadratus secundus binarij. Similiter ostendemus, quod quinque sequētes impares ad talem quadratum secundum appoliti, efficiēt quadratum nonae radicis: sed nona radix, per praemissam & suum corollarium, tertius quadratus erat: igitur talis cumulus erit quadratus secundus sequens, hoc est, quadratus nouenarij, scilicet quadratus secundus ternarij. Non aliter, si tali quadrato secundo applicentur septē impares sequentes, conflabunt quadratum sedecimae radicis per 15^a. Cumq; radix sedecima, per praemissam & suum corollarium, sit quadratus quartus. Iam tale conflatum erit quadratus secundus sequens, hoc est, quartae radicis, siue quadratus quarti quadrati, hoc est, sedenarij. Adhuc si huic quadrato secundo accumulentur nouem impares sequentes, constituetur quadratus secundus sequens, hoc est, quintae radicis, siue quadratus ex 25. in se multiplicato factus. & sic in infinitum. Quod demonstrandum proponitur.

PRO-

1 — 1
3 }
5 } 16
7 }

9
11
13
15 }
17 } 81

19
21
23
25
27
29
31 } 256

33
35
37
39
41
43
45
47
49 } 625

1 — 1
+ 3 }
5 } 15
7 }

9 }
11 } 65
13 }
15 }
17 }

19 }
21 } 175
23 }
25 }
27 }
29 }
31 }

33 }
35 } 369
37 }
39 }
41 }
43 }
45 }
47 }
49 }

PROPOSITIO 103^a.

Iisdem suppositis demonstrandum est, quòd vnitas, aggregata trium sequentium imparium, quinque sequentium imparium: itemque septem, nouem, & cæterarum sub imparibus per ordinem sequentium multitudinum, singula sunt gnomones, ex quorum continua ad monadem adiectione constituuntur seriatim ipsi, de quibus loquimur, quadrati quadratorum. Nam, cum per præcedentem, huiusmodi aggregata monadi successiue adiecta conficiant per ordinem ipsos quadratos quadratorum: sequitur, vt ipsa singula aggregata sint gnomones, qui ad monadem continuatim adiecti constituunt tales quadratorum quadratos, sicut propositio concludit.

PROPOSITIO 104^a.

Iisdem adhuc suppositis demonstrandum est, quòd in talibus aggregatis singulis, ipsius imparium multitudinis medij sunt per ordinem ab vnitate sumpti quadrati centrales. Nam tales medij post vnitatem impares sunt 5. 13. 25. 41. & cæteri. Dico igitur, q̄ hi sunt quadrati centrales. Nam per propositionem 100^a præmissam, ex ternario primæ multitudinis in medium imparem, scilicet 5. fit aggregatum numerorum ipsius multitudinis. sed per præcedentem, tale aggregatum est gnomon. Similiter in quinario secundæ multitudinis 5. in 13. facit aggregatum totius multitudinis, per 100^a & per præmissam, tale aggregatum est gnomon sequens. Item in septenario sequentis multitudinis 7. in 25. medium producit aggregatum ipsius multitudinis per 100^a hoc est, gnomonem sequentem per præmissam. Adhuc in nouenario sequentis multitudinis 9. in 41. medium producit congeriem ipsius multitudinis per 100^a, hoc est, gnomonem. qui sequitur, per præmissam: & sic deinceps in infinitum. Verum, per 89^a huius, tales impares per ordinem multiplicati in quadratos centrales sibi collaterales produciunt gnomones eosdem, qui scilicet quadratos quadratorum constituunt. Necesse est ergo, vt tales medij multitudinum singularum impares sint quadrati centrales: quemadmodum proponitur.

COROLLARIUM.

Qui quidem Gnomones sunt cubi & octahedri centrales, & pyramides triangulæ centrales locorum imparium, vt in 99^a eiusque Corollario fuit conclusum.

Aa 4

PRO-

PROPOSITIO 105^a.

Omnis cubus, siue octahedrus centralis cum impari collaterali coniunctus, æquualet duplo tetrahedri centralis. Cum enim numerus basium octahedri ad numerum basium tetrahedri sit duplus: itemque numerus laterum illius ad numerum laterum huius duplus. iam impar appositus facit, ut vnitas centralis cum semidiamentris octahedris, sint (additione facta) duplum vnitatis centralis & semidiamentrorum tetrahedri. Sunt enim semidiamentri octahedri sex, & semidiamentri tetrahedri quatuor. Et idcirco oportet adijcere ad summam octahedri duas semidiamentros, hoc est, parem collateralem, & vnitatem, ad duplicandam vnitatem centalem: quæ cum pari facit imparem collateralem. Constat igitur propositum.

PROPOSITIO 106^a.

Ex aggregato duarum proximarum radicum in aggregatum quadratorum ex eis multiplicato, producitur numerus qui cum ipso radicem aggregato coniunctus facit duplum aggregati cuborum earundem. Exempli gratia 2. & 3. sunt duæ proximæ radices, quarum congeries 5. quadrati autem 4. & 9. cubi vero 8. 27. quadratorum cumulus 13. cuborum verò 35. Dico igitur, quod id, quod sit ex 5. in 13. scilicet 65. coniunctum cum 5. facit duplum ipsius 35. Exponatur vnitas cum radicibus 2. & 3. & quadrati 4. & 9. cum medio proportionalibus 6. Itemque cubi octo & 27. cum duobus medijs proportionalibus 12. & 18. in quibus propter proportionem. numerorum, quoniam ex 2. in 4. fit 8. & ex 3. in 4. fit 12. idcirco ex aggregato 2. & 3. in 4. fit aggregatum ipsorum 8. ex 12. Non aliter ostendam quod ex dicto 2. & 3. aggregato in 9. fit ipsorum 18. & 27. aggregatum, sicut in 8^a demonstraui-
mus. Vnde ex aggregato ipsorum 2. & 3. in aggregato ipsorum 4. & 9. hoc est, ex 5. in 13. fiet aggregatum ipsorum quatuor numerorum 8. 12. 18. 27. Demonstrandum est igitur, quod aggregatum talium quatuor numerorum. cum aggregato radicem, scilicet cum 5. facit duplum aggregati ipsorum 8. & 27. hoc est, quod 65. cū 5. est duplū ipsius 35. siue qd aggregatū ipsorum 18. & 12. cū 5. coniunctum, est æquale aggregato ipsorum 8. & 27. Quod facile demonstratur: Nam 12. superat 8. in 4. At ipse 18. superatur à 27. in 9. Tanto igitur aggregatum ipsorum 18. & 12. superatur ab aggregato ipsorum 8. & 27. quanto 9. maior est quàm 4. Sed 9. maior

1
2 . 3
4 . 6 . 9
8 . 12 . 18 . 27

1
3 . 4
9 . 12 . 16
27 . 36 . 48 . 64

1
4 . 5
16 . 20 . 25
64 . 80 . 100 . 125

*Et deinceps similiter pro
reliquis.*

maior est quàm 4. in aggregato ipsorum 2. & 3. hoc est, in 5. ergo aggregatum 18. & 12. superatur ab aggregato ipsorum 8. & 27. in 5. Quare aggregatum ipsorum 18. & 12. cum 5. coniunctum, fit æquale aggregato ipsorum 8. & 27. Quod fuit ostendendum. Similiter pro duabus quibuslibet proximis radicibus argumentando procedam. Sicut proponitur.

PROPOSITIO 107^a.

Omnis cubus centralis cum impari collateralis coniunctus, conficit duplum aggregati cuborum primi generis collateralis & præcedentis. Nam numerus, qui fit ex aggregato radicum duarum, scilicet propositi loci, & præcedentis, hoc est, ex impari collateralis in aggregatum quadratorum collateralis, & præcedentis, hoc est, in quadratum centalem collateralem, est per 89^a huius, gnomon collateralis in quadratis quadratorum. Et per 99^a huius, talis gnomon est cubus centralis. Verum talis numerus cum aggregato radicum collateralis & præcedentis, hoc est, cum impari collateralis coniunctus, efficit per præmissam, duplum aggregati cuborum collateralis & præcedentis, hoc est, cuborum ipsarum radicum. Igitur cubus centralis cum impari collateralis coniunctus, facit ipsum tale cuborum duplum: quod est propositum.

PROPOSITIO 108^a.

Omnis cubus primi generis, cum præcedenti cubo coniunctus, conficit collateralem tetrahedrum centalem. Nam, per 105^a præmissam, cubus centralis cum impari collateralis coniunctus, constat duplum tetrahedri centralis. Et per præcedentem, idem cubus centralis cum impari collateralis coniunctus, efficit duplum aggregatum cuborum collateralis & præcedentis. Igitur tale cuborum duplum, æquum est duplo tetrahedri. Et perinde cuborum aggregatum æquale erit ipsi tetrahedro centrali: quod est propositum.

PROPOSITIO 109^a.

Omnis tetrahedrus centralis potest esse cubus centralis tertii generis, hoc est cubus mixtus, compositus scilicet ex cubis primi generis collateralis & præcedenti. Vocamus autem huiusmodi cubum mixtum: quoniam ex mixtura duorum cuborum primi generis compaginatur: sicut & quadratus centralis conficitur ex combinatione duorum primi generis quadratorum, scilicet collateralis & præcedentis. Cum igitur, per præmissam, tetrahedrus constet ex collateralis & præcedenti primi generis, cubis: & ex eisdem cubis constet
cubus

cubus mixtus collateralis, per suam diffinitionem iam satis constat propositum.


PROPOSITIO II^o.

Omnis icosahedrus cum quadruplo imparis collateralis coniunctus, conficit quincuplum collateralis pyramidis centralis. Et hoc quoniam numerus basium icosahedri ad numerum basium pyramidis centralis, scilicet 20. ad 4. quincuplus est. Item numerus laterum linearium illius ad numerum laterum linearium huius, scilicet 30. ad 6. quincuplus est, & ideo aggregatum pyramidum triangularem componentium icosahedrum ad aggregatum pyramidum triangularem componentium tetrahedrum centalem quincuplum est, quippe quæ sequuntur numerum basium. Et similiter aggregatum triangulorum ad aggregatum triangulorum quincuplum, ut qui sequuntur numerum laterum. Addatur igitur unitati centrali ipsius icosahedri quaternarius: & sic quaternarius erit quincuplus ad unitatem centalem pyramidis, seu tetrahedri centralis. Cum quæ semidiametri icosahedri sint 12. & semidiametri tetrahedri sint 4. iuxta numerum scilicet angulorum solidorum: atque semidiametri 12. sint totidem radices collaterales; oportebit 12. radicibus addere 8. radices collaterales, & perinde quadruplum paris numeri collateralis (quando scilicet, radix duplicata conficit parem) ut aggregatum semidiametrorum in icosahedro existat quincuplum aggregati semidiametrorum tetrahedri: Sed quadruplum paris numeri collateralis: quoniam scilicet par cum unitate facit imparem collateralem. Igitur quadruplum imparis collateralis appositus icosahedro, facit omnia, quæ concurrunt ad structuram ipsius icosahedri quincupla eorum, quæ componunt tetrahedrum, singula singulorum, & perinde totum numerum totius quincuplum: quod est propositum.



LIBRI PRIMI, PARS II. 75
 REPASTINATIO
 QVORVNDAM LOCORVM

PROPOSITIO 1^a.

VOD fit ex quouis numero in quotlibet numeros, æquale est ei, quod fit ex illo in aggregatum ex his. Ostenditur in decima sexta, noni Elementorum, quo ad numeros: & in prima secundi quo ad lineas.

PROPOSITIO 2^a.

Si aliquis numerus duos singulos multiplicet: producta erunt multiplicatis proportionalia. Ostenditur in 18^a septime quo ad numeros, & in p^a sexti, quo ad lineas.

PROPOSITIO 3^a.

Si numeros duos vnitate distantes aliquis multiplicet: multiplicans erit differentia productorum. Vt si ipsos b c. quorum c. vnitate maior, multiplicet ipse d. numerus & faciat, ipsos g h. hoc est, d. multiplicans b. facit g. at d. multiplicans c. faciat h. tunc dico, quòd h. excedit ipsum g. in ipso d. Patet, quoniam ex diffe. multiplicationis g. continet ipsum d. totiens, quot vnitates sunt in b. atque h. ipsum d. toties, quot vnitates sunt in c. igitur h. continebit ipsum d. semel pluries, quàm g. continet eundem. hoc est, h. excedet ipsum g. in ipso d. Quod est propositum.

b	c
2	3
d	
4	
g	h
8	12

PROPOSITIO 4^a.

Existentibus quatuor numeris proportionalibus: quod fit ex primo in vltimum, æquale erit ei, quod fit ex reliquis. Ostenditur in 20^a septimi, quo ad numeros: & in 15^a sexti quo ad lineas.

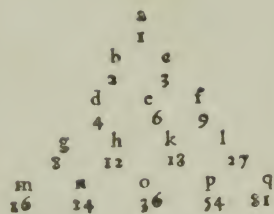
PROPOSITIO 5^a.

His prælibatis, ponatur vnitas a. quilibet autem numerus b. ipse autem c. vnitate maior quàm b. Deinde b. in se faciat d. b. in c. faciat e. & c. in se faciat f. Post hæc b. in d. faciat g. Item b. in e. faciat h. Adhuc b. in f. faciat k. Demum c. in f. faciat l. tandem b. in g. faciat m. Item b. in h. faciat n. Necnon b. in k. faciat o. Sic b. in l. faciat p. Denique c. in l. faciat q. Quibus dispositis.

PROPO-

PROPOSITIO 6^a.

Ipse d. erit quadratus ipsius b. Et ipse f. quadratus ipsius c. Item e. parte altera longior, siue supplementum in quadrato ipsius b c. Adhuc ipse g. erit cubus ipsius b. ipse autem l. cubus ipsius c. Ipsi quoque h k. medij proportionales, supplementa in cubo ipsius b c. Denique ipse m. quadratus secundus ipsius b. hoc est quadratus ipsius d. Ipse autem q. quadratus secundus ipsius c. hoc est quadratus ipsius f. Ipsique n o p. medij proportionales ad integrandum, ut patebit, quadratum secundum ipsius b c. hoc est, quadratum eius quadrati, quem constituunt quadrati d f. cum duplo ipsius e. Hæc omnia constant ex definitionibus ipsorum quadratorum, cuborum, & supplementorum, sed quadrata primum & secundum, & cubus ipsius b c. demonstrabuntur.

PROPOSITIO 7^a.

Post unitatem duo numeri b c. sunt termini proportionis superparticularis. Tamque tres numeri d e f. sequentis ordinis, quam quatuor g h k l. penultimi: quamq; quinque m n o p q. postremi, sunt continue proportionales in dicta dudum proportionem. Quoniam scilicet b multiplicans singulos b c. facit singulos d e. Ideo per secundam præmissarum, erit sicut b. ad c. sic d. ad e. Item quoniam c. multiplicans singulos b c. facit singulos e f. ideo p eadē, sicut b. ad c. sic e. ad f. Quare d e f. sunt continue proportionales in proportionem forum b c. Similiter & per eandem, ostendemus, quod tam g h k l. quam ipsi m n o p q. sunt in eadem proportionem ipsorum b c. continue proportionales. Quod est propositum.

PROPOSITIO 8^a.

Item sicut ipsi a b d g m. sunt continue proportionales: ita & ipsi c e h n. nec non ipsi f k o. Atque ipsi l p. sunt in eadem proportionem continua proportionales. Adhuc, sicut ipsi a c f l q. sunt continue proportionales; ita tam ipsi b e k p. quam ipsi d h o. quamq; g n. sunt in eadem continua proportionem proportionales. Hæc omnia patent per præcedentem, & per permutatam proportionalitatem.

PROPOSITIO 9^a.

Itē a e o. sunt in proportionem continua sicut b h. & ceteri ad æquidistantiam descendentes. Similiter m h f. sunt in proportionem continua, sic g e. & ceteri condescendentes. Denique ipsi q k d. sunt in proportionem continua, in qua
fb.

LIBRI PRIMI, PARS II. 77

fb. cæteri que correlatiui. Constat ex compositione æqualium proportionum, ex quibus patet conditio & proprietas huiusce descriptionis numerorū, non tã ad necessitatē demonstrationum, q̃ ad pleniorē suppositionis intelligentiam.

PROPOSITIO 10^a.

Sicut unitas est differentia duorum sequentium b c. numerorum; ita ipsi duo b c. sunt differentia trium sequentium d e f. Et hi tres differentia quatuor sequentium g h i l. Atque hi demum quatuor differentia quinque m n o p q. postremum per ordinem sumptæ. Patet hoc totum per tertiam præmissarum, quoties opus est, adductam.

PROPOSITIO 11^a.

Omnis impar præcedenti quadrato appositus, constituit sequentem quadratum. Pater: nã in proposita descriptione, ipso r̃u b c. semper vnus est impar, & reliquus par sibi collateralis. Quare totus b c. impar erit. Sed per præcedentem, b c sunt differentia ipsorum d e f. igitur b c. impar adiectus ipsi d. quadrato, cõficit ipsum f. quadratū sequentē: qd̃ est appositū.

PROPOSITIO 12^a.

Numeri quadrati d f. ex ipsis b c. sine unitate, sine quocunq; numero differentibus, vnã cum duplo ipsius e. medij proportionales, constant quadratum ex toto b c. factū. Hæc in 16^a. noni per numeros, & in 4^a secundi Elementorum per lineas demonstratur. Demonstrabitur & hic hoc modo. Ipse b. in b c. singulos, per 5^a præmissarum, facit ipsos d e. singulos. Item ipse c. in b c. singulos facit ipsos e f. singulos: Igitur, per primam præmissarum, totus b c. in totum b c. faciet aggregatum ex d e e f. hoc est, quadratum, quod ex b c. æquabit congeriem ipsorū d f. dupli que ipsius e. Quod fuit demonstradū.

PROPOSITIO 13^a.

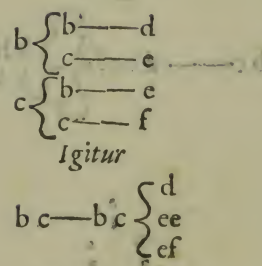
Duo quadrati proximi cum media parte altera longiore coniuncti, conficiunt numerum hexagonum æquiangulum. Hæc est 31^a primi horum Arithmeticorum.

COROLLARIUM.

Hinc sequitur pulcherrimū corollarium, videlicet, Hexagonū æquangulū cū parte altera longiore collateralī cõiunctū, consumat quadratum imparis collateralis: Nã per antepremissam, totū d e f. (qd̃ per præmissam est hexagonū æquiangulū) cum ipso e. (qui est parte altera longior) constat quadratum totius b c. imparis collateralis. Quod sequitur supponendo, ipsorum b c. differentiam esse unitatem.

PROPO-

		a		
		i		
	b		c	
	2		3	
d	e		f	
4	6		9	
g	h		k	l
8	12		18	27
m	n		o	p
16	24		36	54
			q	r



PROPOSITIO 14^a.

Hexagenus equiangulus cum precedenti cubo iunctus, conficit cubum sibi collateralem. Hoc est, aggregatum ex ipsis d e f. quod, per precedentem, est hexagenus equiangulus, coniunctus cum g. Cubo constat ipsum l. cubum: quod ostensum fuit in 52^a primi horum Arithmeticorum. Ostendetur & hic, hoc modo. Per 10^a precedentem, ipsi d e f. numeri sunt tres differentie ipsorum g h k l. fit ergo, ut totum d e f. coniunctum cum ipso g. cubo conficiat ipsum l. cubum: quod fuit demonstrandum.

PROPOSITIO 15^a.

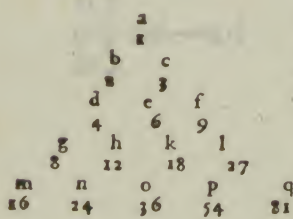
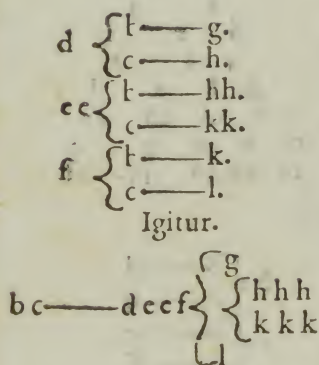
Duo cubi partium cum triplis mediorum proportionalium coniuncti conficiunt cubum totius. Hoc est, ipsorum b c. siue unitate, siue quocumque numero differentium cubi, qui sunt ipsi g l. cum triplis ipsorum g k. mediorum proportionalium coniuncti, perficiunt cubum totius b c. quod in 21^a secundi horum arithmeticorum fuit ostensum: hic tamen facilius ostendetur, sic: Per quantam premissarum, ipse d. in singulos b c. facit singulos g h. Item duplum ipsius e. in singulos b c. facit h h. atque k k. hoc est, duplum ipsorum h k. Adhuc f. in singulos b c. facit ipsos k l. singulos. Igitur, per primam premissarum, ipse b c. ductus in aggregatum ex d f. duploque; ipsius e. (quod per 12^a premissarum, est quadratum ipsius b c.) Hoc est b c. radix ducta in suum quadratum, producit aggregatum ex ipsis g l. triploque; ipsius h. & triplo ipsius k. radix autem in quadratum producit suum cubum. Ergo tale aggregatum ex g l. triploque ipsorum h k. est cubus ipsius b c. numeri. Quod fuit demonstrandum.

PROPOSITIO 16^a.

Duplum ipsius e. cum unitate, conficit aggregatum ipsorum d f. hoc est, duplum numeri parte altera longioris, cum unitate constat aggregatum collateralis & precedentis quadratorum. Patet, quoniam si differentie ipsorum d e. & ipsorum e f. essent æquales, tunc duplex ipsius e. esset æqualis aggregato ipsorum d f. Sed cum differentia ipsorum d f. sit unitate maior, quam differentia ipsorum d e. illa, scilicet c. & hæc b. per 3^a huius, idcirco fit ut aggregatum ipsorum d f. unitate superet duplum ipsius e. sicut proponitur.

PROPOSITIO 17^a.

Aggregatum ipsorum b c. est excessus, quo aggregatum ipsorum g l. maius est aggregato ipsorum h k. Patet sic. Si differentia ipsorum g h. esset æqualis differentie ipsorum k l. Tunc aggregatum ipsorum g l. esset æquale aggregato ipsorum h k. Sed
quoniam



LIBRI PRIMI, PARS II. 79

quoniam differentia ipforum k l. hoc est f. superat differentiā ipforū g h hoc est, ipsum d in aggregato ipforum b c. quod per 10^a præmissarum, est id, quo f. superat ipsum d: idcirco aggregatum ipforum g l. maius est aggregato ipforum h k. in aggregato ipforum b c. Quod fuit demonstrandum.

PROPOSITIO 18^a.

Ex aggregato ipforum b c. in ipsum e. producitur aggregatum ipforū h k. Patet: nam per 5^a præmissarum, b. in e. facit h. Itēque b. in f. facit k. Sed per 7^a sicut b. ad c. sic e. ad f. Igitur per 4^a ipse c. in e. faciet k. Quare per primam, totum b c. in e. facit totum h k. Quod est propositum.

PROPOSITIO 19^a.

Ex aggregato ipforum b c. in aggregatum ipforum a e. producitur aggregatum ipforum g l. Nam cum, per præcedentem, ex aggregato ipforum b c. in ipsum e. fiat aggregatum ipforum h k. Iam ex b c. in a e. (qui ipsum e. vnitate excedit) producet aggregatum ex h k. & b c. Sed tale aggregatum, per ante præmissam, est æquale aggregato ipforum g l. Igitur & ex b c. in a e. producet totum g l. Quod est propositum.

PROPOSITIO 20^a.

Ex aggregato ipforum b c. in aggregatum ipforū, ipforum d f. producitur aggregatum ipforum g h k l. Nam cum per ante præmissam ex b c. in e. fiat h k. & per præcedentem, ex b c. in a e. fiat g l. Iam, per primam præmissarum, ex b c. in aggregatum ex duplo ipsius e. & ex a. producet totum g h k l. Sed per 16. duplum ipsius e. cum a. vnitate, constat aggregatum ipforum d f. igitur ex b c. in d f. producet totum g h k l. Quod fuit ostendendum.

PROPOSITIO 21^a.

Ex aggregato radicum vnitate distantū, in aggregatum quadratorum ipsarum radicum, producitur differentia secundorum quadratorum. Hæc est, 89^a primi horum arithmeticoꝝ: tamen hic breuius demonstratur. Nam cum b c. sint radices vnitate distantes, quæ semper faciunt imparē collateralem ipsius f. quadrati, quem proxime præcedit d. quadratus constat q̄ hic id ipsum proponitur demonstrādū, q̄ in dicta 89^a. Itaq; cū per 10^a præmissarū aggregatū ipforum g h k l. sit differentia ipforum m q. qui sunt secundi quadrati distantiarum radicum, hoc est, quadrati ipforum d f. quadratorum: atque per præcedentem ex toto b c. in totum d f. producat

		a		
	b	i	c	
	2		3	
d	c		f	
4	6		9	
g	h	k	l	
8	12	18	27	
m	n	o	p	q
16	24	36	54	81

		a		
	b	i	c	
	2		3	
d	c		f	
4	6		9	
g	h	k	l	
8	12	18	27	
m	n	o	p	q
16	24	36	54	81

80 ARITHMETICORVM

ducatur totum g h k l.

SCHOLIUM.

Talis autem secundorum Quadratorum differentia dicitur Gnomon secundorum quadratorum: & idem est Octahedrus centralis, Idem cubus centralis: Idem quoque Pyramis triangula centralis locorum imparium, ut satis ostensum est in primo horum arithmeticonum.

PROPOSITIO 22^a.

Aggregatum ex m q. ex quadruplo ipsorum n p. & ex ipsius o. sexcuplo, est secundus quadratus totius b c. Hæc est conclusio dictarum propositionum, in qua possumus nobis laudē totā vēdicare, quæ necubi hæcten⁹ neque apud Græcos, neque apud Latinos sit demonstrata. Itaque quod de ipsius b c. quadrato fuit ostensum in 12^a. de cubo autē eiusdē in 15^a præmissarum id ipsum de secundo eiusdē b c. quadrato demonstrat hæc 22^a in qua toti⁹ huius repastinationis gloria consistit. Siue igitur ipsorum b c dñā sit vnitas, siue alius quicunq; numerus, hæc demonstratio locū habet. Itaque adductis p^a 4^a & 5^a præmissarum, liquet quod ex b c. toto in ipsum g. sit totū m n. Itē quod ex b c. toto in h. sit totū n o. Itē ex b c. toto in k. sit totū o p. Itē ex b c. toto in l. sit totū p q. Hinc sequitur, ut, quod iam dictū est, ex b c. toto in g. fiat m n. & ex b c. in triplū ipsius h. fiat triplū ipsorum n o. & ex b c. in triplū ipsius k. fiat triplū ipsorum o p. & ex b c. in l. fiat totū p q. Igitur per p^a præmissarum ex ipso b c. in aggregatum ex g l. triploque ipsorum h k. quod aggregatum per 15^a præmissarum est cub⁹ ipsius b c. producat aggregatū ex m q. quadruplo ipsorum n p. atque sexcuplo ipsius o. Sed ex b c. in suū cubū producat secund⁹ quadratus ipsius b c. Ergo talis 2^o quadratus ipsius b c. erit cōgeries ex m q. ex quadruplo ipsorum n p. atque sexcuplo ipsius o. sicut demonstrandum fuit.

mn
b c { g h h h h n n n . o o o .
k k k . o o o . p p p .
l . p q .
Cubus — □ 2^o .

8 — 40
36 — 180
54 — 270
27 — 135

I	a	I
1 . 2	b c	3 . 4
1 . 2 . 4	d ² e ³ f	9 . 12 . 16
1 . 2 . 4 . 8	g ⁴ h ⁶ k ⁹ l	27 . 36 . 48 . 64
1 . 4 . 8 . 16	m ⁸ n ¹² o ¹⁸ p ²⁷ q	81 . 108 . 144 . 192 . 256
	16 24 36 54 81	

I	f	I	Et sic d- inceps in infinitū.
4 . 5	1296	5 . 6	
16 . 20 . 25		25 . 30 . 36	
64 . 80 . 100 . 125		125 . 150 . 180 . 216	
256 . 320 . 400 . 500 . 625		625 . 750 . 900 . 1080 . 1296	

23^a.

Adhuc dico quòd o. est quadratum ipsius e. Patet : nam per nonam a e o. sunt continue proportionales. Cumque a. sit vnitas, erit per octauam noni Elementorum, o. quadratus & per diffin. eius radix e. quod est propositum. Vel sic: quoniam per septimam ipsi d e f. sunt continue proportionales : & per octauam, ipsi b e k. sunt continue proportionale. iam per vigesimam septimi b. in k. faciet quadratum ipsius e. sicut d. in f. Sed per quintam harum b. in k. facit o. igitur o. est quadratum ipsius e. Quod est propositum.

24³.

Item dico, quòd tam g. in l. quàm h. in k. producit cubum
 ipsius e. Patet sic: ex e. in o. fiat r. eritque r. cubus ipsius
 per diffin. Quoniam per præmissam o. est \square . ipsius e. Sed,
 per octauam harum, sicut e. ad h. sic k. ad o. atque per 20^a
 septimi, quod fit ex e. in o. idem ex h. in k. igitur ex h. in k.
 fiet r. Cumque per eandem, quod ex h. in k. idem fiat ex g.
 in l. quoniam scilicet per septimam harum g. ad h. sicut k.
 ad l. iam & ex g. in l. fiet idem r. cubus ipsius e. sicut pro-
 ponitur demonstrandum.

25.

Item dico, quòd ex secundo quadrato in secundum quadratum producit^{ur}, secundus. Per sextam præmissarum in q. sunt secundi quadrati ipsorum b c. Ostendendum est igitur, quod ex m. in q. producit^{ur} secundus quadratus, sic per septimam harum & æquam proportionalitatem, ipsi m o q. sunt continue proportionales: quare per 20^a septimi, quod fit ex m. in q. est id, quod fit ex o. in se. Sed, per antepremissam, o. quadratus est: ergo quod fit ex o. in se, est secundus quadratus; quare quadratus secundus est, qui fit ex m. in q. & hoc erat demonstrandum.

C O R O L L A R I V M.

Manifestum est igitur, quod sicut ex ductu ipsarum b c.
B b radicum

$\text{R. } 2-3-6$ radicum propositarum siue unitate siue quo vis nume-
 $\square 4-9-36$ ro distantium producitur e. ita ex ductu ipsorum d f.
 $\square .8-27-216$ quadratorum fit ipse o. quadratus ipsius e. atque ex du-
 $2^o \square 16-81-1296$ ctu g l. cuborum, fit ipse r. cubus ipsius e. Et similiter ex
 ductu m q. duorum quadratorum, fit secundus quadratus
 ipsius e. qui videlicet fit ex o. in se, qui fit s. Quod etiam
 constitit per corollarium vndecimæ secundi horum Arith-
 meticorum. Cætera relinquimus curiosioribus.

LIBRI PRIMI
 ARITHMETICORVM
 MAVROLYCI FINIS.

*Completus Messanæ in freto Siculo in adibus ipsius
 Authoris iuxta Canobium Carmelitanorum,
 ad horam noctis secundam diei Dominici,
 qui fuit Aprilis decimus octauus, &
 sanctissimum Paschæ festum.
 Anno salutis.*

M. D. LVII.



83

MAVROLICI ABBATIS
MESSANENSIS
MATHEMATICI

Arithmeti corum Liber Secundus.



P R O L O G O M E N A .



Q U O N I A M Arithmetica instrumentum
est omnis supputationis, & numeri sunt
termini, quibus qualibet magnitudo si-
gnificatur; non dubium est, quin per nu-
meros fieri possit omnis magnitudinis cal-
culus. Cum verò Geometria comprehendat omnium quan-
tatum species, videlicet lineas, superficies, solida &
cetera continua, quæ ad hæc redigi possunt; ut tempora,
& pondera; duplicem utique praxim habebit; unam, quæ
fit lineando, alteram, quæ supputando: quarum hæc ab
illa tanquam à fonte derivatur: & illa theoriæ innititur.
Sicut enim tam theoremata, quàm problemata per theoriã
demonstrantur, & solvantur; ita mōx siue per lineatio-
nem siue per calculum ad praxim rediguntur. Nam in-
tellectu præmeditata lineamus: & lineata calculamus.
Et quamvis lineator descriptionem oculo representet, &
mentali speculatione punctum geometricum consequatur;
tamen calculator numeris etiam idipsum consequitur,
sed & paucis characteribus minutiores partes distinguit:

B b 2 quod

quod lineator non nisi in spacio immenso, vel magno instrumento (quod nulli facile est) prestare potest. Quae distinctio quidem necessaria est, cum per numeros, irrationalis, aut ignotae magnitudinis terminum seu limitem magis ac magis propinquantes vestigamus. Sicuti cum, exempli gratia, proposita circuli diametro, latus trianguli aequilateri, aut quadrati in eo descripti, metiri per easdem partes in quibus diameter supponitur, aut cum planeta cuiuspiam diurnum motum metiri iubemur. Itaque licet de theoria numerorum & magnitudinum plerique graues Authores affatim scribant, & numerariam praxim quam plurimi ludorum magistri passim doceant & literis mandent; nemo tamen haecenus regulas ipsas practicas elementorum, additionis, subtractionis, multiplicationis, diuisionis, radicum extractionis, progressionum, positionum & dimensionum satis demonstrauit. Haud enim cuius peruium est, ante oculos ponere quemadmodum praxis quaelibet talis à theoria deducatur, & nonnulli id ipsum ausi, rem obscuriorem fecere, sicut is, qui algorismum demonstratum edidit. Nos itaque, quatenus sese vires nostrae extendunt, aut quantum calamo dictabit ingenium, tentabimus aliquid super hoc negocio proferre, dum otium praestatur. Itaque, ut ratio poscit, diffinitionibus praemissis, rem aggrediemur, seriatim singula demonstrantes.

Diffinitiones

LIBRI PRIMI, PARS II. 85
DIFFINITIONES.

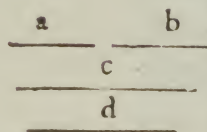
Posita ergo quantitas est, quæ ad libitum ponitur ad communem eiusdem generis quantitatum mensurâ: & quæ ab unitate denominatur. Sicut unitas est communis numerorum dimensio. Quando igitur multiplex est ad positam, significabitur eo numero, secundum quem ipsa multiplex est ipsius positæ. Quando verò quantitas cõtinet partem vel partes positæ, significabitur duobus numeris, scilicet denominatore & numeratore partis vel partium. Vnde quantitas significata ad positam habet eam rationem, quam numerus denominator, ad numeratorem. Quare, si tales numeri fuerint æquales, quantitas significata erit tunc æqualis positæ: minor aut, cum maior fuerit denominator: maior verò, cum minor. Erit utique significata quantitas ad positam, aut æqualis, aut multiplex, aut superparticularis, aut superpartiens, aut multiplex super particularis, aut denique multiplex superpartiens, quando maior fuerit significata, quàm posita. Quod si posita sit maior: tunc talis erit posita ad significatam. Duæ quoque quantitates, quarum denominatores eandem proportionem habebunt ad numeratores, erunt ad inuicem æquales: quoniam scilicet eandem rationem habent ad positam. Cuius verò denominator maiorem rationem habebit ad numeratorem, maior erit. Quantitas cum quantitate coniungi dicitur, cum sumitur earum aggregatum. Quantitas à quantitate subtrahi dicitur, cum sumitur maioris super minorem excessus. Quantitas quantitatem multiplicare dicitur, cum sumitur quantitas, quæ ad multiplicatam eam habet rationem, quam multiplicans ad positam: Et sumpta sic quantitas, productum vocatur. Vnde, quando multiplicans maior fuerit quàm posita, & productum maius erit multiplicante: & quando minor, minus: & quando æqualis, æquale. Quantitas in quantitatem parti dicitur, cum sumitur quantitas, ad quam diuisa eam habet rationem, quam diuidens ad positam. Et sumpta sic quantitas vocatur proueniens, siue quotiens. Vnde si diuidens maior fuerit, quàm posita, & diuisa maior erit quotiente: & si minor, minor; & si æqualis, æqualis. Quadratum alicuius quantitatis est productum eius in se ipsam multiplicatæ: & ipsa tunc radix vocatur. Cubus autem est is, qui fit ex multiplicatione radices in quadratum. Et

B b 3 quadratus

quadratus secundus, qui fit ex quadrato primo in se ipsum, siue ex radice in cubum. Quo fit, vt posita quantitas, radix, quadratum, cubus, & quadratum secundum, sint continue proportionalia: semperque crescentia, si radix sit maior, quam posita. Decrescentia verò, si minor. Quantitas magnitudine rationalis est, quæ posita commensurabilis est. Quantitas potentia tantum rationalis est, cuius quadratum duntaxat posita commensurabile est. Quantitas cubo tantum rationalis est, cuius cubus solum posita commensurabilis est. de qua nihil Euclides. Quantitas quadrato secundo tantum rationalis est, cuius quadratum secundum duntaxat posita commensurabile est: quæ medicalis quantitas vocatur. Binomium est bimembris quantitas ex duabus quantitatibus potentia tantum inuicem commensurabilibus composita. Excessus autem maioris membri supra minus, Apotome, siue recisum, vel residuum vocabitur.

PROPOSITIO I^a.

Quidquid de Numerorum, Linearum, et Solidorum ductu ratione, proportionem & Symmetria, atque similitudine ratiocinamur, idem de quolibet quantitatis genere demonstrare atque concludere possumus. Hoc enim fiet assumptis ad demonstrandum diffinitionibus, ac suppositis nostris. Exempli gratia, si duorum numerorum vterque multiplicet reliquum, producti sunt æquales, quæ est 17^a septimi Elementorū. Igitur etsi duarum quantitatum vtraque multiplicet alteram, producta erunt æqualia. Quod sic ostendam. Quantitas a. multiplicans quantitatem b. producat quantitatem c. Item quantitas b. multiplicans quantitatem a. faciat quantitatem d. Aio, quod quantitates c d. sunt inuicem æquales. Cum enim ex diffinitione multiplicationis c. producta ad b. multiplicatam sit sicut a. multiplicans ad positam, erit & permutatim c. ad a. sicut b. ad positam. Sed rursus ex diffinitione multiplicationis, sicut b. multiplicans ad positam, sic d. producta ad a. multiplicatam. Igitur sicut d. ad a. sic c. ad a. & perinde, per nonam quinti, c d. quantitates sunt æquales: quod fuit demonstrandum. Exemplum aliud à sequenti propositione sumptum. Si numerus duos multiplicans duos produxerit, producti sunt multiplicatis proportionales. Igitur & si quantitas duas quantitates multiplicat, duo producta fecerit, producta multiplicatis erunt

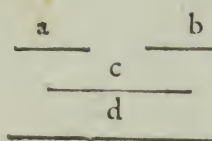


erunt proportionalia: quod sic ostendam. Quantitas a. multiplicans ipsam b. producat d. multiplicans autem c. faciat e. Aio, quod sicut est b. ad c. sic est d. ad e. cum enim per diffinitionem multiplicationis d. producta ad b. multiplicatam, sit sicut a. multiplicans ad positam, nec non e. producta ad c. multiplicatam, sit etiam sicut a. multiplicans ad positam; iam erit sicut e. ad c. sic d. ad b. Ergo & permutatum erit sicut e. ad d. sic c. ad b. & conuersim sicut d. ad e. sic b. ad c. quod est propositum. Similiter quicquid in septimo, octauo & nono de numeris ostendit Euclides, idem de quantitatibus in genere ostendere possumus. Alicubi tamen pro numeris quantitates rationales substituendo, assumptis diffinitionibus ac suppositis nostris. Quidquid etiam in secundo, sexto & vndecimo Elementorum de ductu & proportionem linearum, arearum & solidorum traditur, potest ad quantitates in genere sumptas conuerti. Exempli gratia: prima secundi sic conuertetur: si fuerint duæ quantitates, quarum altera in quotlibet segmenta secetur; illud, quod ex ductu alterius in alteram fiet, æquum erit his, quæ ex ductu quantitatis indiuisæ in vnumquodq; segmentorum diuisæ pariter acceptis producentur. Quod sic ostendam: sint duæ quantitates a. indiuisa & b c d. secta in partes quotnis, ut puta tres b c d. & ex a. in tota b c d. proueniat e. nec non ex a. in singulas partes b c d. proueniant singule f g h. quantitates. Dico tunc, quod e. æqualis est ipsis f g h. simul sumptis. Nam ex diffn. multiplicationis erit e. ad b c d. sicut a. ad positam. Et similiter sicut a. ad positam, sic f. ad b. sic g. ad c. sic h. ad d. Igitur per vndecimam quinti, & coniunctam proportionem, totum f g h. ad totum b c d. sicut a. ad positam: fuit autem sicut a. ad positam, sic e. ad b c d. ergo sicut e. ad b c d. sic f g h. ad b c d. Quare per nonam quinti f g h. totum æquale est ipsi e. quod erat demonstrandum. Ex qua demonstrabantur reliquæ propositiones secundi successiue, de quantitatibus in genere. quemadmodum Campanus easdem de numeris demonstrauit in decima sexta noni. Quidquid denique decimus Elementorum de linearum & arearum symmetria & ductu aut proportionem ratiocinatur, potest totum ad quodlibet genus quantitatis conuerti. Exempli gratia, illa propositio, A rationalibus longitudine cõmensurabilib^{us} rectis lineis factum rectangulum rationale est. ad quantitates in genere sic con-

B b 4 uertetur

$$\begin{array}{r} a \\ b \quad c \\ d \quad e \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a \\ b \quad c \quad d \\ e \\ f \quad g \quad h \end{array}$$



1
2 . 3
4 . 6 . 9
8 . 12 . 18 . 27
16 . 24 . 36 . 54 . 81

uertetur quantitatum rationaliū productū rationale est. qđ sic ostenditur. Quantitas rationalis a. multiplicans quantitatem rationalem b. facit c. Dico tunc, quod c. quantitas rationalis est. namq; ex a. in se fiat d. & tunc per primā secundi Elementorū, ad quantitates redactū erit, sicut a. ad b. sic d. ad c. sed a. ipsi b. commensurabilis est per hypothesim: ergo & d. ipsi c. commensurabilis est, per 10^o decimi. Cumq; d. rationalis sit (quia quadratum est ipsius a.) iam per diffin. & c. rationalis erit. Quod est propositū. Similiter procedere poterimus, reliquas decimi Element. propositiones demonstrando. Et quod nona eiusdem libri de quadratis ostendit, potest etiam ad cubos & ad secundā quadrata quantitatum referri. sic; A commensurabilibus inuicem quantitibus producta quadrata, sunt ad inuicem sicut quadrati numeri: & producti cubi, sicut cubi numeri: & producti secunda quadrata, sicut secundi numeri quadrati. Contrā, & quantitates, tam, quarū quadrata sunt ad inuicem, sicut numeri quadrati, quā, quarum cubi sunt ad inuicem, sicut numeri Cubi: quā, quarum secunda quadrata sunt ad inuicem, sicut secundi quadrati; sunt & ad inuicem omnino commensurabiles. Quod huiusmodi difficilius ostenditur, quā nona ipsa quoad quadrata. Hoc, scilicet supposito & antē demonstrato, quod sicut inter duos quadratos numeros semper interiacet vnus numerus medius proportionalis: ita inter cubos interiacent duo medij proportionales: & inter secundos, quadratos tres medij proportionales. Ab incommensurabilibus verō inuicem quantitibus facta quadrata non sunt ad inuicem, sicut quadrati numeri; neq; cubi, sicut cubi numeri: nec secunda quadrata sicut secundi quadrati numeri. Contrā, & quantitates, tam quarum quadrata non sunt ad inuicem, sicut quadrati numeri, quā quarum cubi nō sunt ad inuicem, sicut cubi numeri, quāque quarum secunda quadrata non sunt ad inuicem, sicut secundi quadrati numeri; sunt inter se incommensurabiles. quae duae proportionales sequuntur ex praemissis à destructione contrariorum. Quo fit, ut quot linearum irrationalium species tractantur in decimo Elementorū, totidē eiusdē nominis, & earundē proprietatū speciei inueniuntur inter quantitates in genere sumptas. Ita, inquit, ut in omni quantitate vnus generis existant oēs tales rationalium species. Per hanc igitur propositionem omnis geometrica speculatio redigitur ad numerariam praxim.

P R O P O

PROPOSITIO 2^a.

Omnis quantitatum additio, subtractio, multiplicatio, seu diuisio, vel radicum extractio, fit per eos numeros, à quibus ipse quantitates significantur. Hoc est, numerorum, per quos duę vel quotlibet quantitates singulos singula significantur, aggregatum est numerus significans talium quantitatum aggregatum. Et numerorum, per quos duę quantitates inæquales significantur excessus, est numerus significans ipsarum quantitatum excessum. Item numerorum, per quos duę quantitates significantur, productus, est numerus, significans earum quantitatum productam. A hac diuiso numero in numerum, prouenit seu elicitur numerus significans quantitatem prouenientem ex diuisione quantitatis illius numeri in quantitatem huius. Demum omnis radix quadrati, vel cubi numeri est numerus significans quantitatem, quæ radix est quantitatis quadratæ vel cubicæ per ipsum quadratum vel cubum significatæ.

PROPOSITIO 3^a.

Quantitates, quarum denominatores sunt æquales, sunt adinuicem, sicut numeratores. Sint duę quantitates a b. c d. quarum denominatores b d. ponantur æquales: numeratores autem sint a c. Aio, quod quantitas a b. ad quantitatem c d. est, sicut a. ad c. Nam ratio quantitatis a b. ad quantitatem c d. componitur ex ratione ipsius a b. ad positam, & ex ratione positæ ad ipsam c d. Numeri autem a. ad numerum c. ratio componitur ex ratione numeri a. ad numerum b. & ex ratione numeri b. vel d. (sunt enim æquales per hypotesin) ad numerum c. Sed per diffinitionem terminorum, quantitas a b. ad positam, est sicut numerus a. ad numerum b. quantitas autem posita ad quantitatem c d. sicut numerus d. ad numerum c. Igitur per æquam proportionem erit quantitas a b. ad quantitatem c d. sicut numerus a. ad numerum c. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO 4^a.

Quantitates, quarum numeratores sunt æquales, sunt adinuicem sicut denominatores, ordine commutato. Sunt, sicut in præmissa, quantitates a b. c d. in quibus ponantur æquales ipsi numeratores a c. Aio tunc, quod quantitas a b. ad quantitatem c d. est sicut numerus d. ad numerum b. Fiat enim ex a. in d. numerus e. & ex b. in c. fiat f. ex b. verò in d. proueniat g. eritque, per primam sexti, sicut a. ad b. sic e. ad g. ut in prima propositione huius ostendimus: quare, sicut in definitionibus patuit, quantitas e g. equalis erit ipsi a b. Item erit similiter,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \frac{z}{z}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{z}{z} \frac{n}{z} = \frac{e}{d}$$

$$\frac{0}{g} \frac{14}{53} \frac{10}{55} \frac{f}{g}$$

liter, sicut c. ad d. sic f. ad g. & ideo quantitas fg. æqualis erit similiter quantitati c d. Et quoniam quantitatatum e g. fg. idem est denominator, ideo per præcedentē, e g. ad ipsum fg. erit sicut numerus e. ad numerum f. Sed e. ad f. sicut d. ad b. quoniam c. ipsi a. æqualis multiplicans ipsos b d. facit ipsos fe. Igitur sicut d. ad b. sic erit quantitas e g. ad quantitatem fg. hoc est, quantitas a b. ad quantitatem c d. Quod fuit demonstrandum.

PROPOSITIO 5^a.

Quantitatum duarum ratio componitur ex rationibus numeratorum & denominatorum ordine commutato sumptis.

Sunt binæ quantitates a b. c d. quarum numeratores, a c. denominatores autem b d. numeri. Aio, quod ratio quantitatis a b. ad quantitatem c d. componitur ex rationibus duabus, scilicet ex ratione numeri a. ad numerum c. & ex ratione numeri d. ad numerum b. Ponatur enim his media quantitas e f. cuius numerator e. sit æqualis numero c. & denominator f. æqualis numero b. eritque, per antepremissam, quantitas a b. ad quantitatem e f. sicut numerus a. ad numerum e. hoc est, sicut a. ad c. Et per præcedentem, quantitas e f. ad quantitatem c d. sicut numerus d. ad numerum f. hoc est, sicut d. ad b. Sed posita media quantitate e f. ratio quantitatis a b. ad quantitatem c d. componitur ex ratione quantitatis a b. ad quantitatem e f. & ex ratione quantitatis e f. ad quantitatem c d. Igitur ex æquali; eadem ratio quantitatis a b. ad quantitatem c d. componetur ex ratione numeri a. ad numerum c. & ex ratione numeri d. ad numerum b. Quod fuit demonstrandum.

PROPOSITIO 6^a.

Duas propositas quantitates coniungere. Si propositæ quantitates singulis significantur numeris. Tunc coniungantur numeri, per quos propositæ quantitates significantur: Nam aggregatum tale erit numerus significans aggregatum propositarum quantitarum quæsitum per secundam huius. Si autem propositæ quantitates singulæ binis significantur numeris. sint ipsæ tunc a b. c d. quarum numeratores quædam a c. denominatores autem (ut assolet) b d. Ducatur b. in c. & fiat e. Ducatur etiam a. in d. & fiat f. Sitque ipsorum e f. aggregatum g. deinde ex b. in d. fiat h. eritque quantitas g h. cuius numerator g. denominator autem h. aggregatum ipsarum a b. c d. quantitarum quæsitum. Cum enim b. multiplicans singulos c d. faciat singulos e h. erit per primam huius, sicut c. ad d. sic e ad h. Et similiter, quoniam d. multiplicans singulos a b. facit singulos f h. eritque & sicut a. ad b. sic f. ad h. Quare, per

$$\frac{a}{b} \frac{2}{5} \frac{3}{7} \frac{c}{d}$$

$$\frac{a}{b} \frac{2}{5} \times \frac{4}{5} \frac{c}{d}$$

$$a \ 12 \ 10 f$$

$$\frac{22}{33} \frac{g}{h}$$

per diffinita, quantitas e h. erit æqualis quantitati c d. & quantitas f h. æqualis quantitati a b. Sed per diffinitionem, sicut numerus e. ad numerū h. sic quantitas e h. ad positā: ac sicut numerus f. ad numerū h. sic quantitas f h. ad positā. Igitur per 24^a quinti Elemen. sicut g. aggregatum ipsorū e f. ad numerū h. sic aggregatū ex ipsis e h. f h. quantitibus, hoc est ex ipsis c d. a b. quantitibus ad positā. Quare, per diffin. g h. numeri significant dictū quantitātū a b. c d. aggregatum, ita scilicet, ut g. numerus sit numerator, & h. nūs denominator. Itaq; g h. quantitas est propositarum a b. c d. quantitātū congeries, quæ quærebatur. Quod si propositarum quantitatum altera tantū binis notetur numeris, tunc reliquæ supplendus est numerus denominator, qui quidem in quantitibus ad positā multiplicibus semper est vnitas, quæ integritatem positæ in integris significat.

PROPOSITIO 7^a.

Duabus quantitibus inæqualibus propositis, minorem à maiori subtrahere. Si propositæ quantitates singulis denotentur numeris: tunc numerus minor subtrahatur à maiori: nā reliquus numerus erit is, qui significat quantitatē, quæ superest post subtractionem minoris quantitatis à maiori, per secundam huius. Si autem propositæ quantitates, quarū altera ab altera subtrahenda est, singulæ binis exprimantur numeris. Sint ipsæ tunc a b. maior, & c d. minor: quarū numeratores sint a c. denominatores b d. ita ut oporteat quantitātē c d. subtrahere à quantitate a b. Ducatur a. in d. & fiat e. deinde b. in c. & fiat f. Mox subtrahatur ab e. numerus f. & reliquum sit g. Ducatur demum b. in d. & fiat h. Eritque quantitas g h. cui⁹ numerator g. denominator h. quæ relinquitur post subtractionem ipsius c d. quantitatis, ab ipsa quantitate a b. Cū em̄ d. m̄lcans singulos a b. faciat singulos e h. erit, p^a huius, sicut a. ad b. sic e. ad h. & similiter, qm̄ b. m̄lcans singulos c d. facit singulos f h. ideo sicut c. ad d. sic f. ad h. Quare per corollaria diffinitionum, quantitas e h. ipsi a b. & quantitas f h. ipsi c d. æqualis erit. Et quoniam h. numerus est cōis earum denominator, ideo per 4^a huius, ipsæ quantitates e h. f h. sunt ad inuicē sicut e f. numeratores. Quamobrem excessus numeratorū, scilicet g. nūs significabit quantitātū e h. f h. differentiā, hoc est, ipsa g h. quantitas erit talis dīa: sicut erat demonstrandū. Quod si propositarū quantitatum altera tm̄ binis notet̄ numeris: tūc reliquæ supplendus est nūs denominator:

$$\frac{e}{4} \frac{z}{3} \times \frac{4}{5} \frac{a}{b}$$

$$c. 12$$

$$f. 10$$

$$g. \frac{z}{5}$$

$$h. 15$$

denominator: qui quidem in quantitatibus ad positam multiplicibus semper est vnitas, integritatem positæ ac non diuisæ significās. Item notandum tam in præsentī, quàm in præcedenti propositione, quòd quantitates, quæ ad positam multiplices sunt, & insuper particulares, aut superficientes redigendæ sunt ad partes, ita vt singulæ binis significentur numeris, atque modus demonstrandi locum habeat.

COROLLARIUM.

Hinc constabit, propositis duabus quantitatibus, vtra sit maior.

PROPOSITIO 8^a.

Duabus quantitatibus propositis, alterā in alterā multiplicare.

$$\begin{array}{l} a. \frac{2}{3} \quad b. \frac{4}{5} \quad c. \frac{8}{15} \quad d. \frac{2}{3} \quad e. \frac{4}{5} \quad f. \frac{8}{15} \end{array}$$

Si propositæ quantitates singulis signentur numeris: tunc numeri significantes ipsas quantitates multiplicentur alter in alterum: Nam productum, per secundam huius, erit numerus significans quantitatem ex propositarum quantitatū multiplicatione productam. Si aut quantitates, quæ multiplicandæ proponuntur, singulæ binis significentur numeris: tunc sint ipsæ a b. c d. quarū quidē numeratores sint a c. denominatores verò b d. Et ducatur numerus a. in numerū c. & proueniat e. Itē ducatur numerus b. in numerū d. & proueniat f. Eritq; quantitas e f. cuius numerator e. denominator f. productum ex multiplicatione quantitatis a b. in quantitatem c d. Nā, per quintā huius libri, ratio quantitatis e f. ad quantitatem c d. cōponitur ex rationib⁹ numeri e. ad numerū c. & numeri d. ad numerū f. Ratio aut quantitatis a b. ad positā cōponit^r ex ratione numeri a. ad vnitatē, & ex ratione vnitatis ad numerū b. Sed p^r diffi. multiplicationis numerorū, sicut a. numerus ad vnitatē, sic numerus e. ad numerum c. & sicut vnitas ad numerū b. sic numerus d. ad numerū f. Igitur, per equā proportionē, quantitas e f. ad quantitatem c d. sicut quantitas a b. multiplicans ad positā. Quare, per diffi. multiplicationis, quantitas e f. est prædictum proueniens ex ductu quantitatis a b. multiplicatis in quantitatem c d. multiplicatā. quod quærebatur. Quòd si altera propositarū quantitatū duobus signetur numeris, reliquā verò vno: tunc huic supplē⁹ est, vt in præmissis factū est, numerator, hoc est, vnitas: Et si quantitatū altera vel ambæ sint multiplices ad positam, & insuper superparticulares, vel superpartientes; tunc redigantur ad partes, ut vt singulæ binis connotatæ numeris, tã ad praxim, q̃ ad demonstrationē accommodetur.

PROP-

PROPOSITIO 9^a.

Duabus quantitibus propositis, alteram in alteram partiri.
 Si propositæ quantitates singulis significantur numeris, tunc
 ijdem numeri quâtitatē ex diuisione vnus in alteram, pro-
 uenientē exprimerent, ita quidem, vt numerus diuisus sit nu-
 merator & diuidēs denominator. Nā sicut se habet diuidēs
 quantitas ad diuisam, sic se habet posita ad quantitatem ex
 diuisione prouenientē. Vt si sit diuidenda quantitas a. diui-
 dens vero b. iam dico tunc, quod quantitas a b. est quanti-
 tas, quæ prouenit ex diuisione ipsius a. in ipsam b. Nam per
 4^a huius, sicut est numerus b. ad vnitatem, sic est quantitas a.
 ad quantitatem a b. quandoquidem earum numeratores
 sint æquales, quia. f. vtroque est numerus a. & denomina-
 tor quantitatis a. sit vnitas: denominator vero quantitatis
 a b. sit ipse b. Ergo sicut quantitas b. scilicet diuidens ad po-
 sitam (quæ per vnitatem significatur) sic quantitas a. scilicet
 diuisa ad quantitatem a b. prouenientē. Quamobrē, per diff.
 diuisionis; ex diuisione quantitatis a. in quantitatem b. pro-
 uenit quâtitas a b. quod fuit demonstrandum. Quod si quâ-
 titates, quarum altera in alteram diuidenda est, singulæ binis
 denotentur numeris: tunc ipsæ a b. c d. quarū numeratores
 a c. denominatores b d. ita vt ipsa a b. sit diuidēda in ipsam
 c d. Ducatur d. in a. & proueniat e. Item c. in b. & proue-
 niat f. eritque quantitas e f. cuius numerator e. ac denomi-
 nator f. ea, quæ prouenit ex diuisione ipsius a b. in ipsam c d.
 Quoniam, per quintam huius, quantitatis a b. ad quantita-
 tem e f. ratio, componitur ex ratione numeri a. ad numerū e.
 & ex ratione numeri f. ad numerum b. Ac per diffin. multi-
 plicationis in septimo Elementorum, sicut a. numerus ad
 ipsum e. sic vnitas ad d. Ac sicut f. numerus ad ipsum b. sic
 c. ad vnitatē. Et ratio quâtitatis c d. ad positam so. ponitur
 ex ratione numeri c. ad vnitatem, & ex ratione vnitatis ad
 numerū d. Propterea, per æquā proportionē, ratio quâtitatis
 a b. diuise, ad quantitatem e f. prouenientē, erit, sicut ra-
 tio c d. diuidēdis ad positam. Ergo, per diffin. diuisionis, ex
 diuisione quantitatis a b. in quantitatem c d. prouenit quâ-
 titas e f. quod est propositum. Quod si propositarum
 quantitatum altera vno tantum significetur numero, tunc
 supplendus est ei denominator per vnitatem: vt in præmis-
 sis faciendum præcepimus. Et si quantitatum altera vel
 vtraque sint multiplices ad positam, aut super particulares,
 seu

$$\begin{array}{l} a. \frac{12}{3} \\ b. \frac{12}{1} \end{array} \quad a.$$

$$\frac{c.2}{d.3} \times \frac{8}{15} \quad a. \frac{24}{30} \quad f. \frac{4}{5}$$

94 ARITHMETICORVM

seu superpartientes, redigantur singulae ad suas partes. Ita quidē, vt singulae per numeratorē & denominatorē expressae ad praedictā praxim & demonstrationē accommodentur.

PROPOSITIO 10^a.

Omnis additio & omnis subtractio in quantitativis cognitis irrationalibus fieri potest per terminos plus & minus. Namq; quātitates, quarū sola quadrata, vel quarū soli cubi, vel quarū sola secunda quadrata sunt cognita, vt plurimum neq; coniungi possunt, nisi per terminos binomiorum: neq; altera subtrahi ab altera, nisi per terminos residuorum, vt si iungendae sint duae quantitates r. 3. & r. 2. statim dicā, earū aggregatum esse r. 3. p^o r. 2. Si vero haec ab illa subtrahenda sit, illicet respondebo, residuum post subtractionem esse r. 3. m. r. 2. Quando tamen ad inuicem cōmensurabiles fuerint, possunt ad vnū nomē, tā in additione, q̃ in subtractione regi, vt postea docebimus. Illud tamen in binomijs, residuisq; sic prolatis, nunquā non licet comperire quadratum, cuius radix sit ipsum binomiale aggregatum, siue residuum, qđ p additionē, siue subtractionē querendū proponitur. Verū tale quadratū non nisi p duo nomina potest proferri, qñ propositae quantitates fuerint in cōmensurabiles: vt postea per exēpla declarabimus, regulas singulas tradentes.

PROPOSITIO 11^a.

Duas quantitates propositas, quarum vel quadrata tantū, vel cubi tantū, vel secunda quadrata tantū cognita supponuntur, inuicem multiplicare. Sinto duae quantitates a b. quarum quadrata c d. tantū cognita supponuntur: si iubear a. in b. multiplicare, id faciam per quadrata. Sit enim ipsarum a b. productum e. quod cum rationale non sit, existentibus a b. inuicem incōmensurabilibus, & perinde non semper possit exprimi numero; quarendū est per eius quadratū, quod semper rationale est, sic. Multiplico, per 8^a huius, c. in d. & proueniat f. Aio igitur, qđ f. est quadratū producti quæriti, hoc est ipsius e. Quod sic ostendo: Qm̃ a. multiplicans se ipsā facit c. & multiplicās ipsum b. facit e. erit ideo, per primā 6^a Euclidis, sicut a. ad b. sic c. ad e. Et similiter, qm̃ b. multiplicans se ipsā, facit d. & multiplicans ipsā a. facit e. erit sicut a. ad b. sic e. ad d. Igitur c e d. sunt continue proportionales. Quare per 15^a sexti, quod sit ex c. in d. scilicet f. æquū est quadrato, qđ ex e. qđ erat demonstrandū. Si cōtingat igitur ipsum f. productū esse quadratū numerum,

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cc}
 \overset{1}{a} & \overset{2}{b} \\
 \hline
 \end{array} \\
 \begin{array}{ccc}
 \overset{2}{c} & \overset{3}{e} & \overset{4}{d} \\
 \hline
 \end{array} \\
 \begin{array}{ccc}
 \overset{4}{g} & \overset{6}{f} & \overset{9}{h} \\
 \hline
 \end{array} \\
 \begin{array}{ccc}
 16 & 36 & 81 \\
 \hline
 \end{array} \\
 \begin{array}{ccc}
 & k & \\
 \hline
 \end{array} \\
 1296
 \end{array}$$

LIBRI PRIMI, PARS II. 95

numerū: quod tūc fit, qñ a b. sunt inuicē cōmēsurabiles: tūc
ipsum e. productum, rationale est: quādoquidē tunc quadra-
ti nūi f. radix est. Ponantur nunc ipsarum a b. quantitatum
quadrata secūda tñ rationalia, hoc est, cognita p. numeros,
quæ sint g. & h. vt scilicet g. sit quadratum ipsius c. atq; h. sit
quadrātū ipsius a. Rursum, nunc per istec secunda quadrata
vestigabo productū ipsarū a b. sic: Multiplico g. in h. per 8^a
hui⁹, & proueniat k. Dico itaq; quod k. est quadrātū secūdū
ipsi⁹ e. producti, hoc est, quadrātū ipsi⁹ f. qđ sic ostendo. Cū
em c. in se faciat g. & c. in d. faciat f. erit, per primam sexti, si-
cut c. ad d. sic g. ad f. Et similiter, quoniam d. in c. facit f. & d.
in se facit h. ideo sicut c. ad d. sic f. ad h. Ergo g f h. sunt con-
tinue proportionales. Quare per 15^a sexti, quod fit ex g. in h.
scilicet k. est æquum quadrato ipsius f. Quod erat ostenden-
dum. Id idem quoque haud difficilius ostendemus de ter-
tiji, quartis, & quotiescunque quantitatum quadratis in
infinitum. Nam quota sunt quadrata quātitatū multipli-
cantium, productum ex quadratis, totum quadratum erit à
quadrato producti multiplicantiū. Quod etiā ostēdit Cāpa-
nus in fine decimi Elementorū. Hoc itaq; pacto multiplicā-
tur ad inuicē quantitates potentia tñ rōnales, vel mediales
primæ, vel cuiuscūq; ordinis. Veniā nūc ad quantitātē cubo
tñ rationales, hoc est, quarum solūm cubi supponuntur co-
gniti: quāuis de his nihil Euclides. Sunt, vt prius proposi-
tæ quantitates a b. quarū productū fuit e. & quarū quadrata c d.
& eorū productū f. Ducat a. in c. & fiat l. Itē b. in d. & fiat m.
Eruntq; per diffin. l m. cubi quantitatem a b. per quos cu-
bos quærimus nunc productū ipsarū a b. f. ipsum e. Multipli-
co igitur l. cubū in m. cubū, & prueniat n. Aio nūc, qđ em nu-
mer⁹ est cub⁹ ipsi⁹ e. hoc est, qđ ipsum e. productū quæsitū est
radix cubica ipsi⁹ n. Qđ sic ostendā. Cū ex a. in b. fiat e. & ex a.
in c. fiat l. erit per primam sexti, sicut b. ad c. sic e. ad l. Item
cum ex d. in b. fiat m. & ex d. in c. fiat f. erit similiter, sicut b.
ad c. sic iam & m. ad f. Quare fiet sicut m. ad f. sic e. ad l.
Et ideo, per decimā quartam sexti, numerus n. qui fit ex l.
in m. æqualis ei, quod fit ex e. in f. hoc est, cubo ipsius e. qui
videlicet fit ex e. in suum quadratum f. Per diffin. igitur e.
est radix cubicum ipsius n. Quod fuit demonstrandum. Hac
via multiplicandæ sunt quantitates cubo tantūm cogni-
tæ. Quando autem vna quantitātū multiplicandæ cog-
nita per se proponitur, alterius aut vel quadratum, vel cubus,
vel

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cc} & 1 \\ a & b \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{cc} 2 & 3 \\ c & c \quad d \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{ccc} 4 & 6 & 9 \\ g & f & h \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{ccc} 16 & 36 & 81 \\ & k & \end{array} \\
 \hline
 1296
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cc} & 1 \\ a & b \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{cc} 2 & 3 \\ c & c \quad d \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{ccc} 4 & 6 & 9 \\ l & f & m \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{ccc} 8 & 36 & 77 \\ & n & \end{array} \\
 \hline
 216
 \end{array}$$

vel secundum quadratum tantum cognitum offertur, tunc capiendum est similiter quadratum, vel cubus, vel secundum quadratum quantitatis per se cognitæ, & deinde quadratum in quadratum, siue cubus, in cubum, siue secundum quadratum in secundum quadratum multiplicandum est. & sic deinceps pro tertijs, aut quotiescunq; quadratis. Sic & demonstratio dudum memorata procedet, & propositum absoluetur.

COROLLARIUM.

Vnde manifestum est, quod ex ductu quadratorum, siue cuborum, siue secundorum quadratorum, aut sequentium, semper producit quadratum, siue cubus, siue quadratus secundus producti ex multiplicatione radicum, quarum quadrata, seu cubi, seu secunda, vel sequentia quadrata. Quæ omnia, sicut iam demonstrata sunt, ita per Arithmeticam praxim, tam in quantitab; rationalibus, quam potentia, siue cubo, tantum rationalibus, siue medialibus, siue duorum pluriumve nominum, supputando comprobatur, quemadmodum in Arithmeticis questionibus per exempla tradidimus.

PROPOSITIO 12^a.

Duabus quantitab; propositis, quarum quadrata tantum vel cubi tantum, vel secunda quadrata tantum cognita supponuntur; alteram in alteram partiri. Quoniam, per definitionem, quando multiplicantur inuicem duæ quantitates, productum ad multiplicatam est, sicut multiplicans ad positam: Iam si multiplicans nunc sit diuidens, ac productum sit diuisum, erit multiplicata, quotiens. Quandoquidem, per diffin. diuisa quantitas ad quotientem est, sicut diuidens ad positum. Itaque diuiso producto in multiplicantem, semper ex diuisione prouenit multiplicans. Quod cum ita sit, absoluemus problema, per descriptionem penitus, ac suppositionem præcedentis propositionis. Sint igitur, sicut in præmissa, propositæ quantitates a b. quarum quadrata c d. productum autem e. & ipsarum c d. productum f. Ostensum est ergo, quod f. est quadratum ipsius e. quod scilicet f. fit ex ductu c. in d. Igitur ex diuisione ipsius f. in ipsam c. proueniet ipsa d. quod est quadratum ipsius b. prouenientis ex diuisione ipsius e. in ipsam a. Sit igitur, exempli gratia, diuidenda quantitas e. diuidens autem a. & offerantur harum quadrata tantum, scilicet f. quadratum diuidendæ e. atque c. quadratum diuidentis a. diuidam ipsam f. in ipsam c.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cc}
 \text{a} & \text{b} \\
 \hline
 2 & 3 \\
 \hline
 \text{c} & \text{c} & \text{d} \\
 \hline
 4 & 6 & 9 \\
 \hline
 \text{g} & \text{f} & \text{h} \\
 \hline
 16 & 36 & 81 \\
 \hline
 & \text{k} & \\
 \hline
 & & 1296
 \end{array}
 \end{array}$$

fam c. & proueniet b. d. quadratum, scilicet ipsius b. quotientis: quoniam scilicet ex diuisione producti in multiplicantem, prouenit multiplicata. Item quoniam ex multiplicatione ipsarum g. h. quæ sunt secunda quadrata ipsarum a. b. producitur k. secundum quadratum ipsius e. producti ex ipsis a. b. iam similiter si pro diuidenda quantitate c. offeratur secundum eius quadratum f. & pro diuidente a. proponatur secundum eius quadratum g. tunc diuidam ipsam k. in ipsam g. & prouenit h. secundum quadratum ipsius b. quotientis. Nam ex diuisione producti in multiplicantem, proficit multiplicata. Denique, quoniam ex multiplicatione cuborum l. m. qui scilicet sunt cubi ipsarum a. b. producitur n. cubus ipsius e. producti primarij: non aliter, si pro quantitate e. partienda detur eius cubus n. & pro diuisione a. ponatur eius cubus l. tunc partiar cubum ipsum n. in ipsum l. & proueniet m. cubus ipsius b. quotientis. Namque productum in multiplicantem diuisum, exhibet multiplicatam. Nec secus faciendum pro tertijs, ac sequentibus quadratis, quousque processerit curiositas. Quod si diuisor, aut diuidendus numerus ita offerantur, ut alter per se notus sit, alterius verò tantum potentia vel cubus vel secundum quadratum cognitum proponatur: tunc par dignitas capienda est numeri per se cogniti, ut scilicet, vel quadratum in quadratum, vel cubum in cubum, vel secundum quadratum, in secundum quadratum, vel dignitatem quamuis in parem dignitatem partiari: sicut in multiplicatione factum est. Sic enim & demonstratio dudum explicata locum habet, & questio finem.

COROLLARIUM.

Ex quibus manifestum est, quòd ex diuisione quadrati, in quadratum, siue cubi in cubum, siue secundi quadrati in secundum quadratum, semper prouenit quadratus, seu cubus, seu secundus quadratus illius quotientis, quod ex diuisione radice in radicem, quarum sunt quadrata, vel cubi, vel secunda quadrata, proueniebat. Quod corollarium sequitur similiter ex præcedentis corollario, sicut propositio ex propositione nascebatur, per ipsas multiplicationis & diuisionis definitiones.

PROPOSITIO 13.

Tropositarum daturum quantitatum per potentias cognitæ, aut per cubos tantum datos, congeriem, aut excessum vestigare. Sunt autem quantitates a. b. quarum quadrata c. d. cognita sint. Volo earum congeriem pronuntiare. Per undecimam huius, multiplico a in b. per nota ipsarum quadrata c. d. & proueniat e. Huius

Cc duplum

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cc} a & b \\ \hline 2 & 3 \end{array} \\
 \begin{array}{ccc} c & e & d \\ \hline 4 & 6 & 9 \\ \hline l & f & m \\ \hline 8 & 36 & 27 \\ \hline n & & \\ \hline & & 216 \end{array}
 \end{array}$$

Exempla.

1—1—1	Unitas
2—3—6	Rad.
4—9—36	□
8—27—216	☐
16—81—1296	□

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cc} a & b \\ \hline c & d \end{array} \\
 \begin{array}{ccc} 3 & e & 12 \\ \hline & 6 & \\ \hline & f & \\ \hline & & 12 \end{array}
 \end{array}$$

duplum sit f. Sumo igitur aggregatum ipsarum c d f. dico enim quod tale aggregatum est quadratum congeriei quæ sitæ. Nam per 4^a secundi Elementorum, aggregatum ex duobus quadratis, duploq; producti radicū, quarum sunt quadrata, conficiunt quadratum congeriei radicū. Item sunt duæ quantitates a b. quarum maior b. & earum quadrata sint c d. Volo subtrahere ipsam a. ab ipsa b. Per 11^a huius, multiplico a. in b. per earū potentias c d. & proueniat e. Huius duplum sit f. quod subtraho ad aggregato ipsarum c d. & residuum sit g. Dico igitur, quod g. est quadratum eius quantitatē, quæ relinquitur post subtractionem ipsius a. ab ipsa b. Nam per 7^a secundi Elementorum, quadratum quantitatē, à qua fit subtractio, vnā cum quadrato subtractæ, sumptum æquale est quadrato residui vnā cum duplo eius, quod fit à tota in subtractionem. Quam ob rem, si tale duplum subtrahatur ab aggregato quadratorum totius & subtractæ, superest quadratum residui. Vbi notandum est, quod quando duæ quantitates propositæ sunt inuicem commensurabiles, tunc, quoniam ipsæ sunt eiusdem speciei: & earum tam congeries, quàm concessus est & eiusdem speciei quantitas. Exempli gratia: siue propositæ quantitates sint potentia tantum rationales inuicem commensurabiles: tunc earum tam congeries, quàm differentia erit quantitas vnus nominis potentia tantum rationalis. Si autem propositæ quantitates singulæ sint vnus speciei binomia: & perinde commensurabiles: tunc earum tam congeries, quàm differentia erit eiusdem speciei binomium: Et similiter de reliquis irrationalium speciebus dicendum: Quæ omnia & in decimo Elementorum demonstrantur, & calculo practico comprobantur. Sed regulæ in hac propositione assignatæ quantitatibus potentia rationalibus tantum vñ veniunt: non & ijs, quarum cubi tantum, aut quarum secunda quadrata tantum cognita offeruntur. Sed pro vniuersis quantitatibus, tam potentia tantum, quàm cubo tantum, quàmque secundo quadrato vel quotacunque potentia tantum cognitæ, dabimus hñc vnicam & autem regulam, quam hñc simul trademus & demonstrabimus. Sit a. magnitudo posita, quæ denominatur ab vñtate. b. c. duæ magnitudines datæ. Sit d. quadratum ipsius b. & e. quadratum ipsius c. Itē f. cubus ex b. & g. cubus ex c. Et tunc si secetur c. in b. & proueniat h. Item e. in d. & proueniat k. Item g. in f. & proueniat l. erūt iam sicut a b d. & sicut ipso a c e g. ita & ipse a h k l. per definitionem quadratorum, & cuborum, & per definitionem diuisionis continuè proportionales. Quare per definitionem h. radix k. quadratum

Aurea regula.

LIBRI PRIMIPARS II. 0099

quadratum & l. cubus talis radix erunt. Quibus cōsideratis, si ve-
lim aggregare quantitates b c. per earum quadrata d e. vel per ea-
rum cubos f g, ponam m. æqualem aggregatum ipsarum a h. & fa-
ciam n. quadratū ipsius m. & eiusdem m. cubum o. Mox ducam
d. in n. & proueniat p. Item ducā f. in o. & proueniat q. Atq; tūc,
quod p. erit quadratum totius b c. quodq; q. erit cubus eiusdem
b c. totius. Et sic habeo tā per quadratos, q̄ per cubos aggregatū
ipsarū b c. Hoc est, habeo tā quadratū, q̄ cubū talis aggregati, qn̄
aliter in notitiā non venit. Atq; ita deinceps fiet per secunda &
quotacūq; quadrata: Quod sic ostēditur. Cū per diffi. diuisionis.
sit sicut e ad b. sic h. ad a. erit coniunctum totum c b. ad ipsum b.
sicut totū h a. ad ipsum a. hoc est, c b. ad ipsum b. sicut m. ad a.
Quare per 1. s. sexti Euclid. qd̄ sit ex a. in b. hoc est, ipsum aggre-
gatū b c. æquale erit ei, quod sit ex b. in m. itaq; cū ex b. in m. hoc
est, ex radice in radicem producatur totū b c. iā, per corollarīū vi
decimæ huius, ex d. in n. hoc est, ex quadrato in quadratū produce-
tur quadratū totius b c. qd̄ fuit p. & ex f. in o. hoc est, ex cubo in cu-
bum, producatur cubus totius b c. qui fuit q. quod erat demon-
strandum. Et similiter per eadē omnino, id ipsum ostēdetur de se-
cundis quadratis, ceterisq; dignitatibus magnitudinum. Quod
si velim subtrahere quantitatem b. de tota b c. per quadrata ea-
rum d. & p. tunc diuidā quadratū ipsius b c. scilicet ipsam p. per d.
quadratū ipsius b. scilicet per ipsam d. Et proueniet ex iā demon-
stratis, ipsa n. cuius radix quadrata est m. A qua subtrahō a. vnita-
tem & supererit h. cuius quadratū, scilicet ipsam k. duco in d. qua-
dratū, scilicet ipsius b. subtrahendæ: & proueniet e. quod ex qua-
dratū ipsius c. quæ superest post subtractionē ipsius b. à tota b c. sic
per quadrata subtrahæ & eius, à qua sit subtractio, habeo quadra-
tum reliq̄. Eadem quoq; subtractio fiet per cubos quantitatū
scilicet per f. & q. sic. Diuidā cubū ipsius b c. scilicet q. in cubum
ipsius b. scilicet f. & proueniet ex demonstratis ipsa o. cuius radix
cubica est m. De qua minuo a. vnitatē, & relinquetur h. cuius cu-
bum l. duco in f. cubū ipsius b. subtrahendæ: & proueniet g. cubus
ipsius c. reliq̄. post dictam ac propositam subtractionem. Et per
eandem id ipsum in secundis quadratis ceterisq; deinceps eue-
niet. Quæ quidem regula, quoniam communis est vniuersis in in-
finitum quantitatū dignitatibus, à nemine hæcenus animadu-
sa, & demonstrata, merita aurea fuit appellanda.

$$\begin{array}{r} a \\ b \quad c \quad m \\ 2 \quad 3 \quad 1 \quad 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} d \quad e \quad k \quad n \\ 4 \quad 9 \quad 2 \quad 16 \\ f \quad g \quad l \quad o \\ 8 \quad 27 \quad 3 \quad 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} P \\ Q \quad 25 \\ 125 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a \\ b \quad c \quad h \quad m \\ 2 \quad 3 \quad 1 \quad 2 \\ d \quad e \quad k \quad n \\ 4 \quad 9 \quad 2 \quad 16 \\ f \quad g \quad l \quad o \\ 8 \quad 27 \quad 3 \quad 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} P \\ 64 \\ Q \\ 512 \end{array}$$

Cc 2 PRO

PROPOSITIO 14^a.

Duas propositas quantitates potentia tantum, vel cubo tantum, vel secundo quadrato tantum rationales, inuicem commensurabiles inuicem coniungere: vel alteram ab altera subtrahere. Quoniam duae quantitates commensurabiles inuicem supponuntur, erant sicut numerus ad numerum: sint ergo sicut numerus a. ad numerum b. quarum maior b. & horum numerorum aggregatum sit c. differentia vero d. Itē ipsorum a b. quadrati sint e f. cubi g h. quadrati secundi k l. Quantitates autem propositae, si potentia tantum sint rationales, sint earum potentiae seu quadrata m n. Si autem cubo tantum rationales, earum cubi sint p q. si tandem quadrato secundo rationales, earum quadrata secunda sint r s. Ipsae autem quantitates sint t x. & quoniam t x. sunt ad inuicem sicut numeri a b. ad inuicem, necesse est, ut & m n. ipsi e f. & ipsi p q. ipsi g h. nec non ipsi r s. ipsi k l. sint proportionales. Quoniam, scilicet quantitarum proportionalium, tam quadrata ad inuicem, quam cubi ad inuicem, & quam secunda quadrata ad inuicem & deinde pares dignitates, semper proportionales sunt, propterea videlicet, quod quadrata duplicant, cubi triplicant, quadrata secunda quadruplicant, & sic deinceps proportionem radicum. Hinc sequitur, quoniam per coniunctam, & euerfam proportionem, sicut est c. numerus ad d. numerum, aggregatum scilicet a b. ad eorum differentiam, sic est aggregatum quantitarum t x. ad earum differentiam: Idcirco & talium aggregatorum quadrata, talium differentiarum quadratis, & cubi cubis, & secunda quadrata secundis quadratis proportionalia erunt & deinceps sequentia. Vnde sicut est m. numerus ad e. numerum: siue sicut n. numerus ad f. numerum, hoc est, sicut quadrata singularum quantitarum t x. ad quadratos singulos numerorum a b. sic erit quadratum aggregati quantitarum t x. ad quadratum ipsius c. nec non sic erit quadratum differentiae quantitarum t x. ad quadratum ipsius d. idemque de cubis, & de secundis quadratis dicendum. Quoniam igitur quantitates t x. notae sunt per quadrata m n. tantum tunc sicut est m. ad e. sic sit y. numerus ad quadratum ipsius c. Item sic sit z. numerus ad quadratum ipsius d. Nam ex iam demonstratis y. numerus erit quadratum aggregati ipsarum t x. & z. numerus erit quadratum differentiae ipsarum t x. Sic notescit per quadrata tam congeries, quam excessus propositarum quantitarum. Quoniam autem quantitates t x. cubo tantum sunt rationales: tunc similiter quæretur earum tam congeries, quam excessus per cubos; Si demum quadrato secundo tantum rationales; tunc talis congeries & excessus per secunda quadrata notificabitur.

COROL-

LIBRI PRIMI, PARS II. 101
COROLLARIUM.

Ex quibus manifestum est, huiusmodi duarum quantitatum tam aggregatum, quàm differentia, semper est quantitas vnius nominis & virique ipsarum commensurabilis.

PROPOSITIO 15^a.

Duarum quantitatum plurium nominum, aggregatum, aut differentiam vestigare. Quando nomina quantitatum sunt ad inuicem incommensurabilia: tunc congregatio haud aliter fieri potest, quàm aggregatis membris per aduerbium Plus: nec etiam dīa aliter proferri, quàm per aduerbiū Minus: sicut ostendit Euclides in decimo, tam de binomijs, quàm de residuis. Vbi verò fuerint duo nomina inuicem commensurabilia: tunc ea, per præcedentem, coniuncta constant vnam quantitatem, & ideo redigenda sunt ad vnū nomen in additione. Quod si minor à maiori subtrahatur, superest quantitas vnius nominis, in subtractione. Semper igitur duo nomina, quæ in additione, vel subtractione ad vnum redigi possunt, redigenda sunt, vt quàm paucissimis nominibus siue aggregatum, siue differentiam proferamus. Et in additione hoc semper attendendū, quòd nomina per Plus geminata, Plus faciunt: Per Minus verò notata, Minus. tantum, inquam, Plus, seu tantum Minus, quantū coniuncta constant. Quòd si nominum alterū per plus, alterū per min⁹ notetur, tunc eorū excessus adiiciendus, aut subtrahendus erit summæ: adiiciendus quidē, qñ nomen per plus notatū, maius est; subtrahendus verò, cum maius est reliquum nomen. Vnde si nomina contrarijs titulis insignita, fuerint æqualia, tunc nihil constant: nam quod inde adiicitur, hinc subtrahitur, & ita summa intacta permittetur. In subtractione verò, si nominum vtrunque per plus notetur, supererit differentia nominū per plus qdē notanda, cum illud nomen à quo fit subtractio mai⁹ est: per Minus vero inscribenda, cum subtrahendū nomen maius est. Quando autē nomina æqualia, nil restat. Quòd si ambo nomina per minus notata sint, similiter supererit excessus nominum; verū per Plus notandus, cum maius nomen erat subtrahendum: per minus autē inscribendus, quando reliquum nomen maius fuerit. Nam æqualitas eorum rursus nihil relinquit. Demum, si nominum alterum per Plus, alterum per Minus inscribatur: tūc eorum aggregatum pro relicto subtractionis subscribendū est cum aduerbio Plus, vel Minus, cum quo scilicet notabatur nomē, à quo fit subtractio. Quæ præcepta ita sunt in trivialis scholis trita, & per conceptum animi cognita, vt demonstratione non egeant. Igitur ad reliqua transeundum.

Cc 3 PRO-

PROPOSITIO 16^a.

Quantitatem vnius nominis in quantitatem duorum aut plurium nominum multiplicare. Quantitas vnius nominis sit a. binominis autem quantitas b c. sub duobus nominibus b. & c. prolata. Oportet multiplicare a. in b c. Multiplico per vndecimam huius, quantitatem a. in nomen b. & fiat d. Item multiplico, per eandem, a. in nomen c. & fiat e. Dico igitur, quod quantitas conflata ex nominibus d e. est productum quod fit ex multiplicatione ipsius a. in ipsam b c. Nam, per secundi Elementorum primam, quæ fuit ex ductu vnius quantitatis in parte propositæ quantitatis pariter accepta conficiunt illud, quod fit ex dicta quantitate in totam propositam. Itaque d e. productum est ex multiplicatione ipsius a. in ipsam b c. factum: quod querebatur.

$$\begin{array}{r} a \\ \hline b \quad c \\ d \quad e \end{array}$$

P R A E A M B V L V M.

Verum in multiplicationibus binomiorum ac residuorum, hoc est prænотandum, quod si nomina multiplicanda inscribantur per Plus aut per Minus utraque, tunc productum ex eorum multiplicatione factum inscribendum erit per plus: si vero alterum nominum per Plus, alterum per Minus notetur, productum per minus notandum erit. Quod ita esse, breui demonstratione arguemus. Sinto dua residua, vnum, a b. b c. Alterum d e. e f. cum enim residua ipsa sint quantitates a c. d f. quæ restant per abscissionem minorum nominum à maioribus, illud sic pronuntiat a b. minus b c. hoc est, quod superest, subtracta quantitate b c. à quantitate a b. aliter enim exprimi non potest, cum sit quantitas irrationalis, per abscissionem quantitatis à quantitate sibi incommensurabili factam relicta: & similiter alterum sic profertur d e. minus d f. hoc est, quod relinquitur, dempta quantitate e f. à quantitate d e. illud inquam, residuum est quantitas a c. sicut dictum est, relicta. Hoc autem residuum quantitas d f. per similem abscissionem remanens. Quæ cum aliter, quam per nominum, ex quorum abscissione generantur, hoc est, quorum excessus sunt, proferri nequeant: iam si alterum in alterum multiplicandum erit; talis multiplicatio non nisi per nominum multiplicationem fieri poterit. Si igitur residuum a b. b c. multiplicandum est in residuum d e. e f. non aliter multiplicatio fieri potest, quam multiplicando hæc nomina singula in illa singula: vnde fiet quadruplex multiplicatio, prima scilicet a b. in d e. Se-

$$\begin{array}{r} a \quad c \quad b \\ \hline d \quad f \quad e \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a b \left\{ \begin{array}{l} a c. d f. + \\ a c. e f. plus + \\ b c. d f. plus + \\ b c. e f. plus = \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a b \left\{ \begin{array}{l} a c. e f. Minus + \\ b c. e f. Minus = \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} d e \left\{ \begin{array}{l} b c. d e. Minus + \\ b c. e f. Minus = \end{array} \right. \end{array}$$

de. Secunda a b. in e f. Tertia d e. in b c. Quarta b c. in e f. Harum prima, per primam secundi Elementorum Euclidis, continet quatuor multiplicationes se ipsam integrantes, scilicet a c. e f. in d f. a c. in e f. b c. in d f. b c. in e f. Secunda continet duas multiplicationes se ipsam perficientes, scilicet a c. in e f. & b c. in e f. Tertia item duas, ex quibus componitur, scilicet b c. in d f. b c. in e f. Quoniam, scilicet producta partium integrant productum integrorum. Quarta verò unica est, scilicet b c. in e f. quoniam fit ex nominibus indivisis: & cum prædictis octo posita facit novem multiplicationes. Productum autem quæsitum est, quod fit ex multiplicatione a c. in d f. Quod haberi non potest, nisi prædictis dictis quatuor multiplicationibus, quæ continent novem ductus. Ex quibus consuevendum sit solum illud quod fit ex a c. in d f. necesse est cætera octo producta esse abijcienda: quod fieri non potest nisi dimidium eorum notetur per plus, ac reliquum dimidium per minus; atque ita alterum altero repensante, summa quæsitæ, quæ fit ex a c. in d f. serventur intacta. Sed ex dictis cæteris octo productis, tria prima multiplicationis, scilicet quæ sunt ex a c. in e f. ex b c. in d f. & ex b c. in e f. inscribi debent per adverbium Plus, quoniam sunt membra primæ multiplicationis, quæ fit ex nominibus a b. d e. per idem adverbium notatis. Duo autem producta secundæ multiplicationis, ex a c. in e f. & b c. in e f. notanda per adverbium Minus: quoniam sunt membra secundæ multiplicationis, quæ fit ex nominibus a b. e f. quorum alterum per adverbium Minus inscribitur. Duo quoque producta tertiæ multiplicationis, ex b c. in d f. & ex b c. in e f. similiter per adverbium Minus notata intelliguntur, quoniam tertiæ multiplicatio quorum membra sunt constat ex nominibus, d e. b c. quorum alterum per minus notatur. Octavum igitur productum, quod fit ex b c. in e f. nominibus inscriptis per minus; necesse est, ut inscribatur per Plus: atque ita fiant quatuor producta inscripta per Plus, & totidem producta paria inscripta per Minus: & perinde tantum his minuendis, quantum illa superaddunt, Summa quæsitæ, quæ fit ex a c. in d f. intacta permaneat. Constat igitur, quod ex ductu nominum per adverbium Minus, notatorum produciatur quantitas per adverbium plus, notanda. Sed illud exemplum satis esse debet, quod plus in plus multiplicatum, siue minus in minus, omnino producit plus: quemadmodum affirmatio affirmationis affirmat, & negatio negationis affirmat similiter. Item sicut affirmatio negationis, siue negatio affirmationis negat: Ita

Cc 4 siue

siue Plus in Minus, siue Minus in Plus multiplicatum producit Minus. Potes exemplificare regulam & comprobare demonstrationem per numeros rationales, vt sic singula nouem multiplicationes distinctæ appareant: & facilius omnia intelligantur.

PROPOSITIO 17^a.

Duas propositas quantitates, singulas duorum, aut plurium nominum, inuicem multiplicare. Proponatur binomium $a b$. ex duobus nominibus a . & b . multiplicandum in binomium $c d$. ex duobus nominibus c . & d . compositum: siue illa sint residua singula binis nominibus expressa, siue alterum Binomium, & alterum residuum. Multiplicetur, per vndecimam, & per præcedentem, singula vnus quantitatibus nomina in singula alterius nomina, hoc est, c . in a . & fiat e . Item c . in b . & fiat f . Item d . in a . & fiat g . Item d . in b . & fiat h . seruatis tamen regulis circa inscriptiones aduerbiorum, Plus, aut Minus, in præcedenti propositione traditis. Nam quantitas compacta ex quatuor nominibus $e f g h$. seruatis aduerbiorum terminis, erit, per primam secundi Elementorum, productum ex multiplicatione totius $a b$. in totam $c d$. quantitatem, proueniens. Illud quoque notando: si nomina huiusmodi possunt ad minorem multitudinem redigi, redigantur, per 14^a huius: quod fieri potest inter quælibet bina inuicem commensurabilia: Nam per corollarium dictæ 14^a talium binorum nominum tam aggregatum, quam differentia facit quantitatem vnus nominis. Non aliter trinomia, aut quadrinomia multiplicabuntur, singula vnus quantitatibus nomina in singula alterius, per vndecimam huius, multiplicando: & deinde bina quæ ad vnum nomen redigi possunt, redigendo. Quæ omnia poteris practico exemplo experiri. Quod nos in quæstionibus Arithmeticis abundè fecim⁹.

$$\begin{array}{r} a \quad b \\ \hline c \quad d \\ \hline e \quad f \quad g \quad h \end{array}$$

PROPOSITIO 18^a.

Propositam quantitatem duorum aut plurium nominum, in datam vnus nominis quantitatem parti. Est Binomium quoddam siue Residuum $a b$. ex nominibus duobus a . & b . constitutum: quod diuidendum sit per quantitatem c . Diuidatur per duodecimam huius, nomen a . in quantitatem c . & proueniat d . Item diuidatur nomen b . in eadem c . & proueniat e . Item ex multiplicatione ipsius c . in d . fiat a . & ex multiplicatione ipsius c . in e . confurget, b . Nam diuisor in quotiẽtem multiplicatus producit diuisum. Igitur, per primam

$$\begin{array}{r} c \\ \hline a \quad b \\ \hline d \quad e \end{array}$$

primam secundi Elementorum, ex ductu c. in totam d e. fit tota a b. Et quoniam productum diuisum in multiplican-tem, exbet multiplicatam: idcirco tota a b. quod est productum, diuisa in ipsam a. multiplican-tem, exhibebit ipsam d e. multiplicatam. Itaque d e. est quantitas quotiens ex diuisione proposita proueniens. Similiter faciendum est, si diuidenda quantitas sit trinomium, aut plurium nominum. Sed memento, sicut in antepremissa per multiplicatione fecimus, ita & indiuisione animaduertere nomini-um inscriptiones: Nam nomen inscriptum per aduerbium Plus, si diuidatur per nomen similiter inscriptum: quotiens diuisionis similiter inscribetur. Si autem diuidatur per nomen aduerbio Minus inscriptum, quotiens diuisionis, per Minus inscribetur. Quoniam scilicet, tam Plus multiplicatum in Plus, quam Minus multiplicatum in Minus, producit Plus, ut in ante premissa ostendimus. Nomen autem inscriptum per aduerbium, Minus, si diuidatur per nomen similiter notatum, quotiens diuisionis per Plus inscribetur. (quod non usu venit, quia diuisor vnus nominis semper per plus notatur.) Si autem diuidatur per nomen notatum per Plus, quotiens inscribetur per Minus. Quoniam scilicet in multiplicationibus tam Plus in minus, quam Minus in Plus multiplicatum, producit Minus. Sicut enim diuisionis demonstratio fit per multiplicationis demonstrationem: ita & diuisionis regulæ & cautiones ex præceptis multiplicationis deriuantur. Quæ sunt etiam triualibus Magistris notissimæ, & in questionibus nostris Arithmetice affatim per exempla traditæ.

PROPOSITIO 19^a

Propositam duorum aut plurium nominum quantitatem, in datam duorum nominum quantitatem diuider. Est quantitas a. duorum, aut plurium nominum: hanc partiri iubemur per binomium b c. cuius nomina sunt b c. Capiatur d e. Residuum eorundem nominum, ex quibus cõponitur b c. hoc est, ut d. nomen, ipsi b. nomini: & e. nomen ipsi c. nomini æquale sit. Si autem b c. diuisor fuerit Residuum duorum nominum: tunc capiatur d e. binomium eorundem nominum: Deinde, per 17^a præcedentē, multiplicetur quantitas b c. in quantitatem d e. & proueniat quantitas f quæ erit quantitas vnus nominis, per 113^a vel per 117^a decimi Eucl. Nā binomium in suum residuum multiplicatū producit quantitatē rationālē. Itē per 17^a præmissam multiplicetur a. in d e. & proueniat g h. Eruntq; per primā sexti Euclid. sicut b c. ad ipsam a. sic quantitas f. ad ipsam g h. Diuidatur itaque, per præcedentē, quantitas g h. in ipsam f. & proueniat k l. Dico itaque, quod k l. est

$$\begin{array}{r} c \\ a \quad b \\ \hline d \quad e \end{array}$$

$$\begin{array}{r} b \quad c \quad a \\ \hline d \quad e \\ f \quad g \quad h \\ \hline k \quad l \end{array}$$

k l. est quantitas, quæ provenit ex diuisione ipsius a. in ipsam b c. Nam cum g h. diuidatur in f. & proveniat k l. iam, per diffin. diuisionis, erit, sicut g k. ad ipsam k l. diuisa scilicet ad quotientem, sic f. diuidens ad positam. Et permutatim sicut g h. ad ipsam f. sic & k l. ad positam. Verum fuit g h. ad ipsam f. conuersim sicut a. ad ipsam b c. Ergo & a. ad ipsam b c. sicut k l. ad positam. Et permutatim a. diuisa ad ipsam k l. sicut b c. diuidens ad positam. Quare, per diffin. diuisionis, k l. quantitas est, quæ provenit ex diuisione ipsius a. in ipsam b c. quæ vestiganda proponebatur. Quod si diuisor esset trium nominum: opereretur geminari multiplicationem, ut productum tandem proueniat vnus nominis: & diuidendam per eundem multiplicatorem multiplicari: & deinde productum per productum diuidendum.

PROPOSITIO 20^a.

Si quantitas qualibet in duo segmenta diuidatur; id quod fit ex utrolibet assumpto segmento in quadratum totius, æquum erit his duobus scilicet, quæ fiunt ex utraque sectionum in quadratum reliqua, & ei quod fit ex quadrato assumpti segmenti in totam. Sit quantitas qualibet, utrinque in duo diuisa, scilicet in a. & b. Dico, quod id, quod fit ex a. in quadratum a b. æquum erit his, scilicet ei, quod fit ex a. in quadratum b. & ei, quod fit ex b. in quadratum a. eique, quod fit ex quadrato a. in totam a b. Quod sic ostendam. Per quartam secundi Euclidis, quadratum a b. est æquale his, scilicet quadrato b. & ei quod fit ex a. in b. eique quod fit ex a. in a b. Ergo propter æquam utrobique multiplicationem, quod fit ex a. in quadratum a b. æquale erit his, scilicet ei, quod fit ex a. in quadratum b. cum eo, quod fit ex a. in productum ex a. in b. atque cum eo, quod fit ex a. in productum ex a. in totam a b. Sed id, quod fit ex a. in productum ex a. in b. æquum est ei, quod fit ex quadrato a. in b. Illud autem, quod fit ex a. in productum ex a. in totam a b. æquum est ei, quod fit ex quadrato a. in totam a b. Sunt enim eadem solida, quandoquidem sub tribus iisdem lateribus. Igitur & id, quod fit ex a. in quadratum a b. æquum erit his, scilicet ei, quod fit ex a. in quadratum b. & ei, quod fit ex quadrato a. in b. eique quod fit ex quadrato a. in totam a b. Quod fuit demonstrandum.

Quod est propositum

PROPOSITIO 21^a.

Si quantitas qualibet in duo segmenta secetur: Cubus, qui ex tota, æquum erit his, scilicet duobus cubis sectionum, & triplo eius, quod fit

fit ex quadrato utriusque in reliquam. Sit a b. quantitas, utrunq; in duo diuisa, scilicet in a. & in b. Dico, quòd cubus totius a b. æqualis erit his, scilicet cubo ipsius a. & cubo ipsius b. & triplo eius, quod fit ex quadrato a. in b. necnon & triplo eius, quod fit ex quadrato b. in a. Quod sic ostendam. Per quartam secundi Elementorum, quadratus totius a b. est æquum his, scilicet quadrato ipsius a. quadrato ipsius b. & duplo eius, quod fit ex a. in b. Ergo, propter æquam utrobique multiplicationem, cubus a b. æqualis erit his, scilicet ei, quod ex a b. in quadratum ipsius a. & ei quod ex a b. in quadratum ipsius b. & duplo eius, quod ex a b. in productum ex a. in b. Sed per primam secundi Elementorum, quod fit ex quadrato ipsius a. in a b. æquum est his, scilicet eis quod fit ex quadrato ipsius a. in a. scilicet cubo ipsius a. & ei quòd fit ex quadrato ipsius a. in b. Illud autem, quod fit ex quadrato ipsius b. in totam a b. æquum est his, scilicet ei, quod fit ex quadrato ipsius b. in b. scilicet cubo ipsius b. & ei, quod fit ex quadrato ipsius b. in a. Item per primam secundi Elementorum, quod fit ex producto ipsarum a b. in totā a b. æquū est his scilicet ei quod fit ex producto ipsarum a b. in a. & ei, quod fit ex eodem producto in b. Sed quod fit ex producto ipsarum a b. in a. æquū est ei, quod fit ex quadrato ipsius a. in b. Illud autem, quod fit ex producto ipsarum a b. in b. æquum est ei, quod fit ex quadrato ipsius b. in a. Ergo quod fit ex producto ipsarum a b. in totā a b. æquum erit his, scilicet ei, quod fit ex quadrato ipsius a. in b. & ei, quod fit ex quadrato ipsius b. in a. Quare & duplum eius, quod fit ex producto ipsarum a b. in totam a b. æquum erit his, scilicet duplo eius, quod fit ex quadrato ipsius a. in b. & duplo eius quod fit ex quadrato ipsius b. in a. Ergo commutatis equalibus, cubus totius a b. æqualis erit his, scilicet cubo ipsius a. cubo ipsius b. triplo eius, quod fit ex quadrato ipsius a. in b. & triplo eius, quod fit ex quadrato ipsius b. in a. Quod fuit demonstrādū.

PROPOSITIO 22^a.

Si quantitas quælibet in duo segmenta dissecatur, cubus totius æqualis erit his, scilicet duobus cubis segmentorum, & triplo solidi, sub tota & singulis segmentis contenti. Esto, ut prius, quantitas a b. utrunque secta in a. & b. segmenta: Dico, quòd cubus totius a b. æqualis est his, scilicet cubo ipsius a. Cubo ipsius b. & triplo solidi, cuius latera sunt tota a b. a. & b. Quod sic ostendam. Per præcedentem, cubus totius a b. æqualis est his, scilicet cubo ipsius a. cubo ipsius b. & triplo eius, quod ex quadrato ipsius a. in b.

$$\begin{array}{c} a \quad b \\ \hline \text{per } 4^{\text{a}} \text{ secundi} \\ \square \cdot ab = \square \cdot a \cdot \square \cdot b = \square \cdot a \cdot b \\ \text{Ergo} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Cubus } a \cdot b. \\ \text{æquus est} \\ \text{tribus solidis} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} a \cdot b \cdot a \cdot a. \\ a \cdot b \cdot b \cdot b. \\ \text{duploq;} \\ \text{Ipsi } a \cdot b \cdot a \cdot b \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} \text{sed per } p^{\text{a}} 2^{\text{i}} \\ \text{Cubus } a. \text{ \& solidum } a. a. b. \\ \text{æqualia sunt solido } a \cdot a \cdot a \cdot b. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Item} \\ \text{Cubus } b. \text{ \& solidum } b. b. a. \\ \text{æqualia sunt solido } b \cdot b \cdot a \cdot b. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Item} \\ \text{Solidum } a \cdot b \cdot a \cdot b. \text{ æquū est} \\ \text{solidis } a \cdot a \cdot b. \text{ atq; } b \cdot b \cdot a \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Et ideo} \\ \text{duplū illi, æquū duplo horū.} \\ \text{Igitur} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Cubo } a. \\ \text{Cubus } a \cdot b. \\ \text{æquatur} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Cubo } b. \\ \text{triplo solidi } a \cdot a \cdot b. \\ \text{Triplo solidi } b \cdot b \cdot a \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{c} a \quad b \\ \hline \text{per præmissam.} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Cubo } a. \\ \text{Cubus } a \cdot b. \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Cubo } b. \\ \text{triplo solidi } a \cdot a \cdot b. \\ \text{triplo solidi } b \cdot b \cdot a \end{array} \right.$$

sed per p^a 21
 7. a. cū a. b. q̄lia sunt
 simul sumpta a. b. a.

Igitur

Solidum a. a. b. cū solid. b. b. a.
 equalia sunt solido a. b. a. b.

Quare &

Tripla illorū q̄lia tripla hui⁹.

Ergo.

Cubo. a.

Cub⁹ a. b.

{ Cubo b
 tripla soli-
 di. a. b. a. b.

Quod est ppositum.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc}
 a & b & c & d \\
 16 & 24 & 36 & 54 \\
 \hline
 e & & f & \\
 256 & & 576 & \\
 \hline
 & g & & \\
 13824 & & & \\
 \hline
 & h & & \\
 13824 & & &
 \end{array}
 \end{array}$$

a. in b. ac triplo eius, quod ex quadrato ipsius b. in a. Sed per pri-
 mam secūdi Euclidis, quadratum ipsius a. cum eo quod ex a. in b.
 simul equalia sunt ei quod ex a. b. in a. Er per eandem quod fit
 ex quadrato ipsius a. in b. vñ cum eo. quod fit ex a. b. in b. equale
 est ei, quod ex producto totius a. b. & a. in b. hoc est, solido trium
 laterū a. b. a. b. Arque, quod ex producto totius a. b. in b. equale
 est ei, quod ex quadrato ipsius b. in a. hoc est, solido trium late-
 rum a. b. b. Igitur, quod ex quadrato ipsius a. in b. vñ cum eo,
 quod ex quadrato ipsius b. in a. equalia sunt ei, quod ex produ-
 cto ipsius a. b. & a. in b. hoc est solido trium laterum a. b. a. & b.
 Quare & triplum illius, aequale triplo huius. Ergo cubus totius
 a. b. equalis erit his, scilicet cubo ipsius a. cubo ipsius b. & triplo
 solidi, cuius latera sunt a. b. a. b. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO 23^a.

Si fuerint duo numeri in proportionem cuborum numerorum, qui fies
 ex uno eorum in quadratū reliqui, cubus erit. Sinto duo solidi nu-
 meri similes a. d. tales enim vt in octauo Elementorum ostensum
 est, habent adinuicem rationem, quam cubus numerus ad cu-
 bum numerum. Sitque ipsius a. quadratus numerus e. & ex e. in
 d. fiat g. Aio, quod g. cubus numerus est. Nam per decimam
 octauam octauū Elementorum, ipsis a. d. intersunt duo nu-
 meri medij proportionales, qui sint b. c. Sit itaque ipsius b. qua-
 dratus ipse f. & ex b. in f. fiat h. qui cubus erit ipsius b. Ostendam
 igitur, quod g. equalis est ipsi h. hoc modo. Ratio ipsius e. ad ip-
 sum f. per vndecimam octauū, est sicut ratio ipsius a. ad ipsum b.
 duplicata: quoniam scilicet e. f. sunt ipsorum a. b. quadrati. Sed
 ratio b. ad d. est rationis a. ad b. duplicata. Igitur, sicut b. ad d.
 sic e. ad f. Quare, per vicesimam septimi, qui fit ex d. in e. hoc est,
 ipse g. equalis est ei, qui fit ex b. in f. hoc est ipsi h. Cubus autem
 fuit h. ipsius b. ergo & g. cubus idem erit. Quod est ppositum.

PROPOSITIO 24^a.

Propositis duabus quantitibus cubo tantū cognitis, eas coniun-
 gere: & minorem à maiori subtrahere. Sinto propositae ma-
 gnitudines a. b. quarum quadrata a. b. & quarum cubi e. f. volo
 eas coniungere per cubos, hoc est, comperire cubum totius a. b.
 tanquā vnius magnitudinis. Duco a. in d. & proueniat g. Cui⁹ tri-
 plum sit h. Item duco b. in c. & proueniat k. cuius triplum sit l.
 Mox aggregatum ipsorū e. f. h. l. sit m. Qui, per 21^a precedentem,
 erit cub⁹ totius a. b. qui querebatur. Vnde radix cubica ipsius m.
 erit

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cc}
 \begin{array}{c} a \\ \text{r. cu. 3.} \\ c \\ \hline \text{r. cu. 9.} \\ e \\ \hline 3 \\ \hline g \\ \text{r. cu. 1728. hoc ē. 12.} \\ h \\ \hline 36 \\ \hline m \\ \hline 21. \end{array}
 &
 \begin{array}{c} b \\ \text{r. cu. 24.} \\ d \\ \hline \text{r. cu. 576.} \\ f \\ \hline 24 \\ \hline k \\ \text{r. cu. 216. f. 6.} \\ l \\ \hline 18 \\ \hline n \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

erit aggregatum propositarum magnitudinum a b. Et nota, quod si cubi, qui cogniti supponuntur, scilicet e f. fuerint in proportionem cuborum numerorum; tunc per corollarium 14^o huius, ipsae magnitudines a b. erunt ad inuicem commensurabiles. Vnde tunc tam g, quam k. erunt rationales quantitates: quoniam eorum cubi sunt cubi numeri, per praecedentem: quandoquidem producuntur ex quadratis numerorum e f. in proportionem cubica existentium, multiplicatis vicissim in ipsos numeros e f. Quamobrem cum g k. tunc sint rationales, eorum tripli scilicet h l. rationales erunt: cumque e f. per hypothesim sint rationales, quia cubi cogniti, erit aggregatum ex e f h l. hoc est, ipse m. cubus totius a b. numerus rationalis: quare tota quantitas a b. erit cubo cognita, & vnius nominis, sicut, corollarium 14^o concludit. Contra de tota magnitudine a b. cognita per cubum eius m. volo subtrahere magnitudinem a. cuius cubus e. idque per cubos, hoc est reperire cubum relicte, qui est f. Sit itaque n. qui fit ex a b. tota in a. Quod autem fit ex n. in b. sit o. cuius triplum sit r. eritque per antepremissam m. aequalis aggregato ipsorum e f. & r. Itaque ex n. in totam a b. fiat p. & ex m. in a fiat q. Vnde, per primam secundi Euclid. p. aequalis erit aggregato ipsarum o q. Aufero igitur ipsum q. ab ipso p. & supererit o. cuius triplum r. iungo cum e. & aggregatum minuo ab ipso m. & supererit f. cubus scilicet ipsius b. quaesitus, quae post ipsius a. à tota a b. subtractionem relinquitur. Hic rursus nota, quod si cubi, qui cogniti supponuntur, scilicet m. & e. fuerint ad inuicem sicut cubi numeri: tunc per corollarium quartadecimae huius, ipsae magnitudines a b. tota & a. erunt ad inuicem commensurabiles. Vnde tunc necesse est, cubos ipsarum p q. magnitudinum, esse cubos numeros, & perinde ipsas p q. esse rationales: unde sequitur, ut earum differentia scilicet o. sit rationalis, eiusque cubus, numerus cubus. Quod sic ostendi potest. Cum m. & e. sint ad inuicem, sicut cubi numeri: intererunt ipsis, per decimam octauam, octauo duobus medij proportionales, qui sint r f. Sit autem ipsius m. quadratus t. & ipsius e. quadratus x. fiatque ex m. in e. numerus n. qui fuit cubus magnitudinis n. Et ex m. in n. numerum fiat numerus p. qui fuit cubus magnitudinis p. Itemque ex n. in e. fiat numerus q. qui fuit cubus magnitudinis q. Dico igitur, quod p. numerus est cubus ipsius r. Atque quod q. numerus est cubus ipsius f. Nam, cum m e. numeri sint ad inuicem, sicut cubi numeri, & eorum quadrati sint t. & x. iam per praecedentem, tam numerus, qui ex e. in t. quam numerus qui ex m. in x. producitur, Cubus

numerus

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{f}$$

$$\frac{e}{f} = \frac{3}{24}$$

$$\frac{m}{81}$$

$$\frac{n}{r.cu.24}$$

$$\frac{o}{r.cu.532. \text{ hoc est } 18.}$$

$$\frac{r}{54}$$

$$\frac{p}{r.cu.1563. \text{ hoc est } 27.}$$

$$\frac{q}{r.cu.729. \text{ hoc est } 9.}$$

$$m.81. \left\{ \begin{array}{l} 3. e. \\ 24. f. \\ 54. r. \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{cccc} m & e & f & x \\ 81 & 27 & 9 & 3 \\ \hline 81 & 27 & 9 & 3 \\ 81 & 27 & 9 & 3 \\ \hline 19683 & 729 & 27 & 9 \end{array}$$

numerus erit: cum autem m. multiplicans se ipsum faciat t. & multiplicans ipsum n. faciat e. erit, per primum sexti Elementorum, sicut m. ad e. sic t. ad n. Quare per vigesimam septimi, qui sit ex m. in n. scilicet ipse p. æqualis erit ei, qui ex e. in t. qui cubus fuit. Igitur p. cubus, cuius radix, t. Similiter cum e. multiplicans se ipsum faciat x. & multiplicans ipsum m. faciat n. Erit sicut e. ad m. sic x. ad n. Quare, qui sit ex e. in n. scilicet ipse q. æqualis erit ei, qui ex m. in x. qui cubus fuit: Igitur q. cubus erit, cuius radix, t. Tam igitur p. quam q. cubus numerus est. Quod fuerat demonstrandum.

COROLLARIUM

Vnde manifestum est, quod si duo numeri seruantes rationem cuborum, singuli multiplicent suum productum, qui ex inde fient, cubi numeri erunt. Quod corollarium, cum precedenti propositione, quam decentissime locari poterat, in arithmetici Elementis: ut sicut ibi ostensum est, ex ducta similibus planorum generari quadratos, ita constet etiam, qua ratione, quoque ducta ex cubis numeris, cubi quoque numeri nascantur. Sed hæc ideo adducta sunt, ut regula additionis, & subtractionis radicum cubicarum peculiaris: & respondens regulæ undecimæ tertii huius de quadratis radicibus trad. te, melius noscideret. Quam quàm ulterius illa speculari, quæ ab Euclide neglecta sunt, nimis curiosum esset. Itaque ad reliqua transeamus.

PROPOSITIO 25^a.

Propositæ cuiuspiam quantitatis radicem quadratam extrahere.

Si numerus representans propositam quantitatem sit numerus quadratus, tunc radix eius numeri erit numerus representans radicem quantitatis propositæ, per secundum huius libelli. Si autem proposita quantitas continet partem, vel partes posite quantitatis, tunc sit eius numerator a. & denominator b. qui supponantur vel quadrati, vel in ratione quadratorum numerorum: si quadrati, sic capiantur: si in ratione quadratorum numerorum, redigantur ad minimos eiusdem rationis per trigesima nonam septimi: qui sint ipsi a b. etiamque per corollarium secundæ octauæ, a b. numeri quadrati. Sit ergo ipsius a. radix ipsa c. numerus: & ipsius b. radix ipse d. numerus. Atque igitur, quod quantitas c d. cuius numerator est c. & denominator d. erit radix quadrata propositæ quantitatis a b. Quod sic constat.

Quoniam

$$1 \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

Quoniam numerus c. est radix numeri a. & numerus d. radix numeri b. palam est, quod numerus c. in se ductus producit numerum a. & numerus d. in se ductus producit numerum b. Quare per regulam multiplicationis in octava huius traditam, ex quantitate c. d. in se ipsam multiplicata producit quantitas a b. & ideo per diffin. quantitas c. d. radix quadrata est ipsius a b. proposita quantitas: quod erat demonstrandum. Quando autem numeri reputantes propositam quantitatem non fuerint quadrati numeri. tunc talis quantitati radix quadrata non potest numero notari: est enim solum potentia hoc est quadrato rationalis, & per numerum propositum, tanquam quaesita radice quadratum solummodo praefertur. Exempli gratia: Radix 3. vel Radix 5. Poterimus tamen numero magis ac magis vicino ipsam radicem non quadrati numeri significare. Exempli gratia: sit quantitas proposita ipso a. numero non quadrato significata: cuius volo radicem quadratum prope verum inuenire. Capió numerum quadratum b. proxime maiorem ipso a. numero cuius radix sit c. quae iam erit prima radix propinqua quaesita, sed, ut propinquire inueniā, subtrahā a. ab ipso b. & residuum sit d. quod partior per duplū ipsius c. per nonā huius: & proveniat quantitas e. quā subtraho ab ipsa c. & superfit f. quod multiplicatum in se facit g. Dico itaq; , quod f. est radix ipsius a. ppior, quā c. & ipse g. quadratus vicinior ipsi a. quā quadratus ipse b. Quod sic patet. Cum c. secetur in e. & f. erit, per quartam secundi elementorum, b. ipsius c. quadratus aequalis his, scilicet quadrato qui ex e. quadrato qui ex f. scilicet g. & duplo eius, quod fit ex e. in f. Et idem quoque b. est aequale ipsi a. vnā cum d. Sed d. est duplum eius, quod fit ex c. hoc est, ex toto e. f. in e. igitur b. aequalis erit ipsi a. & duplo eius, quod fit ex e. f. in e. Sed duplum eius, quod fit ex e. f. in e. est aequale duobus quadratis ipsius e. & duplo eius, quod fit ex e. in f. per tertiam secundi Euclid. bis assumptam. Ergo b. aequalis erit ipsi a. & duobus quadratis ipsius e. & duplo eius, quod fit ex e. in f. fuerat autem & b. aequalis quadrato, quod ex e. & ipsi g. & duplo eius, quod ex e. in f. Igitur quadratum, quod ex e. & ipsum g. & duplum eius, quod ex e. in f. sunt aequalis his, scilicet ipsi a. & duobus quadratis ex e. & duplo eius, quod ex e. in f. Quare, demptis vtrinque quadrato e. & duplo eius, quod ex e. in f. relinquentur inde quidem ipsi g. hinc verò a. vnā cum quadrato ipsius e. inuicem aequalia. Itaque g. excedit ipsam a. in quadrato ipsius e. Et superatur

ab

a.	_____	8
b.	_____	9
c.	_____	3
d.	_____	1
e.	_____	$\frac{1}{2}$
f.	_____	$2\frac{5}{8}$
g.	_____	$8\frac{1}{8}$

a.	_____	8
b.	_____	9
c.	_____	3
d.	_____	1
e.	_____	$\frac{1}{2}$
f.	_____	$2\frac{5}{8}$
g.	_____	$8\frac{1}{8}$

ab ipso b. quandoquidem f. superatur a b. radix scilicet à radice. Atque ideo f. erit vicinior radici ipsius a. quàm fuerat c. adhuc tamen maior ea: quandoquidem g. maius ipso a. quadratum quadrato. Similiter autem sicut per ipsos b. & c. quadratum & radicem inuenimus f. radicem quæsitæ viciniorē quàm fuerat c. Ita rursus per g. & f. quadratum & radicem inueniemus radicem quæsitæ propinquirem quàm est f. Et similiter, iterum atque iterum viciniorē, semper tamen aliquanto maiorem, donec excessus redigatur ad fractionculam atomo æqualem, ac quātouis minorem in infinitum, nunquàm tamen ipsi æqualem: quoniam quæsitæ irrationalis est, & in terminos numerarios non cadit. quæ omnia exercitio practici exempli calculando facile experieris. Poteris & alia via propinquare radici ignotæ sic. sit a. c. — 10 b. — 100 d. — 800 perieris. Numerus non quadratus, cuius volo prope verum vestigare radicem: assumo ingentem numerum quadratum, vt puta cētenariū, qui sit b. cuius latus c. Multiplico a. in b. & produco d. Quo fit, vt si a. propositus sit exempli gratia 8. ipse d. proueniat 800. cui radix quidem maior quàm 28. minor, quàm 29. quæ sit e. Et quoniam quadrata sunt in dupla ratione radicum, cum d. numerus sit centuplus ad ipsum a. quadratum, scilicet ad quadratum: iam e. radix ipsius d. erit decupla ad radicem ipsius a. Hoc est, cum d. ad a. sit sicut b. centenarius ad vnitatem: erit e. ad f. sicut b. ad c. vel sicut c. ad vnitatem, hoc est, decuplus. Igitur f. erit decima pars ipsius c. hoc est, maius quàm $2\frac{8}{10}$ minus verò, quàm $2\frac{2}{10}$ & hæc est ipsius a. radix quæsitæ. Quod si per centenario assumpsis quadratum numerum maiorem, vt centies centum, per minutiores partes magis vero appropinquassēs. magisque si ad calculum millionem quadratum applicassēs. Itaq; deinceps in infinitum, licet verum numerario termino attingi nullatenus possit.

PROPOSITIO 26^a.

Proposita cuiuspiam quantitatis radicem cubicam extrahere.

Si numerus r. præsentans propositam quantitatem, sit numerus cubus, tunc radix cubica eius numeri erit numerus præsentans propositæ quantitatis radicem, per secundam huius libelli. Si autem proposita quantitas signetur per duos numeros: tunc sit eius numerator c. & denominator f. qui supponatur vel cubi numeri vel in ratione cuborum numerorum. Si cubi, sic capiantur: si autem in ratione cuborum, redigantur ad minimos eius rationis, per 39^a septimi, qui sint ipsi e. f. eruntque per corollariū secundæ octauæ

$$\frac{a. 7}{d. 3} = \frac{a. 4}{b. 3} = \frac{a. 2}{f. 27}$$

Octavi e f. numeri cubi: sit ergo ipsius e. cubica radix e. numerus, & ipsius f. cubica radix ipse d. numerus. Aio igitur, quod quantitas c d. cuius numerator c. denominator aut d. erit radix cubica propositæ quantitatis e f. Quod sic constat. Ducatur c. in se, & fiat a. Item d. in se & fiat b. Eritque per divisionem quantitas a b. quadratum ipsius c d. Cumque ex radicis ductu in suum quadratum proveniat cubus ipsius radicis: iam ex ductu quantitatis c d. in quantitatem a b. proveniet cubus ipsius c d. Sed ex tali ductu quantitatum proveniet quantitas e f. per regulam multiplicationis in octava huius traditam, quoniam scilicet ex ductu c a. numeratorum sit e. numerator, & ex ductu d b. denominatorum sit f. denominator: igitur e f. quantitas est cubus ipsius c d. quantitatis, & perinde c d. radix cubica ipsius e f. propositæ quantitatis quaesita. Quando autem numeri repræsentantes propositam quantitatem, non fuerint cubi numeri; tunc, sicut in prima propositione dictum est, talis quantitatis cubica radix non erit rationalis, & in numerarios terminos non cadit, nec nisi per cubum profertur, sit radix cubica 7. & 8. cubica 9. poterimus tamen per numeros magis ac magis ipsi propinquare, sicut in præcedenti pro radice quadrata vestiganda fecimus. Sit enim, exempli gratia, a. quantitas proposita non quidem cubo numero significata, cuius cubicam radicem vestigare iubeat, quam non nihi prope, propiusque tentim accedendo, conijcere possum: sicut in numero non quadrato de quadrata radice faciebam. Sit itaque ipso numero a. proxime superior. b. cubus: cuius radix cubica sit c. Deinde subtraham a. ab ipso b. & residuum sit d. Quod partior per triplum quadrati, quod ex c. & proveniat e. Hoc subtraham ab ipso c. & residuum sit f. cuius cubus esto g. Dico itaque, quod f. est propinquior radici cubæ ipsius a. quam erat b. Nam, per vigesimam primam huius, cum c. quantitas secetur in ipsas e. & f. erit cubus ipsius c. scilicet ipse b. æqualis his, scilicet cubo ipsius f. qui est g. & cubo ipsius e. & triplo eius quod ex quadrato ipsius e. in f. necnon triplo eius quod ex quadrato ipsius f. in e. Cumque idem b. sit æqualis ipsis a d. simul, atque d. sit æqualis triplo eius, quod fit ex quadrato ipsius c. in e. & ideo triplo eius, quod fit ex quadrato ipsius e f. in e. propterea b. æqualis erit his, scilicet ipsi a. & triplo eius, quod fit ex quadrato ipsius e f. in e. Sed, per vigesimam

D d huius,

$$1 \frac{2}{3} - \frac{4}{9} = \frac{8}{27}$$

$$a \text{ --- } 7$$

$$b \text{ --- } 8$$

$$c \text{ --- } 2$$

$$d \text{ --- } 1$$

$$e \text{ --- } \frac{1}{12}$$

$$f \text{ --- } \frac{1}{12}$$

$$g \text{ --- } 7\frac{7}{12}$$

a	—	7
b	—	8
c	—	2
d	—	1
e	—	$\frac{1}{12}$
f	—	$1\frac{1}{12}$
g	—	$7\frac{7}{12}$

huius, quod fit ex quadrato ipsius e. in e. æquale est his, scilicet ei, quod ex quadrato ipsius f. in e. & ei, quod ex quadrato ipsius e. in f. atq; ei, quod ex quadrato ipsius e. in totam e. f. Igitur triplum eius, quod ex quadrato ipsius e. in e. æquale erit his, scilicet triplo eius, quod ex quadrato ipsius f. in e. & triplo eius quod ex quadrato ipsius e. in f. atque triplo eius, quod ex quadrato ipsius e. in e. f. Quamobrem ipsa b. erit etiam æqualis his. f. ipsi a. & triplo eius, quod ex quadrato ipsius f. in e. & triplo eius, quod ex ipsius e. quadrato in f. atq; triplo eius, quod ex quadrato ipsius e. in e. f. Verum, per 21⁴ huius, idem b. cubus æqualis est his, scilicet ipsi g. qui cubus est ipsius f. & cubo ipsius e. & triplo eius, quod fit ex quadrato ipsius f. in f. triploque eius, quod ex quadrato ipsius f. in e. Quoniam scilicet e. & f. constituunt ipsam c. radicem ipsius b. Ergo hæc, scilicet ipsa a. triplum eius, quod ex quadrato ipsius f. in e. & triplum eius, quod ex quadrato ipsius e. in f. cū triplo eius, quod ex quadrato ipsius e. in e. f. simul erunt æqualia his simul, scilicet ipsi g. cubo ipsius f. & cubo ipsius e. & triplo eius, quod ex quadrato e. in f. & triplo eius, quod ex quadrato ipsius f. in e. Dempstis igitur vtrinque his, scilicet triplo eius, quod ex quadrato ipsius e. in f. & triplo eius quod fit ex quadrato ipsius f. in e. supererunt g. & cubus ipsius e. simul æqualia ipsi a. & triplo eius, quod ex quadrato ipsius e. in e. f. Itaque g. tanto maior est ipso a. quanto triplum eius quod ex quadrato ipsius e. in e. f. siue in c. maius est cubo ipsius e. Maius est enim id, quod ex quadrato ipsius e. in e. f. quàm cubus ipsius e. qui ex quadrato ipsius e. in ipsum e. producit. Multo magis ergo & triplum eius, quod ex quadrato ipsius e. in e. f. seu in c. maius erit cubo ipsius e. Cū igitur g. sit maior ipso a. minor autem ipso b. quandoquidem f. minor fuit ipsa c. radix radice. erit f. propinquior cubicæ radici ipsius a. quàm fuerat c. Adhuc tamē f. maior est ipsa quæ sita radice cubica ipsius a. quandoquidē g. cubus maior, q̃ a. Similiter autem, sicut per b. & c. inuenimus f. radicem viciniorem radici ipsius a. quàm fuerat c. ita rursus per g. & f. inuenimus radicem propiorem radici ipsius a. quàm fuit f. & similiter iterū, atq; iterū propinquiorē, nūquā tñ in infinitū punctuale verū, numerario termino attingētes. Quin etiā id ipsum, sicut in quadrata fecim⁹, aliter attētabimus sic: Sit a. numerus nō cubus, cuius velim coniectare cubam radicem. Assumo cubum numerum magnū, vtrputa millenarium, qui sit

c	—	10	b	—	1000
a	—	7	d	—	7000
f	—	$\frac{7}{10}$	e	—	19

fit b. cuius radix cubica scilicet denarius sit c. Multiplico ipsum a. in b. & produco d. Quo fit, vt si a. propositus numerus sit 7. iam ipsum productū d. sit 7000. Cuius radix cubica quidē paulō maior est, quā 19. quæ sit e. & quoniam cubi sunt ad inuicē in tripla ratione radicum; propterea cū d. numerus sit millecupl⁹ ad ipsum a. cub⁹ scilicet ad cubū: iā e. radix ipsius d. decupla erit ad radicem ipsius a. igitur radix ipsius a. quæ sit f. erit pars decima ipsius e. hoc est, paulō maior, quā 1⁹/₁₀. Quod si pro millenario assumpsissem cubum maiorem, vt puta millionē, vicinior verō fuisset. Itaq; deinceps: nā maior numerus distinctus partes exprimit. quia numerosior: neq; aliter geometrico pūcto accedere licet propter incommensurabilitatem quæ sitæ radicis, in nullum numerum cadentis. Hæc de radicum quadratarum, & cubicarū extractione satis. Nunc ad progressionē veniamus. Nam quemadmodū datæ quātītatis quadrata vel cubica radix via geometrica extrahatur in libello Datorū Theonis docuimus. Illius regulam Euclides in vltima secundi. Huius verō præceptum Philon Byzantius, Apollonius, Archytas, Pappus, Eratosthenes, Menæchmus & alij tradidere: vt Eutotius Ascalonita in commentarijs Archimedis scripsit.

PROPOSITIO 27^a.

Cū fuerint quotcūque quantitates per idem crementum seriatim crescentes, ex dimidio numeri ipsarum in congeriem ex prima & vltima multiplicato producitū aggregatū ipsarum omnium. Exempli gratia, sint quinque magnitudines, a b c d e. seriatim & eodem accessu crescentes: sitq; a. minima e. verō maxima. Dico, quod si dimidium quinarij ducatur in congeriem ipsarum a e producetū aggregatū ipsarum a b c d e. Ponatur enim totidem magnitudines & singulæ singulis ipsis a b c d e. æquales f g h k l. sed ordine præpostero dispositæ: sic enim fiet, vt, cremento vnus ordinis decrementum altetius repensante, binarum quarumuis vna sit congeries: Vnde vtriusq; ordinis aggregatū planus numerus erit sub duobus lateribus contentus: quorum vnū erit numerus combinationum, scilicet quinaris, alter verō congeries ipsa binarum. Talis autem congeries constat ex minima & maxima. Igitur quinaris in talem congeriem ductus, producet aggregatū vtriusq; ordinis. Quare & dimidium quinarij in eandem congeriem multiplicatū producet aggregatū vnus ordinis. Quod fuit demonstrandū.

Dd 2 PRO-

$$\begin{array}{ll} c \text{ --- } 10 & b \text{ --- } 1000 \\ a \text{ --- } 7 & d \text{ --- } 7000 \\ f \text{ --- } 1\frac{2}{10} & e \text{ --- } 19 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 3 \text{ --- } a & \text{ --- } r \text{ --- } 11 \\ 5 \text{ --- } b & \text{ --- } k \text{ --- } 9 \\ 7 \text{ --- } c & \text{ --- } h \text{ --- } 7 \\ 9 \text{ --- } d & \text{ --- } g \text{ --- } 5 \\ 11 \text{ --- } e & \text{ --- } f \text{ --- } 3 \end{array}$$

$$5 \text{ --- } 14 \text{ --- } 70$$

$$2\frac{1}{2} \text{ --- } 14 \text{ --- } 35$$

PROPOSITIO 28^a.

Radicum ab unitate per ordinem dispositarum, ultima in succedentem multiplicata, producit numerum, cuius dimidium est aggregatum ipsarum radicum omnium. Nam per septimam præcedentis libri tale productum est duplum trianguli collateralis ultimæ radicis: triangulus autem est, per diffinitionem aggregatum omnium radicum usque ad ultimam inclusivæ. Cum ergo dimidium talis producti sit æquale triangulo, erit & æquale aggregato radicum: Quod est propositum.

PROPOSITIO 29^a.

Numerus multitudinis imparium ab unitate dispositorum in se ductus, producit aggregatum ipsorum imparium omnium. Exempli gratia, sint quinque impares a b c d e: ab unitate dispositi: dico, quod quoniam quinque sunt, quinarium in se ductus producit aggregatum ipsorum quinque imparium. Nam, per quintamdecimam præcedentis libri, quinque dicti impares aggregati faciunt quintum numerum quadratum, qui ex quinario in se ducto producitur. Verum est ergo propositum in omni casu.

PROPOSITIO 30^a.

Numerus multitudinis parium à binario successivè dispositorum, multiplicatus in numerum unitate maiorem, producit aggregatum ipsorum parium omnium. Exempli gratia, sunt octo quinque pares a b c d e. à binario per ordinem dispositi. Autem sit quinarium numerus ipsorum. g autem numerus unitate maior, scilicet senarius, & ex f in g. fiat h. Aio, quod h. est aggregatum ipsorum a b c d e. parium. Quod sic patet. palam est, quod in tali exemplo f. est quinta radix, & g. sexta radix: Igitur, per septimam præcedentis libri h. talium radicum productum est numerus parte altera longior sextus: qui per octogesiham quintam dicti libri, est aggregatum ipsius e. paris sexti loci, & omnium præcedentium: quod erat demonstrandum. Et similiter in omni casu constabit propositum.

PROPOSITIO 31^a.

Si in uno ordine fuerint quotlibet quantitates continue proportionales, & in secundo ordine quantitates una plures in eadem ratione continue proportionales, ita ut earum differentie sint quantitativis primi ordinis singule singulis æquales: tunc differentia primæ & postremæ secundi ordinis æqualis erit aggregato quantitatibus primi ordinis. Ponantur in primo ordine quantitates continue proportionales quot-

uis,

a — 1
b — 3
c — 5
d — 7
e — 9
25

a — 2
b — 4
c — 6
d — 8
e — 10
f — 5
g — 6
h — 30

uis, ut puta quatuor a b c d. quib⁹ succedat in eadē ppor-
 tione ipsa e. qnta. Deinde in secūdo ordine vnā plures quātita-
 tes. i. quinq; f g h k l. ita cōparatæ, vt dīa ipsarū f g. sit æqua-
 lis ipsi a. Et differentia ipsarū g h. æqualis ipsi b. & dīa ipsarū
 g k. æqualis ipsi c. & differentia ipsarū k l. æqualis ipsi d.
 Tunc aio, q^d differentia ipsarū fl. erit æqualis aggregato ip-
 sarū a b c d. Patet propositū: qm̄ differentia ipsarū fl. extre-
 marū conficitur ex differentiis quatuor medijs: quæ per hy-
 potesim sunt æquales, ipsis quatuor a b c d. quantitativibus.
 Sed suppositis magnitudinib⁹ primi ordinis: sic inueniētur
 magnitudines secundi ordinis. Sit ipsarū a b. differentia m. &
 sicut est m. ad ipsam a. sic sit a. ad f. & sicut est a. ad e. sic sit f.
 ad l. Vnde sicut ipsis a e. intersunt tres mediæ proportiona-
 les: ita & ipsis fl. totidem mediæ proportionales in eadem
 proportionem intererunt. quæ sint g h k. Et, quoniam pp si-
 mitem proportionem, sicut est a. ad f. sic est differentia ip-
 sarū a b. scilicet m. ad differentiam ipsarū fg. fuit q; & m. ad
 a. sicut a. ad f. ideo m. eandem habebit rationem ad a. & ad
 differentiam ipsarū fg. æqualis ergo est a. differentia ipsarū
 fg. Sed cum differentia seruent continuatam magnitudinū
 proportionē, propterea tam b. dīa ipsarū g h. q̄ c. differentia
 ipsarū h k. q̄ d. differentia ipsarū k l. æqualis erit. Hinc ori-
 tur regula progressionis magnitudinū continue proportio-
 nalium. Nam ex m. & a. iam notis, notescit f. deinde ex a. e.
 & f. nota venit l. cuius & ipsius f. excessus est aggregatum ip-
 sarū a b c d. sicut ostensum est.

PROPOSITIO 32^a.

*Si secundū duos terminos summantur quotlibet quātitates cō-
 tinue proportionales, quarū extrema multiplicēt ipsi termini: tūc
 productorū differentia diuisa inter minorū differentiā, exhibet ag-
 gregatū ipsarum quantitatum.* Sunt duo termini, gratia exē-
 pli, numeri 2. & 5. quorum quadrati 4. & 25. cubi autem
 8. & 125. secundi quadrati 16. & 625. quadratis autem in-
 terfit medius proportionalis 10. cubis duō medij proportio-
 nales 20. & 50. secundis quadratis tres medij proportio-
 nales 40. 100. 250. qui singuli producuntur ex ductu termino-
 rum in se, & ad inuicem, & inde in singulos secundi, &
 tertij ordinis numeros, vt assolet multiplicatorum. In ho-
 rum tertio ordine sunt quatuor numeri continue propor-
 tionales scilicet 8. 20. 50. 125. in quorum extremos 8. &
 125. multiplicati termini 2. & 5. producunt 16. & 625.

D d 3 quorum

8	a	m	g	16
12	b	4	h	24
18	c		k	36
27	d		l	54
40	e			81

1	
2	5
4	10
8	20
16	40

$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \cdot 5 \\ 4 \cdot 10 \cdot 25 \\ 8 \cdot 20 \cdot 50 \cdot 125 \\ 16 \cdot 40 \cdot 100 \cdot 250 \cdot 625 \end{array}$

Regula.

$\begin{array}{r} 625 \\ 16 \\ 3 \overline{) 609} \\ 203 \end{array}$

$\begin{array}{r} 1 \\ 3 \cdot 7 \\ 9 \cdot 21 \cdot 49 \\ 27 \cdot 63 \cdot 147 \cdot 343 \\ 81 \cdot 189 \cdot 341 \cdot 1209 \cdot 2401 \end{array}$

Regula

$\begin{array}{r} 2401 \\ 81 \\ 4 \overline{) 2320} \\ 580 \end{array}$

quorum differentia est 609. Aio, quod huiusmodi differentia diuisa in differentiam ipsorum 2. & 5. hoc est, in 3. exhibet aggregatum dictorum quatuor numerorum continue proportionalium, scilicet 8. 20. 50. 125. quod sic ostenditur. Quoniam 2. ductus in se, facit 4. ductus in 5. facit 10. Iam idem 2 in 3. quæ differentia est ipsorum 2. & 5. producet differentiam ipsorum 4. & 10. productorum: quoniam multiplicator ductus in differentiam multiplicatorum, producit differentiam productorum. Item quoniam 5. in 2. facit 10. & in se facit 25. Iam & idem 5. in 3. faciet differentiam ipsorum 10. & 25. Simili ratione, quoniam 2. in 4. facit 8. & 5. in 4. facit 20. (propter proportionalitatem numerorum) ideo 4. in differentiam dictam ipsorum 2. & 5. scilicet in 3. faciet differentiam ipsorum 8. & 20. Non aliter deinceps ostendam, quod dicta terminorum 2. & 5. differentia multiplicata in 10. facit differentiam ipsorum 20. & 50. multiplicata quoque in 25. facit differentiam ipsorum 50. & 125. Quamobrem eadem terminorum differentia multiplicata in aggregatum ipsorum 4. 10. 25. faciet aggregatum trium differentiarum dictarum, scilicet ipsorum 8. & 20. ipsorum 20. & 50. ipsorum 50. & 125. Sed tres tales differentie coniunctæ componunt extremorum 8. & 125. differentiam, igitur dicta terminorum differentia multiplicata in aggregatum ipsorum 4. 10. 25. producet differentiam ipsorum 8. & 125. extremorum. Quare & talis extremorum 8. & 125. (quæ sunt producta ex terminis in 4. & 25. multiplicatis) differentia diuisa in terminorum differentiam, exhibebit dictum ipsum 4. 10. 25. continue proportionalium aggregatum: sicut propositio concludit. Adhuc per eadem omnino demonstrabimus, quod ipsa terminorum differentia multiplicata in singulos 8. 20. 50. 125. tertij ordinis numeros, producet singulas quatuor sequentis ordinis numerorum differentias: & p inde eadem terminorum differentia multiplicata in aggregatum ipsorum 8. 20. 50. 125. producet aggregatum dictarum quatuor differentiarum sequentis ordinis: & ideo producet differentiam duorum extremorum 16. & 625. quæ sunt producta ex ductu terminorum 2. & 5. in ipsos 8. & 125. extremos quatuor continue proportionalium. Vnde & talium productorum differentia diuisa in differentiam terminorum, exhibebit aggregatum ipsorum 8. 20. 50. 125. quatuor continue proportionalium numerorum: quod erat demonstrandum. Similiter pro cæteris terminis, aut proportionibus ostendam quod proponitur.

P R O.

PROPOSITIO 33^a.

Sicut est quadratus ad duplum suæ radicis, sic est collateralis Triangulus numerus ad sequentem radicem. Exempli gratia, sit a. quinta radix b. autem quintus quadratus numerus: & ipsius a. duplus ipse c. Item d. sexta radix. cumque a. in se faciat ipsum b. Item a. in sequentem radicem d. faciet ipsum c. per diffin. parte altera longiorem sexti loci. Cuius dimidi⁹ sit f. qui per octauam præcedentis libri, erit triangulus quintus. Demonstrandum est ergo, quòd sicut est b. ad ipsum c. sic est f. ad ipsum d. Sic, quoniam a. multiplicans ipsos a. d. producit ipsos b. e. Iam ideo, per primam sexti Euclidis, erit sicut a. ad ipsum d. sic b. ad ipsum e. & permutatim sic b. ad a. sicut e. ad d. Cumq; a. sit dimidius ipsius c. atque c. dimidius ipsius f. iam, per 23^a quinti Elementorum, erit ex æquali, sicut b. ad c. hoc est, quadratus quintus ad suam radicem, f. triangulus quintus, ad d. sextam radicem: quod fuit demonstrandum. & sicut pro quinto loco, ita pro quocunque constabit propositum.

$$\begin{array}{rcl} c. 10. & \text{---} & a. 5. \text{---} b. 25 \\ & \searrow & \\ & a. 5 & \\ & \searrow & \\ d. 6 & \text{---} & c. 30. \text{---} f. 15 \end{array}$$

PROPOSITIO 34^a.

Omnis triagulus multiplicatus in duplum collateralis radicis, producit aggregatum ex cubo & quadrato collateralibus. Repetita descriptione præmissæ, ostendendum est, quòd f. triangulus quintus multiplicatus in c. duplum ipsius a. radicis quintæ, producit cubi & quadrati quintorum congeriem, hoc modo. Sicut est b. quadratus quintus ad c. duplum suæ radicis a. sic est f. triangulus quintus ad d. sequentem radicem, per præcedentem. Cum verò a. in b. per diffin. faciat cubum quintum: Iam d. vnitate maior; quàm a. in b. faciet congeriem ex cubo tali suoque quadrato. Sed per 15^a sexti, quod sit ex d. in b. æquum est ei, quod sit ex f. in c. siue per 23^a septimi. Igitur f. in c. faciet dictam cubi, quadratique congeriem, quod erat demonstrandum. Et sicut in quinto, ita in quouis loco constabit propositum.

PROPOSITIO 35^a.

Quod sit ex aggregato quotlibet radicum ab vnitate, ordinalium multiplicato in duplum radicis vltimæ, si iungatur cum ipso radicem aggregato, constabit triplum aggregati omnium quadratorum ex dictis radicibus singulis factorum. Nam cum aggregatum, exempli gratia, quinque radicum ab vnitate ordinalium sit per diffin. quintus triangulus: & aggregatum quinq; quadratorum talium radicū, sit quinta pyramis.

Dd 4 quadrata.

1.	1.
2.	4.
3.	9.
4.	16.
5.	25.
<hr/>	
15	55
10	150
5	125
	25

quadrata per diffin. Iam demonstrandum erit, quod illud, quod fit ex quinto triangulo in duplum radice quintę, si iungatur cum ipso triangulo, conflabit triplum pyramidis quadratę quintę. Sed, per præcedentem, id, quod fit ex quinto triangulo, in duplum radice quintę, æquum est aggregato cubi & quadrati quintorum. igitur demonstrandum erit, quod congeries cubi quadrati & trianguli quintorum, æquualet triplum pyramidis quadratę quintę. Quod cum iam ostensum sit in 63^a præcedentis libri: iam constat propositum. ita non solum in quinto, sed in quouis alio loco demonstrabitur, quod demonstrandum proponitur.

COROLLARIUM.

Hinc regula progressionis quadratorum ex radicibus ordinatis factorum constat. Quod si numeri progressionis propositę sint ad radices singulis singulas dupli, tunc quadratorum quęditorum summa, ad quadratorum radicum congeriem erit quadrupla: si tripli, nonupla; si quadrupli, sedecupla; si quincupli vigecupla quincupla, & ita deinceps: nam quadratorum ratio duplex est ad laterum rationem.

PROPOSITIO. 36^a.

Si fuerint quotlibet ab unitate ordinate radices: quod fit ex aggregato postremę & sequentis radicem in productum ex eisdem, duplum semper est ad congeriem ex cubo quadrato, & triangulo collateralibus postremę: & perinde sexcuplum pyramidis quadratę collateralis, hoc est aggregati quadratorum ex radicibus ordinatis productorum. Sint, exempli gratia, quatuor ab unitate radices, quarum ult^a sit a. ei⁹ quadratus b. Dimidium multitudinis radicem sit c. Radix sequens, hoc est, quinta sit d. fiatque ex b. in d. numerus e. & ex d. in c. numerus f. Palam est, quod e. est aggregatum ex cubo ipsius a. & ex quadrato eius, hoc est, ex b. quandoquidem d. multiplicator est unitate maior quàm a. quodq; per 28^a huius f. est triangulus quartus, aggregatumque quatuor radicum. Deinde g. sit aggregatum ipsarum a. d. radicum: & h. sit productum ex earundem a. d. multiplicatione, fiatque inde ex g. in h. numerus k. & sic demonstrandum erit, quod numerus k. est duplum ad aggregatum ex e f. Quod sic pater. Numerus g. constat ex a. & d. & ideo constat ex duplo ipsius a. & ex unitate. & numerus h. constat ex a. & b. per nonam præcedentis libri: quoniam h. est parte altera longior quinti loci: Et b. est quartus quadrat⁹ cuius radix a. Igitur ex a. in a b. fiet e. & ex duplo ipsius a. in h.

$$\begin{array}{r} 3 \} \frac{15}{165} \quad \frac{15}{195} \\ 55 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} c. 2 \\ d. 5 \} f. 10 \\ a. 4 \} b. 16 \} e. 80 \\ a. 4 \} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} g. 9 \\ h. 20 \} k. 180. \end{array}$$

in h. fiet duplum ipsius e. Sed ex vnitare in h. fit duplum ipsius f. igitur ex aggregato dupli ipsius a. & vnitatis, hoc est ex g. in h. fiet duplū totius e f. quod erat demonstrandū. Quod enim productū ex vnitare in h. hoc est ipse h. fit duplū ipsius f. palā est: Nam f. fit ex c. in d. At ipse h. fit ex a. in d. qui duplus est ipsius c. quoniam scilicet a. est multitudo radicum & c. dimidium talis multitudinis. Cōstat ergo propositum. Sed e f. per premissam, est triplum aggregati quadratorum à quatuor radicibus propositis factorum: Ergo k. qui fit ex g. in h. sexcuplus erit aggregati quadratorum, sicut propositio concludit. Quod autem pro quatuor radicibus conclusum est, pro quocunque propositis in infinitum, demonstrabitur.

COROLLARIUM.

Hinc altera regula elicitur ad habendum cumulum quadratorum à quocunque ab vnitare ordinatis radicibus factorum. Quod si pro radicibus proponatur aliæ quantitates secundum primæ clementum ordinatæ, tunc proportio earum singularum ad singulas radices duplicanda est. & secundum talem proportionem adaugenda, vel diminuenda erit summa radicum, vt proueniat summa quadratorum propositarum quantitatum.

PROPOSITIO 37^a.

Propositis ab vnitare quotlibet radicibus, si radix proxime sequens multiplicet aggregatum ex quadrato postremæ & ex dimidio ipsius postremæ; producet triplum summæ quadratorum ipsarum radicum propositarum. Exempli gratia, sunt radices octo dispositæ ab vnitare singulæ cum suis quadratis. Radix proxime sequens erit 9. aggregatum ex quadrato postremæ, scilicet 64. & ex dimidio ipsius postremæ scilicet 4. erit 68. Aio igitur, quod si 9. ducatur in 68. producet triplum summæ talium quadratorum omnium scilicet 612. Quod sic patet. Per 36^a secundi horum arithmeticorum, ex aggregato ipsorum 8. & 9. hoc est postremæ propositarum, & sequentis proxime radices, hoc est ex 17. in productum earundem scilicet 72. fit sexcuplum summæ dictorum quadratorum. Igitur ex 8 $\frac{1}{2}$ quod est dimidium dicti aggregati, 612. triplum ad 204. quæ in 72. fiet triplū talis summæ. Sed sicut 72. ad 9. sic 68. ad 8 $\frac{1}{2}$ est summa quadratorum. quare, per vigesimam septimi Elementorū, quod fit ex 72. in 8 $\frac{1}{2}$ æquale.

1	—	1
2	—	4
3	—	9
4	—	16
5	—	25
6	—	36
7	—	49
8	—	64

$$\begin{array}{r} 9 \\ \hline 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ 68 \\ \hline 612 \end{array}$$

612. triplum ad 204. quæ
in 72. fiet triplū talis summæ. Sed sicut 72. ad 9. sic 68. ad 8 $\frac{1}{2}$ est summa quadratorum.

8 $\frac{1}{2}$ æquale



quod per 36^3 secundi fuit
triplum summæ quadrato-
rum dictæ.

1	1
2	8
3	27
4	64
5	125
15	3375

$8\frac{1}{2}$ æquale erit ei, quod ex 9. in 68. Igitur ex 9. in 68. fiet triplum dictæ summæ quadratorum: quod erat demonstrandum. Quod autem 72. ad 9. sit sicut 68. ad $8\frac{1}{2}$ patet. nam 72. ad 9. est octuplus ex diffin. multiplicationis, atque 68. ad $8\frac{1}{2}$ similiter octuplus: constat enim 68. ex duobus, scilicet 64. quadrato, & ex dimidio suæ radices, scilicet 4. estq; 64. octuplus ad 8. suam radicem, & totuplus etiam quatuor dimidiis eiusdem radices ad $\frac{1}{2}$. Quare totum 68. ad totum $8\frac{1}{2}$ similiter octuplum. Constat ergo propositum. quod sicut de octo, ita de quocunque propositis radicibus similiter ostendemus.

PROPOSITIO 38.

Quod sit ex aggregato quotlibet radicum ab unitate ordinarum in se ipsum multiplicato, æquale est aggregato omnium Cuborum à singulis radicibus factorum. Nam per diffin. aggregatum radicum ab unitate ordinarum, est triangulus numerus postremæ radicum. Sed triangulus talis in se ductus, producit aggregatum cuborum omnium radicum vsque ad postremam inclusiue, per 58^a præcedentis libri. Igitur & aggregatum ipsum radicum in sese multiplicatum producit eorundem cuborum aggregatum. quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

Vnde manifesta sit regula progressionis cuborum. Et hinc, sicut in quadratis, notandum, quod si pro radicibus proponantur aliæ quantitates secundum primæ clementum in ordinem continuatæ: tunc proportio earum singularum, ad singulas radices triplicanda est: & secundum talem proportionem adaugenda erit, vel minoranda summa cuborum à radicibus factorum, ut proueniat summa cuborum propositarum quantitatum.

COROLLARIUM.

Item huc spectat quidquid de pyramidibus in præcedenti libro conclusum est. Nam pyramis triangula est congeries triangulorum: quadrata, quadratorum: pentagona, pentagonorum; hexagona hexagonorum, & deinceps ab unitate ordinatorum. Vnde totidē progressionū regulæ propagantur.

PROPO.

PROPOSITIO 39^a.

Duas propositas rationes coniungere. Sunt duę rationes, vna per duos numeros a b. & altera per duos numeros c d. significata, oportet eas coniungere: hoc est, rationem ex ipsis duabus composita inuenire. Hoc fiet per multiplicationem terminorum vnus in terminos alterius sic: Ducatur a. in c. & fiat e. Ducatur b. in d. fiat g. Dico igitur, quod ratio e. ad g. est aggregatum rationum a. ad b. & c. ad d. hoc est, quod ratio e. ad g. componitur ex ratione a. ad b. & ex ratione c. ad d. Quod sic ostenditur. Ex a. in d. fiat f. & tunc, quoniam a. multiplicans ipsas c d. facit ipsas e f. erit per primam sexti, sicut c. ad d. sic e. ad f. Item, quia d. multiplicans ipsas a b. producit ipsas f g. erit sicut a. ad b. sic f. ad g. Sed ratio e. ad g. componitur ex rationibus e. ad f. & ipsius f. ad g. igitur eadem ratio e. ad g. componetur ex nominibus æqualibus, scilicet a. ad b. & c. ad d. Quod erat demonstrandum.

$$\begin{array}{rcl} a. 3 & \text{---} & c. 5 & \text{---} & e. 15 \\ b. 2 & \text{---} & d. 4 & \text{---} & g. 8 \\ & & f. & \text{---} & 12 \end{array}$$

e. c.
f. d. a
g. b

COROLLARIUM.

Non aliter tres, aut plures rationes in vnam colliguntur.

PROPOSITIO 40^a.

Duarū rationum propositarum alterā ab altera subtrahere. Sunt duę rationes a. ad b. & c. ad d. oportet subtrahere hanc ab illa. Hoc fiet per multiplicationem terminorum ordine permutato, sic: Ducatur d. in a. & fiat e. Ducatur c. in b. & fiat f. Dico ergo, ratio e. ad f. est, quę restat post subtractionem rationis c. ad d. à ratione ipsius a. ad b. Quod sic ostenditur. Ex c. in a. fiat g. & tunc, quia c. multiplicans ipsos a b. facit g f. erit, sicut a. ad b. sic g. ad f. & quoniam a. multiplicans ipsos c d. faciunt ipsos g e. erit sicut c. ad d. sic iam g. ad e. Sed ratio g. ad f. componitur ex ratione g. ad e. & ex ratione e. ad f. ergo ratio a. ad b. componitur ex iisdem: fuit autem sicut c. ad d. sic g. ad e. Igitur ratio a. ad b. componetur ex rationibus c. ad d. & e. ad f. Quare, ablata ratione c. ad d. à ratione a. ad b. supererit ratio e. ad f. quod erat demonstrandum.

g. a. c
e. ... d
f. b.

PROPOSITIO 41^a.

Datam rationē toties, quoties quis proponat, multiplicare. Si data ratio duplicanda sit: per antepremissam, iungatur bis

$$\begin{array}{rcl} 3 & \text{---} & 3 & \text{---} & 9 & \text{---} & 27 & \text{---} & 81 \\ 2 & \text{---} & 2 & \text{---} & 4 & \text{---} & 8 & \text{---} & 16 \end{array}$$

124 ARITHMETICORVM

1
3 . 2
9 . 6 . 4
27 . 18 . 12 . 8
81 54 . 36 . 24 . 16.

a — 1
b — 2
c — 4
d — 8
e — 16

Exempla rationalium.

8. 4	16. 8
12. 6	24. 12
18. 9	36. 18
	54. 27
3. 1	3. 1
6. 2	6. 2
12. 4	12. 4
24. 8	24. 8
48. 16	48. 16
	96. 32
	192. 64

bis ipsamet sibi, si triplicāda, duplata iam iungatur iterum: si quadruplicanda, triplata iungatur iterum: itaque deinceps. Ita enim intelligitur multiplicari ratio, ut bis, ter, quaterve continetur in terminis. Vnde quadratorum ratio dupla: cuborum tripla; secundorum quadratorum quadrupla ad laterum siue radicum rationem.

COROLLARIUM.

Igitur rationis duplata terminis vnus intererit mediis proportionalis: Triplata, duo; Quadruplata, tres: itaque deinceps.

PROPOSITIO 42^a.

Datam rationem bifariam, siue trifariam, siue quadrifariam, siue plurifariam, utcumque quispiam postulauerit, aequaliter partiri. Sint datae rationis termini a c. si oporteat rationem a. ad c. bifariam partiri, interponatur eis media proportionalis b. Si autem datae rationis termini sint a d. & oporteat ipsam trifariam diuidere; tunc interponantur eis duae mediae proportionales b c. Si vero datae rationis termini sint a e. & oporteat ipsam quadrifariam partiri: tunc interponantur eis tres mediae proportionales quantitates b c d. Cuius problematis practica executio, quamuis a nobis in Arithmetice quaestionibus sit abunde tradita, hic tamen ab exemplis non abstinemus. Et in primis notandum, quod quando propositae quantitates sunt adinuicem sicut quadrati numeri: tunc una quantitas interiacet illis media proportionalis: quando autem, sicut cubi numeri, tunc duae mediae. Quando vero sicut quadrati quadratorum, tunc tres mediae. Quando demum, sicut quadrati cuborum, tunc quinque mediae proportionales quantitates propositis interiacent: & in omni tali casu tales quantitates continue proportionales sunt adinuicem commensurabiles; quippe quae inter se in ratione numerorum: vnde & rationes ipsae tunc sunt rationales, hoc est, per numeros expressae, atque ideo proposita ratio tunc secatur in rationes cognitae per numeros. Si vero propositae quantitates secus, quam dictum est, ad inuicem se habeant: interpositae proportionales mediae rationales non erunt. Exempli gratia, proponantur mihi duo numeri 8. & 18. quibus iubeor medium proportionalem inuenire, quoniam tales numeri se habent adinuicem, sicut 4. & 9. quadrati numeri, quibus interiacet medius proportionalis b. Ideo & propositis vnus similiter medius intererit proportionalis 12. duplum ad illum medium, sicut propositi ad quadratos dupli sunt.

Item

Item si iubeat ipsis 16. & 54. duos proportionales interponere: quoniam tales numeri sunt ad inuicē, sicut 8. & 27. cubi numeri, quibus interiacent duo medij proportionales, scilicet 12. & 18. iam ideo & propositis totidē medij proportionales interiacebūt scilicet 24. & 36. Item, si ipsis 3. & 48. tres medios proportionales accommodare velim, nō minus licebit: cum sint sicut 1. & 16. quadrati secundi quibus tres 2. 4. 8. medij intersunt: erūtq; inter ppositos medij 6. 12. 24. Adhuc, si his numeris 3. & 192. lubet intercludere quinque medios proportionales possibile erit: quādoquidē tales sunt in proportionē ipsōrum 1. & 64. qui sunt quadrati cuborū, quibus nemo nescit quinque numeros interesse proportionales scilicet 2. 4. 8. 16. 32. Vnde & propositis intererunt totidē scilicet 6. 12. 24. 48. 96. Quod si propositi numeri aliter, q̄ dictū est, ad inuicē se habeant, non intererunt ipsis, quos diximus, numeri proportionales: sed quātitates irrationales. Exempli causa, proponantur duo numeri nullā dictū proportionum ad inuicē seruantes, utpote 2. & 3. Iā his nullatenus medij proportionales, quos diximus, intererunt; sed quēdā irrationales quantitates. Itaque si velim ipsis 2. & 3. mediā includere proportionale, agā per eorū quadratos 4. & 9. quib⁹ interest 6. qui quadratus erit mediæ quæsitæ, quæ iam potentia tantū notescit. Nam sicut tres quadrati 4. 6. 9. sunt continuē proportionales, ita & eorum radices scilicet 2. 3. 6. sunt continuē proportionales. Si autem ijsdem numeris velim duas medias proportionales inferere, assumam eorum cubos 8. & 27. quorum medij duo sunt 12. & 18. qui cubi sunt duarum quas quærimus mediarum: Nam radices cuborum proportionalium sunt & proportionales. Si vero, ijsdem tres medias interponere iubeat, exponam eorum secundos quadratos, scilicet 16. & 81. quorum tres numeri medij sunt, scilicet 24. 36. 54. qui secundi quoque quadrati erunt quantitatū trium mediarum, quas quærimus: Et quoniam horum numerorum medius quadratus numerus est, iam media trium quantitatū non solum secundo quadrato sed etiam primo notescit: eritq; ipsa 6. Si demum, ipsis 2. & 3. quinque medij proportionales procurem, eliciam ex ipsis quadratos cuborum, siue cubos quadratorū, qui sunt 64. & 729. Quibus interponi pnt quinque numeri pportionaliter. 8. 96. 144. 216. 324. 486. q̄ similiter erūt quadrati cuborū quinque mediarū, quas

Exempla Irrationalium

r. 4.	2	
r. 6.	r. 6	
r. 9.	3	
r. cu. 8		. . . 2
r. cu. 12.		r. cu. 12
r. cu. 18		r. cu. 18
r. cu. 27		. . . 3
rr. 16.	2	
rr. 24.		rr. 24
rr. 36.		r. 6
rr. 54.		rr. 54
rr. 81.		. . . 3
r. □. r. cu. 64	 2
r. □. r. cu. 96		r. □. r. cu. 96
r. □. r. cu. 144		r. cu. 12.
r. □. r. cu. 216		r. □. 16.
r. □. r. cu. 324		r. cu. 18.
r. □. r. cu. 486		r. □. r. cu.
r. □. r. cu. 729		. . . 3 . .

quas quærimus, quantitatum. Et quoniam horum medius habet cubam radicem, scilicet b. iam media quantitas erit radix quadrata b. Item, quoniam huius medij collaterales sunt quadrati numeri, quorum radices quadratæ sunt 12. & 18. idcirco & mediæ quantitatis collaterales, erunt radices cubæ numerorum 12. & 18. Sed hæc omnia non solum ex elementis Euclidis demonstratur, verum etiam in triualibus ludis practico cuilibet sunt notissima. Quatenus tamen problematis qualitas & locus exigebat, hæc à nobis induta sunt.

COROLLARIA.

Ex quibus quidem manifestum, quod in quantitibus continue proportionalibus, si prima & secunda fuerint rationales, tunc sequentes in eadem proportionem continuatæ semper in infinitum rationales erunt. Si autem prima & tertia tantum rationales fuerint tunc quinta, septima & singulis semper intermissis, sequentes rationales erunt: intermissæ verò omnes potentia tantum expressæ. Si verò prima & quarta rationales duntaxat esse contigerint: tunc septima, et decima, et tredecima, et binis semper intermissis cæteræ sequentes rationales erunt, intermissæ autem cubo tantum cognitæ. Adhuc, si prima et quinta solum rationales supponantur: tunc nona, tredecima, septemdecima, et ternis semper intermissis, singulæ rationales erunt. trium verò ubique intermissarum media quadrato tantum cognita, duæ cæteræ mediales, hoc est, per secundum quadratum pronuntiata. Denique si prima et septima tantum supponantur rationales: tunc necesse erit tredecimam, vndeicesimam, vigesimam quintam, et quinis semper intermissis singulas sequentes esse rationales. Quinque verò in quouis loco intermissarum mediam potentia tantum esse rationalem: duas autem huic collaterales cubo tantum pronuntiabiles. duasque extremas rationalibus proximas quadrato cubi tantum cognitæ. Quæ corollaria ex ipsa proportionem, ductuque quantitatum satis constat. Considerata numerorum multitudine, quæ siue quadratis, siue cubis, siue secundis quadratis, siue quadratis cubicis proportionaliter intercedit. & ipsorum quadratorum, seu cuborum productis.

LIBRI SECVNDI PARS SECVNDA.

PROLOGOMENA.



¶ R C Irrationalium quantitatum species succurrunt quædam speculationes tam ad magnitudinum Symmetriam, quàm ad praxis, & rationum pleniorē notitiā spectantes, olim à nobis explicatæ: quas, quoniam huic secundo libello congruæ videbantur, hic subiunximus. Quare, ut apertius intelligatur, exordium capiemus à diffinitionibus ipsarum irrationalium magnitudinum. Deinde nō per lineas, & areas, quemadmodum Euclides, sed sub terminis cōmensurabilium & incommensurabilium quantitatum, earum conditiones, proprietates & colligantias proponemus, ac per nostra supposita demonstrabimus. Nec facile quispiam fuisse putet, elementa huiusmodi à lineis & areis ad quantitatem in genere sumptam transferre, & numerariam simul praxim hinc derivatam ostendere: quippe quæ sicut passim in trivialibus scholis trita, ita nēc ubi satis fuerat demonstrata. Ordior itaque novum demonstrandi genus, tantoq; in hac parte præstantius Euclideo, quanto generalis quantitas dignior ac purior & primariæ mathematicæ, quàm linea specialis, est convenientior. Simul per viam hanc, quam in demonstrando assumimus, multa notescant, quæ in decimo Elementorum desiderantur.

Commensurabiles magnitudines dicuntur quas communis mensura metitur.

Incommensurabiles verò, quarum impossibile est inueniri communem mensuram.

Commensurabiles potentia quantitates sunt, quarum potentia, hoc est quadrata, sunt commensurabilia.

Incommensurabiles vero potentia, quarum quadrata incommensurabilia.

Commensurabiles in secunda potentia quantitates sunt, quarum secunda quadrata sunt commensurabilia.

Incommensurabiles similiter, quarum incommensurabilia.

Commensurabiles cubo quantitates sunt, quarum cubi commensurabiles.

Incommensurabiles verò cubo, quarum cubi incommensurabiles.

Quibus ita se habentibus, si proponatur quantitas quāpiam; erunt infinitae quantitates illi commensurabiles, & quantitate, & potentia, & potentia secunda, & cubo.

Vocetur itaque proposita quantitas Rationalis, unde & quadratum ipsius, & secundum quadratū, & cubus, & quaecunque dignitates ab ea propagatae rationales erunt.

Et quantitas proposita, siue magnitudine, siue potentia commensurabiles, rationalis vocetur.

Incommensurabilis verò, irrationalis.

Quibus ita diffinitis subiungemus singulas irrationalium diffinitiones: nam, cum

Quantitas rationalis sit, quae posita rationali commensurabilis est.

Rationalis potentia tantum erit, cuius quadratum duntaxat rationale est. Similiter & rationalis cubo tantum, cuius cubus tantum rationalis est.

Medialis autem, cuius secundum quadratum duntaxat rationale est. Ex quibus diffinitionibus sequitur, ut quantitas rationalis sit etiam & potentia, & cubo, & potentia secunda rationalis: non autem è contrario. Item ut quantitas potentia rationalis sit etiam potentia secunda rationalis, non autem è contrario. Nunc diffiniemus quantitates irrationales bimembres.

Binomium constat ex duabus quantitatibus rationalibus ac potentia tantum commensurabilibus. Quorum excessus

Aporome

LIBRI SECVNDI, PARS II. 129

Apotome, vel Residuum dicitur. Et necesse est, ut earum quadrata conficiant rationale: earum verò productum mediale.

Bimediale primum constat ex duabus quantitatibus medialibus potentia tantum commensurabilibus, & rationale comprehendentibus: quarum quadrata conficiunt mediale. Harum excessus. Residuum mediale primum dicitur.

Bimediale secundum constat ex duabus quantitatibus medialibus potentia tantum commensurabilibus & mediale comprehendentibus: quarum quadrata conficiunt mediale, quod est mediāli prædicto incommensurabile. Harum excessus Residuum mediale secundum dicitur.

Maior constat ex duabus quantitatibus potentia incommensurabilibus: quarum quadrata constant rationale: & quod sub ipsis mediale. Harum verò excessus dicitur Minor.

Potens rationale ac mediale constat ex duabus quantitatibus potentia incommensurabilibus, quarum quadrata constant mediale, & quod sub ipsis rationale. Harum excessus dicitur cum rationali mediale totum potens.

Potens duo medialia constat ex duabus quantitatibus potentia incommensurabilibus, quarum quadrata constant mediale, & quod sub ipsis mediale prædicto incommensurabile. Harum excessus dicitur cum mediāli mediale totum potens. In quibus sex definitionibus mediale intelligitur quantitas potentia tantum rationalis. Namque omnis area, siue omne productum potentia tantum rationale, solet ab Euclide mediale vocari. Et linea potens talem aream, solet ab eodem linea medialis dici. Quod tamen non interturbabit propositum nostrum. Nos enim quantitatem in genere siue illa linea sit, siue area, potentia tantum rationalem vocamus, cuius quadratum rationale. Medialem verò, cuius quadratum secundum tantum rationale est. Sed in definitionibus dictarum sex irrationalium sequemur Euclidem.

Præterea tam binomium, quam residuum habet sex species sic distinctas. Quando maior portio Binomij, seu residui, est potentior breuiore in quadrato quantitatis sibi commensurabilis: ipsum est primæ, secundæ, vel tertiæ speciei. Quando verò maior portio breuiorem potentialiter excedit in quadrato quantitatis sibi incommensurabilis, ipsum est quartæ, quintæ, vel sextæ speciei. Deinde si maior por-

E c tionum

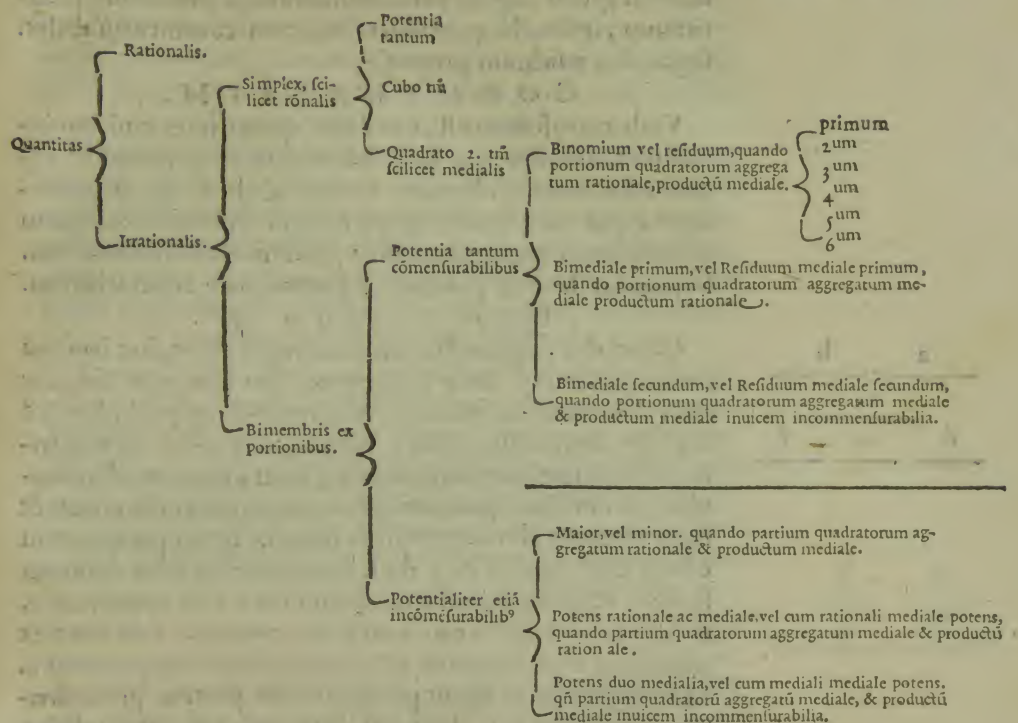
tionum fuerit rationalis quantitate binomium seu Residuum erit primæ, vel quartæ speciei. Si minor portio fuerit rationalis: erit secundæ, vel quintæ. Si neutra portionum fuerit rationalis, erit tertiæ, vel sextæ speciei.

SCHOLIA QVÆDAM.

Notandum, quod quantitatū alia est rationalis, alia irrationalis. Et irrationalium, alia simplex, hoc est, unius nominis, alia bimenbris. Rursum, simplicium alia potentialiter tantum rationalis: alia cubo tantum, alia quadrato secundo tantum rationalis: quæ Medialis vocatur. Bimenbrium autem duæ sunt præcipuæ species. Prima species, cuius membra sunt potentialiter tantum commensurabilia. Secunda, cuius portiones sunt etiam potentialiter incommensurabiles. Prima species est triplex, & totuplex secunda. Illa enim continet Binomium per compositionem partium, & Residuum per excessum. Item Bimediale primum, cum suo residuo mediali primo. Item Bimediale secundum, cum suo residuo mediali secundo. Hæc verò species continet Maiorem, cum Minori, item Potentem rationale, & Mediale, sumique Residuum, scilicet cum rationali mediale potentem. Item Potentem duo medialia: sumique Residuum cum mediali mediale potentem. Præterea tam Binomium, quam Residuum est sex specierum. Quæ singula iam dudum definita sunt. Sed attendendum, quod quantitas duorum nominum siue bimenbris est, quæ constat ex duabus portionibus ita ad inuicem affectis, ut ad unum nomen redigi nequeant. Secus enim non erit Binominis quantitas. Ut autem portiones tales alicuius quantitatis bimenbris sint ita affectæ, ut ad unum nomen redigi nequeant, opus erit duabus conditionibus, scilicet ut portiones sint inuicem incommensurabiles nam portiones commensurabiles coniunctæ faciunt quantitatem unius nominis & eius speciei cuius sunt partes, ut ostendimus, & insuper ut congeries quadratorum ipsarum portionum sit incommensurabilis producto earundem: sic enim fiet, ut talis congeries cum duplo talis producti (quod est quadratum propositæ bimenbris per quartam secundi) minime faciat quantitatem unius nominis. Nam si dicta congeries dicto producto commensurabilis esset, tunc congeries cum duplo dicto, hoc est, dictum quadratum, esset quantitas unius nominis, & perinde quantitas ipsa esset unius nominis: quia videlicet, radix uni nominis quadrati: quæ conditiones exprimuntur in prædictis irrationalium definitionibus. Quoniam igitur necesse est, portiones, ex quibus bimenbris quantitas, siue per compositionem, siue per abscissionem procedit, esse inuicem incommensurabiles: & insuper congeriem quadratorum earundem portionum esse incommensurabilem producto ipsarum: idcirco sex utrinque irrationalium quantitatū species propagari oportet. Si enim portiones fuerint incommensurabiles in magnitudine tantum, hoc est, potentia solum commensurabiles, fient tres species irrationalium, scilicet prima, secunda, & tertia. Si autem portiones fuerint incommensurabiles etiam potentialiter, fient tres reliquæ species, scilicet quarta, quinta, & sexta. Deinde, si congeries quadratorum ipsarum portionum fuerit rationalis, & productum earum mediale, fiet prima, vel quarta species. Si autem congeries medialis, & productum rationale, fiet secunda, vel quinta. Si verò tam congeries, quam productum mediale, & alterutrum incommensurabile, fiet tertia, vel sexta species, tam scilicet per coniunctionem portionum, quam per excessum maioris supra minorem.

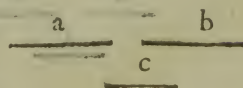
SPECIES

LIBRI SECUNDI, PARS II. 131
SPECIES QUANTITATIVUM.



PROPOSITIO. 43^a.

Omnes duæ quantitates inuicem cōmensurabiles, sunt sicut numerus ad numerum. Et duæ quantitates, quæ sunt sicut numerus ad numerum, sunt inuicem cōmensurabiles. Sunt a. & b. quantitates inuicem cōmensurabiles: Aio, q. sunt sicut numerus ad numerum. Cū enim cōmensurabiles sint inuicem a. b. erit p. diff. cōmensurabiliū quantitatū, cōis earū mensura, quæ sit c. Itaq; a. diuidetur in aliquot partes singulas æquales ipsi c. Itemq; b. diuidetur in aliquot partes singulas æquales ipsi c. Quare a. & b. erunt ad inuicem sicut numeri partium. Et hæc est prima pars propositi. Contrā, sit a. quantitas ad b. quantitatē sicut numerus ad numerum. aio, q. a. b. cōmensurabiles inuicem sunt. Secetur em̄ a. b. singulæ in tot partes æquas, quot vnitates hnt singuli numeri. sitq; c. vna partium quantitatis a. eritq; c. ad a. sicut vnitas ad numerum partium a. Sed per hypotesim a. ad b. sicut numerus partium a. ad numerum partium b. Erit igitur ex æquali c. ad b. sicut vnitas ad numerum partium b. Quare quoties vnitas mensurat numerum



E c 2 partium

partium b. toties & c. quantitates mensurat ipsam b. Sed c. metitur ipsam a. igitur per diffin. commensurabilium quantitatuum, ipsæ a b. quantitates inuicem commensurabiles. Quod fuit residuum propositi.

COROLLARIUM.

Vnde manifestum est, quod duæ quantitates inuicem incommensurabiles non sunt adinuicem sicut numerus aliquis ad numerum aliquem. Itemque, quod duæ magnitudines, quæ non sunt adinuicem sicut numerus quispiam ad numerum quempiam, sunt inuicem incommensurabiles. Sequuntur hæc ex præmissa a destructione contrariorum.

PROPOSITIO 44^a.

Omnes duæ magnitudines vni commensurabiles, sunt inuicem commensurabiles. Duæ quantitates sint a b. quæ singulæ sint ipsi c. commensurabiles. Aio, quod & ipsæ a b. sunt adinuicem commensurabiles. Nam cum a c. sint commensurabiles erunt, per præcedentem, sicut numerus ad numerum: & similiter, quoniam c b. commensurabiles erunt, & sicut numerus ad numerum. Sumantur igitur per quartam octauæ Eucl. tres numeri d e f. continuantes duas rationes scilicet, vt sicut est a. ad c. sic sit numerus d. ad numerum e. & sicut c. ad b. sic sit numerus e. ad numerum f. & tunc ex equali erit, sicut numerus d. ad numerum f. sic quantitas a. ad quantitatem b. Igitur per secundam partem præcedentis, quantitas a b. sunt adinuicem commensurabiles. quod est propositum.

PROPOSITIO 45^a.

Omnes duæ quantitates, quarum vna commensurabilis est alteri tertiæ, reliqua verò eidem incommensurabilis, sunt adinuicem incommensurabiles. Exempli gratia, magnitudinum a b. vna scilicet a. sit commensurabilis ipsi c. reliqua verò b. incommensurabilis eidem c. Aio tunc, quod ipsæ a b. inuicem incommensurabiles sunt. Secus enim erunt a b. commensurabiles: sed ipsæ a c. per hyp. commensurabiles. igitur per præmissam erunt b c. inuicem commensurabiles: quod est supposito contrarium. Nō igitur sunt a b. inuicem commensurabiles. ergo incommensurabiles. quod est propositum.

PROPOSITIO 46^a.

Omnium duarum quantitatuum inuicem incommensurabilium congeries & excessus sunt inter se & ipsis inuicem incommensurabiles. Et si congeries vni earum sit incommensurabilis, erit & reliquæ

$$\begin{array}{ccc} \underline{a} & & \underline{b} \\ & \underline{c} & \\ \underline{d} & \underline{e} & \underline{f} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \underline{a} & & \underline{b} \\ & \underline{c} & \end{array}$$

LIBRI SECVNDI, PARS II. 133

reliquæ commensurabilis. & ipsæ inter se commensurabiles. Hæ conclusiones facillè constant ex hac communi sententia : quoniam quantitas, quæ metitur partes, metitur & totū. Et, quæ metitur totum & ablatum, metitur & relictū.

PROPOSITIO 47^a.

Omniū duarum quantitatum inuicem incommensurabilium congeries & excessus, sunt inter se & ipsis inuicem incommensurabiles. Et si congeries vni earum sit incommensurabilis, erit & reliquæ incommensurabilis. Et ipsæ inter se incommensurabiles. Nam si secus esset, tunc, per præcedentem, sequeretur contrariū suppositi. Omnino igitur vera sunt quæ proponuntur.

PROPOSITIO 48^a.

Omnes duæ quantitates proportionales duabus quantitatibus quoquo modo commensurabilibus, sunt eodem modo commensurabiles. Et proportionales duabus aliquo modo incommensurabilibus, sunt eodem modo incommensurabiles. Exempli gratia, sint quantitates a b. ipsis c d. quantitatibus inter se commensurabilibus proportionales: hoc est sit a. ad b. sicut c. ad d. Aio, quod a b. erunt inuicem commensurabiles. Nam si c d. sunt commensurabiles, erunt per 43^a huius, sicut numerus ad numerum. Igitur erit a. ad b. sicut numerus ad numerum: quare per secundam partem dictæ 43^e a b. sunt inter se commensurabiles. Quod si c d. sint commensurabiles, aio, quod & a b. inter se incommensurabiles erunt. Nam tunc, per corollar. 43^{re} huius, c d. non erunt sicut numerus ad numerum, & ideo neque a. ad b. erit sicut numerus ad numerum: & perinde per secundam partem dicti corollarij a b. tunc incommensurabiles inter se erunt sicut proponitur. Item si c d. ponantur aut potentia tantum, aut cubo tantum, aut quadrato secundo tantum commensurabiles: eodem penitus modo & ipsæ a b. commensurabiles erunt. Si autem c d. aliquo dictorum modorum ponantur incommensurabiles: eodem similiter modo & ipsæ a b. incommensurabiles erunt: Quoniam scilicet quantitatum proportionalium proportionales sunt tã quadrata, quàm cubi, & quàm secunda quadrata. Et idcirco sequitur eorum commensurabilitas, vel incommensurabilitas: quippe quæ comitatur proportionem, adducta 41^a & eius corollario.

PROPOSITIO 49^a.

Omnis quantitas rationalis multiplicans aliquam quantitatem, producit quantitatem multiplicatæ cognominem & commensurabilem.

Ec 3

mensurabilem.

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

a	b	c
3	r. 5.	r. 45
d	e	f
9	5	45

mensurabilem. Exempli gratia, rationalis quantitas a. multiplicet quantitatem b. potentia tantum rationalem, & faciat c. Aio, quod c. potentia tantum rationalis est, & ipsi b. multiplicata commensurabilis. Sit enim ipsius a. quadratum d. & ipsius b. quadratum e. & ex d. in e. fiat f. Eritque per coroll. vnderime huius, f. quadratum ipsius c. Cumque ex diffinitionibus, quantitarum a b. ipse d. sit numerus quadratus: ipse autem e. numerus non quadratus: iam eorum productum f. per coroll. secundæ noni Eucl. non erit numerus quadratus. Igitur c. quæ radix est ipsius f. per diffin. erit potentia tantum rationalis. Cumque per diffin. multiplicationis, c. productum ad b. multiplicatam, sit sicut a. multiplicans ad positam: sitque a. positæ commensurabilis, quia rationalis: iam, per præcedentem, ipsa c. ipsi b. commensurabilis erit: sicut proponitur. Similiter autem, si b. cubo tantum rationalis supponatur, ostendetur & ipsa c. cubo tantum rationalis, & ipsi b. commensurabilis: & si b. quadrato secundo tantum rationalis ponatur, & ipsa c. quadrato secundo tantum rationalis, & ipsi b. commensurabilis demonstrabitur. Sicut proponitur.

PROPOSITIO 50^a.

a	b	c

Si productum fuerit commensurabile multiplicatæ quantitati, tunc multiplicans est rationalis. Vt si a. multiplicans b. faciat c. ipsi b. commensurabilem: aio, quod a. rationalis est: Nam per diffin. multiplicationis, erit, sicut c. ad b. sic a. ad positam. Cumque per hypo. c. sit commensurabilis ipsi b. erit per antepremissam a. commensurabilis positæ, quare per diffin. a. rationalis: quod est propositum.

PROPOSITIO 51^a.

a	b	c

Omnis quantitas diuisa per quantitatem sibi commensurabilem, exhibet in quotiente quantitatem rationalem. Sint a b. quantitates commensurabiles inter se, & diuidatur b. per ipsam a. & proueniat c. Aio, quod c. quantitas rationalis est. Nam, per diffin. diuisionis, erit, sicut a. diuidens ad positam, sic b. diuisa ad c. prouenientem. Et permutatim, sicut a. ad b. sic posita ad c. Sed a. per hypot. commensurabilis est ipsi b. ergo per 48^a præmissam, & posita commensurabilis ipsi c. Ergo c. rationalis: quod est propositum. Hoc idem ex præcedenti ostendi potest.

P R O-

PROPOSITIO 52^a.

Omniū duarum quantitatum inuicem commensurabilium quadrata sunt adinuicem sicut quadrati numeri: & cubi, adinuicem, sicut cubi numeri: & secunda quadrata, sicut bis quadrati numeri: Vt si sint a b. quantitates inuicem commensurabiles, quarū quadrata sint c d. cubi autē e f. secunda autē quadrata g h. Aio, quòd c d. erunt sicut quadrati numeri adinuicem: & e f. sicut cubi numeri: & g h. sicut bis quadrati numeri. Nam, per 43^a huius, a b. quantitates erunt ad inuicem, sicut numerus ad numerum: sed tam in quantitatibus, quàm in numeris quadrata sunt in dupla: cubi in tripla: secunda quadrata in quadrupla ratione radicū. Igitur c d. sunt proportionales quadratis talium numerorum. Et e f. proportionales cubis talium numerorum: & g h. proportionales bis quadratis talium numerorum. Et hoc est propositum.

$$\begin{array}{r} a \\ c \\ e \\ g \end{array} \quad \begin{array}{r} b \\ d \\ f \\ h \end{array}$$

PROPOSITIO 53^a.

Omnes duæ quantitates, quarum quadrata sunt adinuicem sicut quadrati numeri; vel quarum cubi sunt adinuicem sicut cubi numeri: vel quarum secunda quadrata sunt adinuicem sicut bis quadrati numeri, sunt inter se commensurabiles. Exempli gratia, sint duæ quantitates a b. quarum quadrata c d. & quarū cubi e f. & quarum secunda quadrata g h. Aio, quòd, si c d. fuerint adinuicem, sicut quadrati numeri: vel si e f. fuerint adinuicem, sicut cubi numeri: vel si g h. fuerint adinuicem, sicut bis quadrati numeri: Tunc in omni tali casu, ipsæ a b. quantitates erunt adinuicem commensurabiles. Nam si c d. sint inter se, sicut quadrati numeri: cum talibus numeris inter sit vnus medius numerus proportionalis, intererit ipsis c d. vna media quantitas proportionalis, quæ sit k. eruntque c k d. quantitates talibus tribus numeris proportionales: cumque quadrata sint in dupla ratione radicū: erit sicut c. ad k. sicut a. ad b. Sed c. ad k. sicut numerus ad numerum: igitur a. ad b. sicut numerus ad numerum: quare per secundam partem 43^a huius, a b. inuicem commensurabiles: quod est propositum. Si autem e f. sint inter se sicut cubi numeri: tunc, quia talibus numeris inter sunt duo numeri medij proportionales, intererunt ipsis e f. duæ mediæ quantitates proportionales, quæ sint

$$\begin{array}{r} a . b \\ e . k . d \\ c . l . m . f \\ g . n . o . p . h \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 . 3 \\ 4 . 6 . 9 \\ 8 . 12 . 18 . 27 \\ 16 . 24 . 36 . 54 . 81 \end{array}$$

Ecce 4 1m.

l m. eruntque e l m f. quantitates talibus quatuor numeris proportionales. & quoniam cubi sunt in tripla proportionem radicum: erit, sicut a. ad b. sic e. ad l. sed e. ad l. sicut numerus ad numerum: Igitur sicut numerus ad numerum, sic a. ad b. & ideo per secundam partem 43^a ab inuicem commensurabiles. Si demum g h. sint inter se, sicut bis quadrati numeri: tunc quoniam talibus numeris intererunt tres numeri medij proportionales, intererunt & ipsis g h. tres mediae proportionales quantitates: quae sint n o p. eruntque g n o p h. quantitates talibus quinque numeris proportionales: & quoniam secunda quadrata sunt in quadrupla ratione radicum: erit iam a. ad b. sicut g. ad n. Sed g. ad n. sicut numerus ad numerum: igitur sicut numerus ad numerum, sic a. ad b. quare per secundam partem 43^a ab inuicem commensurabiles, sicut fuerat à principio demonstrandum.

COROLLARIUM.

Ex his manifestum est, quod omnium duarum quantitarum inuicem incommensurabilium, neque quadrata sunt ad inuicem, sicut quadrati numeri: neque cubi, sicut cubi numeri, neque secunda quadrata, sicut bis quadrati numeri.

COROLLARIUM.

Contrà, & omnes duae quantitates, quarum quadrata non sunt ad inuicem, sicut quadrati numeri; vel quarum cubi non sunt ad inuicem, sicut cubi numeri: vel quarum secunda quadrata non sunt ad inuicem, sicut bis quadrati numeri; sunt inter se commensurabiles. Nam haec duo corollaria constant ex duobus praecedentibus propositionibus, à distinctione contrariorum.

COROLLARIUM.

Praeterea manifestum est, quod quantitates inter se commensurabiles, sunt omnino, etiam tam quadrato, quam cubo, quamque secundo quadrato commensurabiles; non autem è conuerso. Nam quantitates, siue quadrato, siue cubo, siue secundo quadrato commensurabiles, non sunt omnino inter se commensurabiles.

COROLLARIUM.

Vnde sequitur, ut quantitas rationalis sit etiam potentia, & cubo, & quadrato secundo, & sic in infinitum rationalis: & non è conuerso. Nam quantitas siue potentia, siue cubo, siue quadrato secundo, rationalis non omnino est magnitudine rationalis.

COROL-

LIBRI SECVNDI, PARS II. 137

COROLLARIUM.

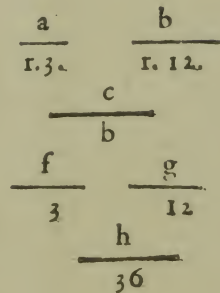
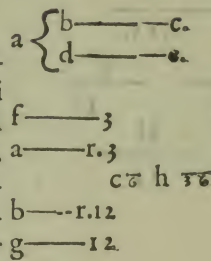
Contrà, quantitates inter se incommensurabiles non omnino sunt & potentia, aut cubo, aut quadrato secundo incommensurabiles. At quantitates potentia, vel cubo, vel quadrato secundo incommensurabiles omnino sunt & magnitudine inter se commensurabiles.

COROLLARIUM.

Vnde sequitur, vt quantitas irrationalis nō omnino sit & potentia, aut cubo, aut quadrato secundo irrationalis. Quantitas verò potentia, vel cubo, vel quadrato secundo irrationalis omnino sit, & magnitudine irrationalis. Quæ corollaria gradatim sequuntur alterum ex altero, vt etiam per exempla numeralium terminorum constat.

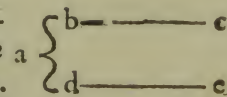
PROPOSITIO 54^a.

Omne productum duarum quantitarum potentia tantum rationalium inuicem commensurabilium, est rationale. Exempli gratia, a b. quantitates potentia tantum rationales inuicem commensurabiles multiplicatæ inuicem faciant ipsam c. Aio, quod c. quantitas rationalis est. Sit enim ipsi a. æqualis d. & a. ducta in d. hoc est in se ipsam faciat e. quæ iam rationalis est, cum a. sit potentia rationalis per hyp. Sed per primam sexti, sicut d. ad b. sic e. ad c. commensurabilis est autem per hypo. ipsa d. ipsi b. ergo, per 48^a huius, ipsa e. commensurabilis erit ipsi c. Rationalis est autem c. rationalis ergo per diffin. & c. quod fuit demonstrandum. Aliter & pulchre sic. Sit ipsius a. quadratum ipsa f. & ipsius b. quadratum ipsa g. eritque per 52^a præcedentem f. ad g. sicut numerus quadrat⁹ ad numerum quadratum. Ducatur ergo f. in g. & proueniat h. eritque h. numerus quadratus: quandoquidem fg. per vigesimam octauæ, sunt plani similes, Sed per corollarium vndecimæ huius h. est quadratum ipsius c. ergo c. rationalis, quandoquidem radix est ipsius h. quæ per numerum quadratum representatur. Et radix quadrati numeri rationalis quantitas est, quia cognitus, & scitus numerus, sicut proponitur ostendendum.



PROPOSITIO 55^a.

Omne productum duarum quantitarum rationalium & potē-
tialiter tantum inter se commensurabilium, est potentia tantum
rationale: quod tamen ab Euclide vocatur mediale. Sunt a b.
quantitates rationales, hoc est ambæ potentia tantum ratio-
nales,



nales, vel vna rationalis in magnitudine, altera verò tantum potentia, & inuicē potentialiter tñ cōmēsurabiles, quę inter se multiplicatę faciunt ipsam c. Aio, qđ c. est quātitas potētia tñ rationalis. Fiant enim ea, quę in præced. ntij, eritque per eadem, sicut d. ad b. sic e. ad c. cumq; per hyp. ipsa d. ipsi b. sit potentialiter tantum cōmēsurabilis: erit per 48^o huius, ipsa e. quę rationalis est potētia tñ cōmēsurabilis ipsi c. Igitur per diffin. c. potentia tñ rationalis est, quod est propositum. In altera verò demonstratione, erit per coroll. 33^o præcedentis, f. ad g. non sient quadratus numerus ad quadratum numerum & : idcirco fg. per 20^o octauij non erunt adinuicem plani numeri similes. Quare, per primā noni, ipse h. ipsorum fg. productū non erit quadratus numerus, & per inde cipit^o h. radix potētia tñ rationalis. It. sicut pponitur.

$$\begin{array}{r} \frac{a}{r. 3.} \quad \frac{b}{r. 5.} \\ \hline \frac{c}{r. 15.} \\ \frac{f}{3} \quad \frac{g}{5} \\ \hline \frac{H}{15} \end{array}$$

SCHOLIUM.

Illud autem notandum, quod præfatum productum quantitatum rationaliū ab Euclide vocatur medialis quātitas, siue Medialis area: quoniam gignitur ex ductu laterum, atq; ita intelligendę sunt diffinitiones irrationalium magnitudinum, vbi de arcis mentio fit. Lineam verò in talem aream. potentem, hoc est, cuius quadratum est talis area, medialis dicitur.

PROPOSITIO 56^a

Membra binomij, siue residui, sunt radices duorum numerorū, quorum maior ad excessum supra minorem se se habet sicut numerus quadratus ad numerum quadratum, fiunt tres primę species. Si autem secus, fiunt tres reliquę species Binomij, siue Residui. Item si maior ex numeris dictis sit quadratus, tunc fit prima vel quarta species. Si minor sit quadratus numerus, fiet secunda vel quinta: si neuter sit quadratus numerus, fiet tertia vel sexta species. Exempli gratia, 9. & 5. numeri sunt quadrati membrorum primi Binomij, siue Residui. Numeri 12. & 9. secundi. Numeri 8. & 6. tertij. Numeri 25. & 20. quartij. Numeri 14. & 9. quinti. Numeri 10. & 7. sexti. Vnde talium specierū radices sic se habent: vt earū diffinitiones exposcūt.

Binomium p ^a	— 3.	p̄ r. 5.	<i>Unde per abscissionem formantur totidem species residuorum.</i>
Binomium 2 ^a	— r. 12	p̄ 3.	
Binomium 3 ^a	— r 8	p̄ r. 6.	
Binomium 4 ^a	— 5	p̄ .r. 20	
Binomium 5 ^a	— r. 14	p̄ 3.	
Binomium 6 ^a	— r. 10	p̄ r. 7.	

PRO

PROPOSITIO 57^a.

Singularum Binomij specierum radices, sunt specierum singulae irrationales quantitates per ordinem, scilicet Binomium, Bimediale primum, Bimediale secundum, Maior, Potens rationale ac mediale. & potens duo medialis. Paucis propositum demonstrabo. Esto Binomium, cuius membra a b. b c. Sit ipse a b. quadratum d e. & ipse b c. quadratum e f. quorum differentia f d. cuius differentiae quarta pars sit g. & ipse g. radix sit h. Mox secta per aequalia quantitate a b. apud k. punctum, ponatur ipsi h. aequalis k l. Post haec, totius a k l. radix sit m. Relicti autem l b. radix sit n. Aio iam, quod totum m n. radix est binomij a b c. Deinde ostendam, quod si a b c. sit binomium primum, tunc m n. erit binomium. Si a b c. binomium secundum, tunc m n. erit Bimediale primum. Si a b c. binomium tertium, tunc m n. erit bimediale secundum. Si a b c. binomium quartum, tunc m n. erit maior. Si a b c. binomium quintum; tunc m n. Potens rationale ac mediale. Si demum a b c. binomium sextum, tunc m n. Potens duo medialis. Nam cum a b. secetur aequaliter apud k. & inaequaliter apud l. iam per quintam secundi Elementorum Rectangulum a l. l b. cum quadrato k l. hoc est cum g. aequalia sunt quadrato a k. hoc est, quadranti ipsius d e. Sed quadratum ipsius k l. hoc est g. fuit quadrans ipsius d e. igitur reliquum quadrans reliqui, hoc est, rectangulum a l. l b. erit quadrans ipsius e f. Quare per coroll. vndecimae huius, rectangulum m n. erit radix quartae partis ipsius e f. hoc est dimidium ipsius b c. ergo duplum ipsius rectanguli m n. aequialet totum b c. Cumque per hyp. a l. sit quadratum ipsius m. & l b. quadratum ipsius n. erunt quadratum m. quadratum n. cum duplo rectanguli m n. simul aequalia toti a c. Sed per quartam secundi; eadem simul componunt quadratum totius m n. Igitur totum m n. radix est totius a c. quod erat primum ex demonstrandis. Reliquum patet ex conditionibus ipsarum specierum binomij: sit enim, ut exeunte a b c. binomio primo, tunc a l. l b. sint rationales. Exeunte autem a c. binomio secundo, vel tertio, sit, ut a l. l b. sint potentia tantum rationales. Quare exeunte a c. binomio primo, erunt

m n.

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & f & & c & & \\
 \hline
 a & k l b & c & & g & & \\
 \hline
 m & n & & & h & &
 \end{array}$$

m n. potentia rationales. Exeunte autem a c. binomio secundo, vel tertio, erunt m n. mediales: quandoquidem a l. l b. quadrata ipsarum m n. potentia tantum rationalia. Et hoc, quoniam, per diffin. binomij primi, secundi, & tertij, radix ipsius d f. & ideo radix ipsius g. hoc est h. hoc est k l. commensurabilis est ipsi a b. & ideo ipsi a k. vel k b. ipsique a l. l b. cumque, per primam sexti, m. ad n. sit sicut quadratum m. ad rectangulum m n. hoc est sicut a l. ad dimidium b c. Ideo tunc per quadagesimam octauam huius, constat ipsas m n. esse potentia tantum commensurabiles. Existente autem a c. binomio quarto, quinto vel sexto, fit vt a l. l b. sint inuicem incommensurabiles: quoniam scilicet, per diffin. talium binomiorum, radix ipsius d f. & perinde radix ipsius g. hoc est ipsa h. & ipsa k l. incommensurabilis est ipsi a b. & idcirco ipsi a k & ipsi a l. l b. quare, per quadagesimam septimam huius, ipse a l. l b. inuicem incommensurabiles. Vnde constat ipsas m n. tunc esse potentia incommensurabiles. Item cum rectangulum m n. sit dimidium ipsius b c. atque exeunte a c. binomio primo, tertio, quarto, vel sexto ipsa b c. sit potentia tantum rationalis: ideo tunc rectangulum m n. erit mediale. Exeunte vero a c. binomio secundo, vel quinto b c. erit magnitudine rationalis: quare tunc rectangulum m n. erit rationale. Præterea cum quadrata m n. conficiant totam a b. atque exeunte a c. binomio primo vel quarto a b. sit magnitudine rationalis: Exeunte vero a c. binomio secundo, tertio, quinto, vel sexto, a b. sit potentia tantum rationalis: Idcirco exeunte a c. binomio primo vel quarto, quadrata m n. conficiunt rationale. Exeunte vero a c. binomio secundo, tertio, quinto, vel sexto, quadrata m n. conficiunt mediale. Ex quibus quidem, consideratis irrationalium quantitarum diffinitionibus, constabit quod exeunte a c.

$$\begin{array}{r}
 d \qquad f \\
 \hline
 a \quad k \quad l \quad b \quad c \quad g \\
 \hline
 m \quad n \quad h
 \end{array}$$

Binomio	{	p ^o	binomium.
		2 ^o	bimediale primum.
		3 ^o	m n. erit bimediale secundum.
		4 ^o	Maior.
		5 ^o	Potens rōale ac mediale.
		6 ^o	Potens duo medialia.

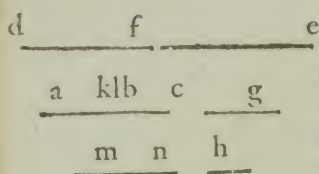
COROL-

LIBRI SECVNDI, PARS II. 141
COROLLARIUM.

Hinc ergo comperiri poterunt singulae quantitates irrationales: ut si velim, exempli gratia, comperire irrationalem quantitatem, quæ Maior vocatur, per præcedentem, inueniam quartum binomium: & per præsentem, ipsius binomij radicem, quæ, ut ostensum est, Maior erit. Et similiter per reliquas binomiorum species reliquas irrationales inueniemus.

PROPOSITIO 58^a.

Sex irrationalium quantitatum, scilicet Binomij, Bimedialis primi, Bimedialis secundi, Maioris, Potentis rationale ac mediale, Potentisq; duo medialis, singularum per ordinem, singula quadrata sunt singula species Binomij. Hæc est conuersa præcedentis. Peristam tamen in eadem descriptione, ac suppositis. Ponaturque $m n$. binomium, vel aliqua ex irrationalibus prædictis. ita ut $m n$. sint membra ipsius irrationalis iuxta eius diffinitionem considerata: ut habeam ipsius $m n$. quadratum, ponam ipsius m . quadratum $a l$. & ipsius n . minoris membri quadratum $l b$. Item eius, quod fit ex m . in n . duplum ipsam $b c$. Eritque per quartam secundi Elementorum, tota $a c$. quadratum totius $m n$. Demonstrandum est igitur, quod si ponatur $m n$. aliqua ex dictis sex quantitativ⁹ irrationalib⁹: erit & $a c$. aliqua ex speciebus binomij: & quota $m n$. in ordine sex irrationalium, tota & $a c$. in ordine specierum binomij. Namque ex conditionibus membrorum $m n$. componentium ipsam irrationalem, sequitur conditio membrorum $a b$. $b c$. constituentium speciem binomij. Sic existente $m n$. Binomio⁹, vel Bimediali primo, vel Bimediali secundo, iam per diffin. $a l$. $l b$. quæ sunt ipsorum $m n$. quadrata, sunt inuicem comensurabiles. Vnde per 46^a huius, sequitur ut $k l$. sit ipsis $a l$. $l b$. & toti $a b$. comensurabilis. Cumque h . sit radice ipsius $d f$. dimidium, erit talis radix comensurabilis ipsi $a b$. Igitur $a b$. potentior quam $b c$. in ipsa $d f$. quadrato scilicet radice sibi comensurabilis. Existente autem $m n$. Maiori, Potenti rationale ac mediale, potentive duo medialis; tunc per earum diffin. $a l$. $l b$. sunt inuicem incommensurabiles: vnde per 47^a huius sequitur, ut $k l$. sit ipsis $a l$. $l b$. & toti $a b$. incommensurabilis: utque $k l$. hoc est h . ipsius radice $d f$. dimidium, & perinde ipsa radix sit ipsi $a b$. incommensurabilis. Quo fit, ut $a b$. potentior sit, quam $b c$. in ipsa $d f$. cuius radix est ipsi $a b$. in-



ab. incōmensurabilis. Item, qm̄ existente m n. binomio, vel Maiori, a b. est rationalis: b c. verò potentia tantum est rationalis. Existente autem m n. Bimediali primo, vel potente rationale, & Mediale, a b. est potentia tantum rationalis, b c. verò rationalis. Existente tandem m n. Bimediali secundo, vel potente bina medialia, tam a b. quàm b c. est potētia tm̄ rationalis. Præterea, quoniam existēte m n. binomio, Bimediali primo, Maiori, vel potente rationale & mediale ipsarū a b. b c. altera est magnitudine, altera potentialiter tantum rationalis. atque ideo a b. b c. sunt potentialiter tantum cōmensurabiles. Existente autem m n. Bimediali 2^o cum per primam sexti, m. ad n. sit sicut quadratū m. ad rectangulum m n. hoc est, sicut a l. ad dimidiū ipsius b c. atque m n. sint incommensurabiles. & ideo a l. & dimidium ipsius b c. sint incommensurabiles per 48^a huius: Cumq; (quoniam a l. l. b. inter se commensurabiles, ideoq; tota a b. ipsi a l. commensurabilis est, iam tota a b. dimidio ipsius b c. Er ideo toti b c. per 45^a huius, sit incommensurabilis: sintq; a b. b c. potentialiter commensurabiles: qā potētia rationalis ex diffi. dicti Bimedialis secundi. Existente tandem m n. potente duo medialia, cum a b. b c. ex diffin. ipsius, sint incommensurabiles: ac potentialiter tantum commensurabiles, quia scilicet, potia rationales, sicut omnia ex diffinitionibus ipsarum irrationalium constat. Propterea, consideratis sex specierum binomij conditionibus, existente

M n	Binomio	a c erit	p ^ū	} Bino- miorum
	Bimediali p ^o	a c erit	2 ^ū	
	Bimediali 2 ^o	a c erit	3 ^ū	
	Maiori	a c erit	4 ^ū	
	Potēte rationale, mediūq;	a c erit	5 ^ū	
	Potente duo medialia	a c erit	6 ^ū	

PROPOSITIO. 59^a.

Omne aggregatum quadratorum inaequalium excedit duplum producti radicum in quadrato differentie radicum. Secetur quantitas a b. per inaequalia apud c. & à maiori portione a c. abscindatur ipsi b c. æqualis c d. Atq; ita ostendendū est, quòd congeries quadratorum a c. c b. supererat duplum ipsius rectanguli a c. c b. in quadrato ipsius d a. quod à Campano in decimo Elementorum ostensum est. Per quartam secundi, quadratum a c. & quadratum c b. cum duplo rectanguli

LIBRI SECVNDI, PARS II. 143

rectanguli a c. b. simul equalia sunt quadrato a b. Quod per octauam secundi, aequale, est quadrato d a. cum quadruplo rectanguli a c. b. Auferatur vtrunque duplum rectanguli a c. b. & supererunt quadratum a c. & quadratum c b. simul equalia quadrato d a. & duplo rectanguli a c. b.

Hec autem est demonstratio.

$$\left. \begin{array}{l} \square. a c \\ \square. c b \\ \square. a c. b \end{array} \right\} \text{ simul equalia sunt } \square. d a \text{ } \square. p. 8^a, i \text{ } \left. \begin{array}{l} \square. d a \\ \square. a c. b \end{array} \right\} \text{ aequale est } \square. a c. b.$$

Auferatur vtrunque $\square. a c. b.$ & supererunt

$$\left. \begin{array}{l} \square. a c \\ \square. c b \end{array} \right\} \text{ simul equalia } \left. \begin{array}{l} \square. d a \\ \square. a c. b \end{array} \right\} \text{ Et hoc demonstrandum fuit.}$$

PROPOSITIO 60^a.

Singularum residui specierum radices, sunt ipse singulae irrationales residuales quantitates per ordinem: videlicet Residuum, Residuum mediale primum, Residuum mediale secundum, Minor, cum rationali mediale totum potens, & cum Mediali mediale totum potens. Repetam descriptionem, supposita & demonstrata 57^e precedentis. Hoc solum mutato, ut pro aggregato membrorum a b. b c. sumatur eorundem differentia, qua valet maius membrum a b. excedit minus b c. Nam si aggregatum supponitur binomium: iam per diffin. differentia erit Residuum eiusdem speciei. Item pro aggregato portionum m n. (quod aggregatum erat radix ipsius a b c. binomij) sumatur differentia earundem m n. qua scilicet maior portio m. superat minorem n. Quae differentia erit irrationalis quantitas residualis illius quantitatis, quam constabant portiones m n. per diffinitionem. Ostendam igitur, quod sicut ipsius aggregati a b c. radix fuit ipsum aggregatum m n. ita differentiae ipsarum a b. b c. radix erit differentia ipsarum m n. Sic, cum ipsius m. quadratum sit a. latq; ipsius n. quadratum sit l b. iam a b. erit aggregatum duorum quadratorum inaequalium, quorum radices m n. Sed b c. fuit duplum producti talium radicum: igitur, per precedentem, ipsa a b. excedit ipsam b c. in quadrato differentiae earundem radicum, hoc est, differentia ipsarum a b. b c. est quadratum differentiae ipsarum m n. Et perinde haec differentia erit radix illius. Quamobrem per demonstrata in 57^a precedenti,

$$\begin{array}{cccc} a & d & c & b \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & d & & f & & c & \\ \hline a & k l b & c & & g & & \\ \hline m & n & & & h & & \\ \hline \end{array}$$

præcedentis, si illa differentia fuerit residuum primæ speciei: hæc differentia erit residuum.

Si illa, Residuum 2^æ speciei, hæc Residuū mediale primū.

Si illa, Residuū 3^æ speciei, hæc Residuū mediale secundū.

Si illa, Residuum 4^æ speciei: hæc irrationalis, quæ Minor.

Si illa, Residuum 5^æ, hæc cum rationali mediale potens.

Si illa, residuum 6^æ, hæc cum mediali mediale potens.

Et hoc est, quod demonstrandum proponebatur.

COROLLARIUM.

Vnde manifestum est, quòd compertis per 57^a præcedentem, sex irrationalibus quantitibus prædictis, quæ singulæ ex binis membris constant inæqualibus: Iam eorundem membrorum differentię singulæ erunt Residuales quantitates prædictarum bimembrium. Item si bimembribus sua singulis quadrata attribuantur (quæ binomia sunt) talium binomiorum Residua erunt singula singularum dictarum Residualium quadrata.

PROPOSITIO 61^a.

Sex irrationalium quantitatum residualium, scilicet Residui, Residui medialis primi, Residui medialis secundi, Minoris, Cum rationali mediale potens, Cum mediali mediale potens, singularum per ordinem, singula quadrata sunt singulæ sex species Residui. Sicut præcedens sequitur ex demonstratis 59^æ & 57^æ. Ita præsens propositio similiter ex ijs, quæ in 59^a & 58^a ostensa sunt, constabit.

COROLLARIUM.

Hinc manifestum est, quòd Binomij, & Residui habentium æqualia nomina, radices inter se habent etiam æqualia nomina: & è contrario, Binomium & Residuum, quorū radices habent æqualia nomina, fortuantur etiam inter se nomina æqualia. Idemque de nominibus proportionalibus dicendum. Nam æqualitas nominum in quadratis, facit æqualitatem nominum in radicibus: & è contrario. Proportio verò proportionem, sicut per processum demonstrationis 57^æ & 58^æ constare potest. Nunc exponam hic sex species binomiorum, & totidem earum radices, quæ sunt sex irrationales quantitates.

Binomia

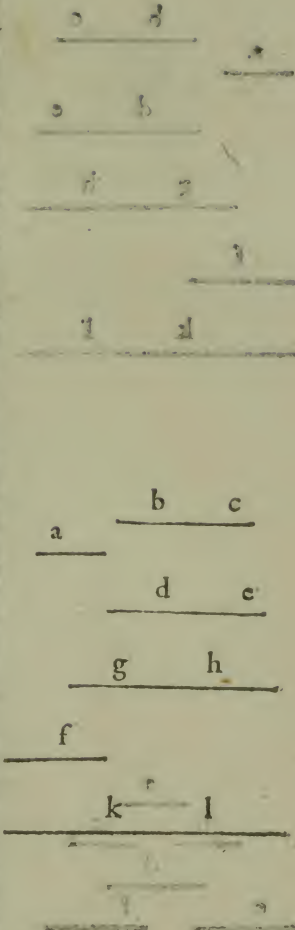
LIBRI SECUNDI, PARS II. 125

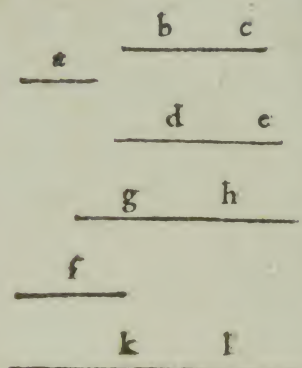
Binomia sex. Quarū radices sunt totidē irrationales quantitates libimēbrae.
 Primum 7 p. r. 40. Binomium r. 5. p. r. 2.
 Secundum r. 18. p. r. 4. Binomiale primum r. 8. p. r. 2.
 Tertium r. 27. p. r. 24. Binomiale secundum r. 12. p. r. 3.
 Quartum 6. p. r. 8. Maior r. v. 3. p. r. 7. p. r. v. 3. m. r. 7.
 Quintum r. 32. p. r. 4. Potens rationale & mediale r. v. r. 8. p. r. v. r. 8. m. r. 2.
 Sextum r. 24. p. r. 8. Potens duo mediale r. v. r. 6. p. r. p. r. v. r. 6. m. r. 2.
 Ex quibus, per abstractionem minoris membri a maiore, sicut in Binomi-
 nijs, quā in eorū radicibus, totidem Residua, hoc p. r. 1.
 Residua sex. Quorū radices, totidem Residuales irrationales sibi
 primum 7. m. r. 40. Residuum r. 5. m. r. 2.
 Secundum r. 18. m. r. 4. Res. mediale primum r. 8. m. r. 2.
 Tertium r. 27. m. r. 24. Res. mediale secundum r. 12. m. r. 3.
 Quartum 6. m. r. 8. Minor r. 5. 3. p. r. 7. m. r. v. 3. m. r. 7.
 Quintum r. 32. m. r. 4. Cum rationali mediale potens. r. v. r. 8. p. r. m. r. v. r. 8. m. r. 2.
 Sextum r. 24. m. r. 8. Cum mediale mediale potens. r. v. r. 6. p. r. m. r. v. r. 6. m. r. 2.
 Sic habes exempla practica eorū, quæ demonstrata sunt.

PROPOSITIO 62^a.

*Omnis quantitas rationalis multiplicans Binomium per Re-
 siduum, producit etiam Binomium vel Residuum eiusdem spe-
 cie, ac multiplicato commensurabile.* Rationalis quantitas a.
 multiplicet Binomiū b c. & producat quantitatē d e a i o, q
 d. e. Binomiū est ipsi b c. binomio cōmēsurabile, & eiusdē spe-
 cie. Ut si, exēpli gratia, b c. sit binomiū primū: tūc d e. erit bi-
 nomiū p^u. Sint enim ipsius b c. binomij mēbra b c. & ex a. in
 b. fiat d. ex a. in c. fiat e. Sic enim, per primam secūdi, erit d e.
 totū, quod sit ex a. in b c. Itaque cū b c. sit binomium pri-
 mum, erit per diffin. b. maius membrum rationale atque c.
 reliquum potērialiter tantū rationale. Cumq; a. rationalis in singulas b c.
 quantitates faciat singulas d e. iā per 49^a huius, ipsa d. erit rationalis, &
 ipsa e. potentia tantū rationalis: & totū d e. toti b c. commensurabile.
 Item sit ipsius a. quadratum f. quod rationale erit: atque ipsarū b c. qua-
 drata sint g h. Mox f. multiplicans ipsas g h. producat ipsas
 k l. eruntq; per coroll. vndecimæ huius, k l. quadrata ipsarū
 d e. Cumq; per primam sexti, sit sicut g. ad h. sic k. ad l. erit
 euerfūm sicut g. ad excessū, quo excedit ipsam h. sic etiā
 k. ad excessū, quo excedit ipsam l. Verū g. ad suū exces-
 sū est sicut numerus quadratus ad numerum quadratū, p
 32^a huius: quoniam per diffinitionē primi binomij, b. portio
 excedit c. portionem potērialiter, excessū, cuius radix est
 commensurabilis ipsi b. Qui excessus est differentia ipsarū
 g h. & perinde talis excessus se habet ad g. sicut numerus
 quadratus ad numerum quadratū per 32^a. Igitur k. ad suū
 excessū se habebit sicut nūs quadratus ad numerū quadratū.

F f Quare.



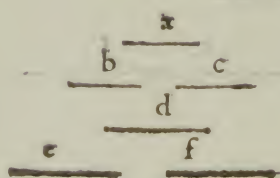


Quare per 53^a ipsa d. potentior erit quàm e. excessu, cui⁹ radix est commensurabilis ipsi d. Cū ipsarū d e. potentia sint k l. Itaque per diffinitionem totum d e. binomium primum est, ipsi iā b c. cōmensurabile, quod erat demonstrandū. Similiter pro binomio secundo, & pro tertio procedemus. Et pro quarto & quinto & sexto ostendemus, quod maior portio potentior est minori in quadrato radice sibi incōmensurabilis: syllogizātes per p^a sexti, & per portionē versam. Sed per 52^a & 53^a adducemus duo corollaria sequētia, quæ agūt de incōmensurabilibus: quandoquidē, in 4^o & 5^o & 6^o , binomijs, maior portio potentior est minori in quadrato radice sibi incōmensurabilis. Itē pro tertio & sexto binomijs, in quibus portiones sūt potentia tm rationales, ad ostendendā portionū ipsarum incōmensurabilitatem, citabimus 48^a huius. Similiter, si a. rationalis multiplicet Residuum, cuius membra sunt b c. ac producat d e. ostendemus qd d e. est residuum ipsi b c. commensurabile, eiusdem speciei. Quod enim demonstratur de membris binomij, demonstratur de membris corollatiui residui: quandoquidem in diffinitionibus sortiunt easdem conditiones. Recte igitur idem de utroque proponitur demonstrandum.

PROPOSITIO 63^a .

Omnis quantitas Rationalis multiplicans quamlibet irrationalium quantitatum, siue bimembrem, siue eius corollatiuā residualē, producit eiusdem generis irrationalem, ac multiplicatā commensurabilem. Hæc est generalior præmissa: ibi enim de Binomio, ac residuo: hic vero de qualibet duodecim irrationalium agitur. Itaque sit exempli gratia, rationalis a. quæ multiplicet b. bimediale secundum, & producat c. Aio, qd c. est Bimediale secundum & ipsi b. commensurabile. Sit enim ipsius a. quadrato d. quod rationale erit, atque ipsius b. quadratum sit e. quod, per quinquagesimam octauam huius, erit Binomium tertiu: Deinde d. multiplicans e. faciat ipsam f. eritq; f. per præcedentē, binomiū tertiu. Sed per corollariū. 11^o huius f. quadratum est ipsius c. ergo per 57^a huius c. radix ipsius f. binomij tertij, erit bimediale secundum, qd fuit propositum. Eadem penitus argumentatione vteris pro reliquis irrationalium generibus, tam bimembribus, quàm residualibus. Sed in residualibus, pro quinquagesima octaua, & 57 citabis sexagesimam primam, & sexagesimam, quæ de residuis loquuntur: itaque constat veritas propositionis.

PRO-



LIBRI SECVNDI, PARS II. 147

PROPOSITIO. 64^a.

Omnis quantitas commensurabilis cupiam ex irrationalium ordine, est eiusdem generis irrationalis. Et habet eidem proportionalia & commensurabilia nomina. Esto à quantitas, quæpiam, vel potentia tantum rationalis, vel medialis, vel bimēbris, siue residualis: ipsiq; a. commensurabilis esto b. Aio, quod b. est eiusdem generis irrationalis, cuius a. Diuidatur enim b. in ipsam a. & proueniat c. eritque per 51^a huius c. rationalis. Cum verò quotiēs in diuisorem producat diuisum, iam c. multiplicans a. facit ipsam b. Rationalis autem c: Igitur per 49^a huius, si a. sit unimembris quantitas, si bimembris, vel residualis, per præcedentem, erit b. eiusdem generis, cuius a. & eidem commensurabilis: quod est propositum. Quod autem b. habeat nomina proportionalia & cōmensurabilia nominibus ipsius a. constabit, si qua secatur a. eadem rōne in mēbra secetur & b. qđ erat propositionis reliquū.

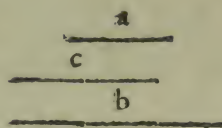
PROPOSITIO. 65^a.

Omnis quantitas irrationalis diuisa per quamuis rationalem, exhibet in quotiente quantitatem sibi cognominem & commensurabilem. Exempli gratia, b. quantitas irrationalis, siue unimembris, siue bimembris, siue residualis, diuidatur per c. rationalem, & proueniat a. Dico, quod a. est eiusdem generis, cuius b. & ipsi commensurabilis. Nam cum diuisor in quotiētem producat diuisum: iam c. in a. ducta, faciet ipsam b. Ducatur igitur c. in ipsam d. sibi æqualem, & producat ipsam e. eritque e. rationalis: & per primam sexti, sicut d. ad a. sic e. ad b. Et permutatim, sicut d. ad e. sic a. ad b. Commensurabilis autem est d. ipsi e. quoniam vtraque rationalis. Igitur per 48^a huius, & a. commensurabilis ipsi b. quare, per præcedentem, erit & a. eiusdem generis, cuius ipsa b. supponebatur. quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO 66^a.

Omnes duæ quantitates inuicem commensurabiles coniunctæ, conficiunt eiusdem generis quantitatem & sibi commensurabile. Sunto a b. quantitates inuicem commensurabiles: Aio, quod totum a b. erit quantitas eiusdem generis, & vtrique ipsarum a b. commensurabilis. Quod enim a b. totum ipsis a b. singulis est commensurabile, constat, per quadagesimam sextam huius. Quod autem eiusdem generis cum ipsis. constat per præmissam sexagesimam quartam: constat ergo totum propositum.

FF 2 COROL.



Vnde manifestum est, quod aggregatum ex quocunque quantitatibus inuicem commensurabilibus, est singulis partibus commensurabile & eiusdem generis cum eisdem.

PROPOSITIO 67^a.

Omnis quantitas potentialiter commensurabilis alicui ex irrationalibus, est eiusdem generis quantitas. Sit exempli gratia, quantitas a. bimediale secundum: sitq; ipsa a. potentialiter commensurabilis ipsa b. Aio, quod b. est etiam bimediale secundum. Sinto enim quadrata ipsius a. ipsa c. atque ipsius b. ipsa d. Eritque, per 58^a huius, c. binomium tertium: commensurabilis autem est per hyp. ipsi c. ipsa d. Igitur per 64^a huius d. binomium tertium est. Sed ipsius d. radix ipsa b. est. Ergo, per 57^a b. bimediale secundum erit. quod fuit demonstrandum. Similiter in ceteris irrationalibus, tam bimebribus, quam residualibus constabit propositum.

PROPOSITIO 68^a.

Omnis quantitas potentia rationalis multiplicans aliquam ex irrationalibus, producit eiusdem generis quantitatem. Exempli gratia, a. quantitas potentia rationalis multiplicet b. bimediale secundum, & producat c. Aio, quod c. est bimediale secundum. Nam, per diffin. multiplicationis, sicut est a. multiplicans ad positam rationalem, sic c. productum ad b. multiplicatam. Sed a. potentialiter commensurabilis est positae rationali, per hyp. igitur per 48^a huius & c. ipsi b. potentialiter commensurabilis est. Cumq; b. sit bimediale secundum, erit, per precedentem, & c. bimediale secundum. quod fuit ostendendum. Non aliter in singulis ceteris vtriusque ordinis irrationalibus constat propositum.

PROPOSITIO 69^a.

Omnis quantitas irrationalis diuisa in quantitatem potentia rationalem, exhibet in quotiente quantitatem sibi cognominem. Exempli gratia, quantitas a. potentia tñ rationalis, diuidat b. bimediale primum, & proueniat c. aio, qd c. est bimediale primum. Nam per diffin. diuisionis, sicut est diuisor ad positam rationalem, sic est b. diuisa, ad c. quotientem. Sed a. potentialiter commensurabilis est positae rationali per hypotesin: ergo & b. potentialiter commensurabilis est

LIBRI SECVNDI, PARS II. 149

est ipsi c. per 48^a huius. Sed b. bimediale primum. Igitur vt c. bimediale primum per 66^a præmissam. quod fuit ostendendum. Et eodem syllogismo per singula irrationalium genera repetito, constat propositum.

PROPOSITIO 70^a.

Dux quantitates bimembres eiusdem generis inuicem commensurabiles, per ordinem sex irrationalium sumptæ, inter se multiplicatæ, producant singulas binomij species. Quod 58^a propositio de quadrato, hæc de producto irrationalium concludit. Sunt, exempli gratia, a b. singulæ quantitates bimedialia secunda, inuicem commensurabilia. Quarum punctum sit c. aio, quod c. est binomium tertium. Sit enim ipsi æqualis quantitas d. & ex a. in d. fiat e. Eritq; e. quadratum ipsius a. & perinde binomium tertium per 58^a huius. Et quoniam, per primam sexti, sicut b. ad d. sic c. ad e. & ipsa b. ipsi d. per hyp. commensurabilis est. idcirco, per 48^a huius, & c. ipsi e. commensurabilis erit: Sed e. binomium tertium: ergo, per 64^a & c. binomium tertium est. quod fuit demonstrandum. Quod si a b. ponantur binomia commensurabilia, erit e. binomium primum. Si autem a b. bimedialia prima commensurabilia: hinc e. binomium secundum. Si maiores, binomium quartum. Si potentes rationale ac mediale, binomium quintum: si potentes duo medialis, binomium sextum esse demonstrabitur: sicut propositio concludit.

$$\begin{array}{r} \text{a} \\ \hline \text{b} \\ \hline \text{c} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{d} \\ \hline \text{e} \end{array}$$

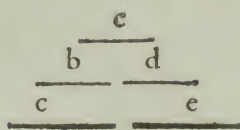
PROPOSITIO 71^a.

Dux quantitates residuales eiusdem generis inuicem commensurabiles, per ordinem sex generum sumptæ, inter se multiplicatæ, producant singulas residui species. Quod 61^a propositio de quadrato, hæc præsens de producto residualium concludit. Itaque sicut præcedens ostensa est per 58^a & 48^a & 64^a, ita præsens propositio per 61^a 48^a & 64^a eodem processu & descriptione demonstrabit.

PROPOSITIO 72^a.

Dux quantitates bimembres eiusdem generis potentialiter inuicem commensurabiles, inter se multiplicatæ, producant binomia. Exempli gratia, sunt a. & b. bimedialia secunda potentialiter inter se commensurabilia, & ex a. in b. fiat c. aio, quod c. binomium est. Ponatur enim d. ipsi æqualis, & ex a.

F f 3 in d.



in d. fiat e. quod per 58^a erit binomium. Verum per primam sexti, sicut b. ad d. sic c. ad e. & b. commensurabilis potentialiter ipsi d. igitur, per 48^a & c. commensurabilis potentialiter ipsi e. Sed e. binomium: ergo, per 67^a huius, c. binomium erit: quod fuit ostendendum. Similiter siue a b. sint binomia, siue binomialia prima, siue ex tribus generibus reliquis esse supponantur, semper c. binomium demonstrabitur.

PROPOSITIO 73^a.

Dux quantitates residuales eiusdem generis inuicem potentia commensurabiles, inter se multiplicatae, residuum producant. Exempli gratia, a. & b. residua medialia secunda inuicem potentialiter commensurabilia: & ex a. in b. fiat c. Aio, qd c. residuum est. Ostenditur hæc omnino sicut præcedens: hoc excepto, quod pro 58^a, citanda est 61^a, quippe quæ de residualibus agit.

PROPOSITIO 74^a.

Omne binomium in Residuum eorundem nominum multiplicatum, producit quantitatem rationalem. Est binomium, cuius maius membrum a b. minus verò b c. Mox ipsi c b. æqualis esto b d. eritque ad residuum eorundem nominum, hoc est excessus eorundem membrorum. Itaque ostendendum est, quod si c a. binomium multiplicetur in a d. produceretur quantitas rationalis. Cum enim a c. sit aggregatum quantitatum duarum a b. b c. atque a d. sit differentia eorundem, constatque per quintam secundi Elementorum, quod ex ductu aggregati radicum in differentiam eorum producatut differentia quadratorum: Iam illud, quod fuit ex a c. in ipsam a d. erit excessus, quo \square . ipsius a b. excedit quadratum ipsius b c. Verum, per diffin. binomij huiusmodi quadrata rationalia sunt; igitur talis excessus rationalis est. Quare rationale est, quod fit ex a c. in a d. quod fuit demonstrandum.

PROPOSITIO 75^a.

Omne binomium in Residuum proportionalium & commensurabilium nominum multiplicatum, producit quantitatem rationalem. Sunt duo binomia & residuum a. & b. quorum nomina maius maiori, & minus minori proportionalia sint

LIBRI SECVNDI, PARS II. ISI

sint & cōmensurabilia, & ex ductu a.in b.fiat c.Aio,quòd c. rationale est. Ponatur ipsi binomio aequalia nomina habens d. residuum: & ex a. in d. fiat e. quòd per præcedentem erit rationale. Cum autem b d. sicut residua proportionalium & commensurabilium nominum, erunt b d. inter se commensurebilia: sed per primam sexti, sicut b.ad d. sic c. ad e. Igitur per quadragesimam octauam huius, c. commensurabilia ipsi e. Cumque e. sit rationalis,erit & c. rationalis. Sicut demonstrandum fuit.

$$\begin{array}{r} \text{a} \\ \text{b} \quad \text{d} \\ \hline \text{c} \quad \text{e} \end{array}$$

PROPOSITIO 76^a.

Si Binomium multiplicans aliquam quantitatem, produxerit quantitatem rationalem: multiplicata quantitas residuum est, cuius nomina proportionalia, & commensurabilia sunt binomii nominibus. Binomium a. multiplicet b. quantitatem, & producat c.rationalem. Aio,quòd b.Residuum,est cuius nomina proportionalia sunt & commensurabilia ipsius a. binomij nominibus. Ponantur enim d. Residuum eorundem nominum, siue commensurabilium, & proportionalium cum nominibus a. binomij. & ex a.in d. fiat e. eritque per præcedentem, vel ante præmissam ipsa e.Rationalis. Sed per primam sexti, sicut c.ad e. sic c.ad d. commensurabilis: est autem c. ipsi e. quia sunt rationales. Ergo per quadragesimam octauam huius, b.commensurabilis ipsi d. Fuit autem d. residuum: igitur per 64^a & b.residuum & commensurabilium nominum ipsi d. Sed nomina ipsius d. commensurabilia nominibus ipsius a. binomij, & proportionalia: itaq; & ipsius b.residui erunt eisdem commensurabilia & proportionalia: quod fuit demonstrandum.

$$\begin{array}{r} \text{a} \\ \text{b} \quad \text{d} \\ \hline \text{c} \quad \text{e} \end{array}$$

PROPOSITIO 77^a.

Si Residuum multiplicans aliquam quantitatem fecerit quantitatem rationalem, multiplicata quantitas binomium est, cuius nomina proportionalia sunt, & commensurabilia residui nominibus. Hæc in eadem omnino descriptione, & eodem processu demonstratur: Hoc excepto, quòd ubi ponebatur binomium, ponatur residuum, & è contrario.

PROPOSITIO 78^a.

Omnis rationalis quantitas diuisa in binomium, exhibet in quo tiente residuum, cuius nomina commensurabilia sunt, & proportionalia ipsius binomij nominibus. Exempli gratia, rationalis quantitas c. diuidatur per a. binomium, & proueniat b. Aio, quòd b. residuum est, cuius nomina commensurabilia sunt & proportionalia ipsius a. binomij nominibus. Nam cùm diuisor a. in quotientem b. producat diuisam c. sitque binomium, & c. rationalis: iam, per 76^a præcedentem, b. residuum erit nominum commensurabilium & proportionalium ipsius a. binomij nominibus. quod est propositum.

$$\begin{array}{r} a \\ \hline b \\ \hline c \end{array}$$

PROPOSITIO 79^a.

Omnis rationalis quantitas diuisa in residuum, exhibet in quo tiente binomium, cuius nomina incommensurabilia sunt & proportionalia ipsius residui nominibus. Sicut præcedens per 76^a præmissam, ita præsens per 77^a demonstratur.

PROPOSITIO 80^a.

Binomia, quarum radices habent inuicem proportionalia & commensurabilia nomina, sortiuntur quoque proportionalia inter se & commensurabilia nomina. Sint, exempli gratia, a b c. d e f. binomia tertia, quorum maiora membra a b. d e. minora verò b c. e f. deinde sumantur horum binomiorum radices. sitque ipsi⁹ a b c. radix g h k. & ipsius d e f. radix l m n. per 57^a huius eruntque per eandem g h k. l m n. bimedialia secunda: Sint ergo talium bimedialium membra, maiora quidem g h. l m. minora verò h k. m n. Et supponatur ut g h. ipsi l m. Atque h k. ipsi m n. comparatum, proportionalia sint & commensurabilia. Dico hinc, quòd & binomiorum a b c. d e f. ipsum membrum a b. ipsi d e. atque ipsum b c. ipsi e f. comparatum, proportionalia sunt & commensurabilia; quod sic ostenditur. Quoniam quantitas g k. l n. habent membra commensurabilia, & proportionalia, maius maiori, & minus minori, erunt coniunctim & totum toti proportionalia, & per quadragesimam octauam huius, commensurabilia. Igitur, per quinquagesimam secundam huius, ipsorum g h. l n. quadrata, scilicet, a c. d f. erunt sicut numerus quadratus ad numerum quadratum inter se, & ideo commensurabilia: & idcirco per sexagesimam

$$\begin{array}{r} a \quad b \quad c \quad d \quad e \quad f \\ \hline g \quad h \quad k \quad l \quad m \quad n \end{array}$$

gesimamquartam huius, habebunt membra inuicem proportionalia & commensurabilia, scilicet a b. ipsi d e. atque b c. ipsi e f. quod est propositum. Similiter in ceteris binomiis, & eorum radicibus constabit id, quod demonstrandum proponitur.

PROPOSITIO 81^a.

Residua, quorum radices habent inuicem proportionalia & commensurabilia nomina, sortiuntur etiam proportionalia inter se et commensurabilia nomina. Quod in præcedenti de binomiis eorumque radicibus, quæ sunt bimembres quantitates, ostensum fuit: hic similiter penitus demonstrabitur de residuis, eorumque radicibus, quæ sunt Residuales quantitates. Quandoquidem eadem sunt Residualium, quæ Bimembrium nomina; quæ coniuncta, bimembres; ablata vero minus à maiori residuales quantitates faciunt.

PROPOSITIO 82^a.

Omnis irrationalis bimembris quantitas multiplicans residualem quantitatem eorundem, siue proportionalium & commensurabilium nominum, producit quantitatem potentia rationalem, & quandoque rationalem. Sunt, gratia exempli, a. bimediale secundum: & b. residuum mediale secundum eorundem, siue proportionalium & commensurabilium inuicem membrorum: multiplicet autem ipsa a. ipsum b. & producat c. Aio, quod c. est potentialiter rationalis, siue quandoque simpliciter rationalis. Quod sic patet. Sit ipsius a. quadratum d. & ipsius b. quadratum e. Eritque per 58^a huius, d. binomium tertium. Atque e. residuum tertium per 61^a fiat: ergo ex d. in e. quantitas f. Et quoniam a b. habent per hyp. proportionalia & commensurabilia inuicem nomina: iam eorum quadrata d e. per præcedentem & antepremissam habebunt inter se proportionalia & commensurabilia nomina. Quamobrem, per 74^a, vel 75^a huius, d. binomium multiplicans e. binomium, producit quantitatem rationalem. Igitur f. rationalis est, & ideo c. quæ per corollarium 11^o huius, est radix ipsius f. potentialiter rationalis est. Et si f. fuerit quadratus numerus, tunc & c. magnitudine rationalis erit. quod fuit demonstrandum. Similiter id ipsum

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cc}
 a & b \\
 \hline
 \end{array} \\
 \begin{array}{cc}
 & c \\
 \hline
 \end{array} \\
 \begin{array}{cc}
 d & e \\
 \hline
 \end{array} \\
 \begin{array}{cc}
 & f \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}$$

154 ARITHMETICORVM

sum de quauis binembri quantitate, suaque residuali ostendetur sicut proponitur.

PROPOSITIO 83^a.

Si binomium secetur per Residuum proportionalium & commensurabilium nominum, proueniet ex diuisione Binomium primum. Esto a. residuum. b. verò binomium: quorum nomina nominibus proportionalia & commensurabilia, maius maiori, & minus minori. Secetur autem b. in ipsum a. & proueniat c. Aio, quòd c. binomium primum erit. Ponatur enim d. binomium, cuius nomina ipsius a. residui nominibus, singula singulis sint æqualia: & ex d. in a. proueniat e. eritque per septuagesimamquartam harum, e. rationalis. Item ex d. in b. fiat f. eritque, per septuagesimā præmissam f. binomium primum: quandoquidem d. b. sunt binomia inuicem commensurabilia. Cumque per primam sexti, sicut a. ad b. sic e. ad f. iam idcirco, si secetur f. in e. proueniat c. quæ proueniebat ex diuisione ipsius b. in a. Verum e. rationalis fuit, atque f. binomium primum: igitur & c. per sexagesimamquintam huius, binomium primum erit. quod erat demonstrandum.

$$\begin{array}{r} \text{d} \\ \hline \text{a} \quad \text{q} \\ \hline \text{c} \\ \hline \text{e} \quad \text{f} \\ \hline \end{array}$$

PROPOSITIO 84^a.

Si residuum secetur per binomium proportionalium & commensurabilium nominum, proueniet ex diuisione residuum primum. Hæc præsens ostenditur similiter per eadem, sicut præmissa: sed ubi in præmissa ponitur residuum, hic ponatur binomium, & è contrario: & pro 70^a citetur 71^a, quæ loquitur de residualibus. Quibus exceptis descriptio est eadem.

PROPOSITIO 85^a.

Si qualibet binembris quantitas secetur per residualem quantitatem proportionalium & commensurabilium nominum, proueniat ex diuisione tali Binomium. Exempli gratia, sit a. Residuū mediale secundum atque b. binomiale secundum proportionalium inuicem, & commensurabilium membrorum. Deinde secetur b. in ipsum a. & proueniat c. Aio, quòd c. binomium erit. Sunt enim ipsorum a. b. quadrata d. e. eritque per 61^a d. residuū tertium, & per 58^a e. binomium tertium: per 80^a & 81^{am} præmissas proportionalium & commensurabilium nominum. Itaque secetur e. in d. & proueniat f. eritque per ante-

$$\begin{array}{r} \text{d} \quad \text{e} \\ \hline \text{a} \quad \text{b} \\ \hline \text{c} \\ \hline \text{f} \\ \hline \end{array}$$

LIBRI SECVNDI, PARS II. 155

antepræmissam f. binomium primum. Sed per corollar. 11^o huius, ipsius f. radix est c. igitur per 57^a huius c. binomium est, quod est propositum. similiter, si a. quæcunque residualis, & b. eius bimembris quantitas proportionalium & commensurabilium membrorum supponatur, semper c. binomium erit. Sicut demonstrandum proponitur.

PROPOSITIO 86^a.

Si qualibet residualis quantitas secetur per bimembrem quantitatem proportionalium & commensurabilium nominum: proveniet ex divisione tali residuum. Ostendetur hæc non aliter, quàm præcedens. Sed ubi in præmissa proponitur residualis quantitas, hic ponatur bimembris, & è contrario: & pro 82^a & 57^a citandæ sint, 83^a & 60^a, & descriptio maneat eadem.

PROPOSITIO 87^a.

Impossibile est, binomium alibi, quàm in suo puncto dividi, servata membrorum diffinitione. Est binomium constans ex membris a b. maiori, b c. minori, ut diffinitio exigit. Aio, quod impossibile est ipsum a c. binomium alibi, quàm in puncto b. secari, utpote in puncto d. ita ut a d. d c. membra sint rationalia & potentialiter tantum commensurabilia. Quod sic constat. Sit binomium a c. primum, secundum, quartum, vel quintum: in quo una portio a b. b c. rationalis est: & tunc, si punctum d. fuerit in portione rationali, erit iam portio a d. rationalis: sed d c. bimembris, nam constabit ex d b. rationali, & b c. potentialiter tantum rationali: non igitur erit d c. potentia rationalis, ut postulat binomij diffi. Si verò punctum d. fuerit in portione b c. potentia tantum rationali: cogetur aduersarius facere ipsam a d. rationalem: Vnde b d. rationalis erit, cum a b. sit per hyp. rationalis. Sed b c. potentia tantum rationalis: ergo d c. residuum, & nequaquam potentia rationalis. Hoc autem pro binomij primo ac quarto, in quibus portio maior a b. rationalis supponitur. Pro secundo aut ac 5^o in quibus b c. portio minor rationalis supponitur transferes syllogismum. Pro tertio autem & sexto binomij, in quibus utraque portio potentialiter tantum rationalis est, sic procedam.

Ponantur

a d b d c

a d b c

c h f g

a d b d c

a d b c

e h f g

156 ARITHMETICORVM

Ponantur membrorum a b. bc. quadrata simul sumpta conficere quantitatem e f. duplum autem eius, quod fit ex a b. in b c. fit quantitas fg. Vnde per quartam secundi Elementorum, totum e g. erit quadratum ipsius a c. vnde, cum a c. fit binomium, erit, per 58^a huius, e g. binomium primū. Itaque si a b c. binomium suscipit in alio, quā b. puncto, vt in d. diuisionem: tunc aggregatum quadratorum a d. d c. sit e h. eritque reliquum h g. duplum eius, quod ex a d. in d c. Cumque ex demonstratione 58^a huius, e h. h g. sint membra ipsis e g. binomij: sequetur, vt ipsum e g. binomium primum secetur in alio, quā f. puncto: quod dudum impossibile ostensum fuit. Quæ demonstratio non solum pro tertio, & sexto, sed etiam pro ceteris inseruit binomij.

PROPOSITIO 58^a.

a d b c

 c h f g

Impossibile est, quamlibet ceterarum quinque bimembrum quantitatem alibi quā in suo termino distingui, seruata diffinitione. Quod de binomio præmissa concludit, hoc præfens de bimediali primo, secundo, cæterisque tribus irrationalibus proponit. Sit in exemplum a b c. bimediale secundum: cuius maius membrum a b. minus autem b c. Aio, quod impossibile est ipsum a c. bimediale secundum, alibi quā in puncto b. vt pote in puncto d. ita secari, vt a d. d c. portiones sint eiusdem diffinitionis, cuius erant ipse a b. b c. Quod sic constat. Ponatur ipse a b c. bimedialis secundi quadratum e f g. ita, vt e f. sit cumulus ex quadratis a b. b c. & fg. duplū producti ex a b. in b c. eritque ex demonstratione 58^a huius, e g. binomium tertium, cuius membra e f. fg. Quod si a b c. bimediale secundum alibi quā in b. puncto, vt in d. patitur diuisionem: tunc per 57^a ponetur aggregatum ex quadratis a d. d c. ipsum e h. & residuum fg. duplum eius, quod ex a b. in b c. ita vt ipsum e g. binomium tertium alibi, quā in f. puncto in membra suæ diffinitionis distinguatur, quod, per præcedentem, est impossibile. Et perinde impossibile erit ipsum a b c. bimediale secundum alibi quā in b. puncto distingui. quod fuit propositum. Quod & de reliquis residualibus similiter constabit.

PROPO-

PROPOSITIO 89^a.

Impossibile est residuum esse excessum aliorum, quàm suorum membrorum, servata eius diffinitione. Sunt residui mēbra, maius quidem a b. minus verò b c. ita ut eorum excessus c a. sit ipsum residuum. Aio igitur, quòd a c. non potest esse excessus aliorum membrorum quàm a b. b c. ita ut membra talia sint rationalia, & potentialiter commensurabilia. Sint enim, si possibile est, talia membra a d. d c. ut eorum excessus sit dictum a c. residuum. Et tunc si maius membrum a d. sit rationale, sicut in primo, vel quarto residuo, cum & a d. ut supponitur, rationale sit; erit eorum differentia b d. rationalis: verum b c. potentia tantum rationalis per diffinitionē binomij primi vel quarti. Igitur d c. binomium est, non autem potentia rationalis, quod est supposito contrarium. Astruitur ergo propositum. Quòd si minus membrum b c. sit rationalis, ut in secundo, & quinto residuo, tunc rursus b d. rationalis: sed a b. potentia tantum rationale, per diffin. secundi, vel quinti binomij: ergo a d. binomium, non potentialiter rationalis est. Quod supposito contradicit. Constat igitur proposita impossibilitas: & hoc, quando a d. ponitur maior, quàm a b. Quando verò minor, scilicet cum punctum d. ponitur inter puncta b c. tunc arguetur similiter, vel a d. vel d c. esse residuum: quod similiter supposito aduersarij refragatur. Sic quo ad primum, secundum, quartum, & quintum residuum, constat propositum. Quo ad tertium verò, sextumque residuum, sic procedam. Ponam e f. aggregatum ex quadratis ipsarum a b. b c. Item f g. duplum eius, quod sit ex a b. in b c. Eritque per quinquagesimam nonam huius, e g. quadratum ipsius a c. siue, quod idem est, a c. radix ipsius e g. Cumque a c. sit tertium, vel sextum residuum, erit, per sexagesimam primam e g. residuum primum. Itaque, si a c. residuum sit per alia, quàm a b. b c. membra, utpote per a d. d c. tunc aggregatum ex quadratis ipsorum a d. d c. sit e h. duplum verò eius, quod ex a d. in d c. sit h g. Cumque ex demonstratione sexagesimæ primæ, tunc ipsius e g. residui primi membra sint e h. h g. sequitur, ut ipsum e g. residuum primum constet per excessum aliorum

$$\begin{array}{cccc} a & c & d & b & d \\ \hline e & g & f & h \end{array}$$

aliorum, quàm e. f. g. membrorum: quod dudum impossibile fuit ostensum. Quæ demonstratio non solum tertio & sexto, sed etiam cæteris residuis vsu venit. Sic constat penitus, quod proponitur.

PROPOSITIO 90^a.

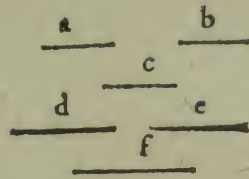
a	c	b d
e	g	f h

Impossibile est quamlibet cæterarum quinque residualium quantitatum esse excessum aliorum, quàm suorum membrorum, seruata diffinitione. Quod præmissa de Residuo conclusit, hæc præsens de residuo mediali primo, secundo, cæterisque tribus residualibus quantitatis proponit. Vt si sit, exempli gratia, Residuum mediale secundum, cuius nomen maius a b. minus verò b c. ita ut residuum ipsum mediale secundum sit a c. Atque igitur, quòd a c. non potest esse excessus aliorum, quàm a b. b c. membrorum, ut puta ipsorum a d. d c. ita ut a d. d c. habeant cōditiones diffinitionis ipsius medialis, quas habent a b. b c. Si enim hoc possibile est: tunc aggregatum ex quadratis ipsorum a b. b c. sit e f. duplum verò eius, quod sit ex a b. in b c. sit f g. Eritque per 59^a huius a c. radix ipsius e g. Cumque a c. sit residuum mediale secundum, erit, per sexagesimam primam e g. Residuum tertium. Itaque si a c. residuum mediale secundum esse potest excessus aliorum, quàm a b. b c. ut pote ipsorum a d. d c. membrorum: tunc aggregatum ex quadratis ipsorum a d. d c. duplum verò eius, quod ex a d. in d c. sit g h. Eruntque ex demonstratione sexagesimæ primæ tunc ipsius e g. residui tertij membra e h. h g. Quare sequetur, ut ipsum e g. Residuum tertium fiat per excessum aliorum, quàm e f. f g. membrorum: quod per præcedentem impossibile est. Et perinde impossibile erit ipsum a c. Residuum mediale secundum esse aliorum quàm a b. b c. priorum membrorum excessum, seruatis diffinitionis conditionibus. quod fuit demonstrandum. quæ demonstratio similiter ad reliquas residuales quantitates transfertur. Sic constat penitus propositum.

PROPOSITIO 91^a

Omnis medialis quantitas multiplicans aliquam irrationalem de numero sex generum siue bimbrem siue residualē producit

ducit omnino aliquam de numero earundem. Exempli gratia: a. quantitas medialis multiplicet ipsam b. maiorem, & faciat c. Aio, quod c. est vna sex generum, quibus adnumeratur Maior, videlicet aut binomium, aut bimediale primum, aut secundum, & cætera. Ponatur enim ipsius a. quadratū d. quod erit potentia rationale, per diffinitionem Medialis. Sit etiam ipsius b. quadratum e. quod per quinquagesimam octauam huius erit binomium quartum. Itaque ipsa d. multiplicet ipsam e. & proueniat f. eritque f. per 68^a harum binomium. Sed per corollarium vndecimę huius f. est quadratum ipsius c. Igitur per quinquagesimam septimam huius c. radix ipsius f. binomij erit vna ex irrationalibus bimembribus sex generum, quod fuit demonstrandum. Similiter si b. ponatur binomium, aut bimediale vtrumlibet, aut altera ex duabus reliquis; semper f. ostendetur esse binomium: & perinde c. vna sex generum bimembrium. Non aliter pro residualibus argumentaberis: sed pro 58^a citabis sexagesima prima: & pro quinquagesima septima citabis sexagesimam, quæ de residualibus agunt. Quum ob rem si posuisses b. Minorem, aut quolibet cæterarum quinque residualium, ostendisses f. esse residuum: & perinde c. vnum ex residualium generum numero quemadmodum demonstrandum proponitur.

PROPOSITIO 92^a.

Omnis medialis quantitas diuidens aliquam ex irrationalibus, siue bimembribus, siue residualibus, præstat in quotiente aliquā de numero eorundem. Hæc similiter omnino demonstratur sicut præmissa: verum, loco sexagesimæ octauæ citabis sexagesimam nonam, quæ loquitur de diuisione. Et pro corollario vndecimæ adduces corollarium duodecimæ, & pro multiplicatione vtere diuisione, sicut proponitur.

PROPOSITIO 93^a.

Omnis quantitas secundo quadrato commensurabilis alicui irrationali siue de numero bimembrium, siue residualium, est etiā vna de numero earundem. Exempli gratia, sit a. Bimediale primum: & quantitas b. ipsi a. commensurabilis in quadrato secundo. Aio, quod b. est etiam vna sex generum, ex quibus bimediale primum. Sit em̄ ipsius a. quadratum c. & ipsius b. quadratum

quadratum d. Eruntque c.d. potentialiter commensurabiles, quandoquidem earum quadrata sunt secunda quadrata ipsarum a.b. per hyp. commensurabilia. Sed c. binomium secundum est, per quinquagesimam octauam haurum: ergo & per sexagesimam septimam binomium erit. Quare ipsius d. radix ipsa b. per quinquagesimam septimam, erit aliqua sex bimembrum, quod erat demonstrandum. Similiter si a. ponatur binomium, vel bimediale secundum, vel aliqua ex tribus reliquis: semper d. binomium esse arguetur, & perinde b. vna sex generum, in quibus binomium numeratur. Eodem syllogismo vteris pro residualibus, dum loco quinquagesimæ octauæ citetur sexagesima prima, & loco quinquagesimæ septimæ vocetur sexagesima, quæ de residualibus loquitur, sicut in antepremissa.

PROPOSITIO 94^a.

Omnis irrationalis quantitas siue de numero sit bimembrum siue residualium, non solum magnitudine ac potentia irrationalis est, hoc est, quo ad primum quadratum; sed etiam quo ad secundum, quo ad tertium, & quo ad sequentia in infinitum quadrata: Nam, quo ad binomium primum, secundum, quartum, & quintum, in quibus vna portionum rationalis, reliqua irrationalis est, patet propositum: cum enim partes sint inter se incommensurabiles, erit per quadragesimam septimam huius, tam congeries, quam excessus incommensurabilis toti, & perinde totum irrationale: & quoniam excessus incommensurabilis partibus, erit & excessus etiam irrationalis: Quo fit, ut tam binomium, quam residuum primum, secundum, quartum, & quintum irrationale sit. Sed pro binomio tertio, & sexto, suoque residuo, ac præ cæteris bimembrum, aut residualium generibus sic procedam. Sit a. bimediale primum, aio, quod a. irrationale est magnitudine. Exponatur enim eius quadratum b: quod per quinquagesimam octauam huius, erit binomium secundum: sed binomium secundum dudum irrationale fuit. Igitur a. potentia irrationalis est: quare & magnitudine per postremum corollarium quinquagesimæ tertie huius. Et similiter faciam de cæteris generibus tam bimembris, quam residualibus: loco tamen quinquagesimæ octauæ adducta 61^a. Quod autem omnis tam bimembris quam residualis quantitas,

a
b
c
d

LIBRI SECVNDI, PARS II. 161

quantitas sit potentialiter in infinitum irrationalis, constabit sic. Sit talis quantitas a. eius quadratum b. eiusdem quadratum secundum c. eius quadratum tertium d. & deinceps in infinitum. Quando igitur quantitas a. bimembris est, tunc per quinquagesimam octavam b. erit binomium, atque c. & d. ceteraque in infinitum quadrata semper binomia prima. Quæ cum irrationalia sint, constat propositum. Quando verò quantitas a. residualis supponitur, tunc per sexagesimam primam b. erit residuum. Inde autem c. & d. & sequentia semper quadrata residua prima, & perinde irrationalia, quemadmodum demonstrandum proponitur.

PROPOSITIO 95^a.

Binomium & residuum non solum inter se magnitudine, sed etiam primo, secundo, & omni deinceps in infinitum quadrato incommensurabilia sunt. Sit a. quodvis binomium. b. autem quodlibet residuum. Aio, quod a b. & simpliciter, & potentialiter in infinitum incommensurabilia sunt. Nam si b. ipsi a. commensurabilis esset, cum a. sit binomium, esset & b. binomium per sexagesimam quartam huius: quod est contra hyp. Non sunt igitur a b. commensurabiles, sed incommensurabiles. Deinde sunt ipsorum a b. prima quidem quadrata c d. secunda e f. & deinceps sequentia. Eruntque per quinquagesimam octavam & sexagesimam primam huius, c. binomium, d. autem residuum primi ordinis. Et similiter e. binomium, & f. residuum eiusdem ordinis, quæ sunt inuicem, hoc est, tam c d. quam e f. & deinceps, incommensurabiles: quoniam scilicet binomium Residuo incommensurabile dudum ostensum est. Igitur potentia ipsorum a b. primæ, secundæ & sequentes incommensurabiles ad inuicem, sicut proponitur.

$\frac{a}{c}$	$\frac{b}{d}$
$\frac{c}{e}$	$\frac{d}{f}$

PROPOSITIO 96^a.

Bimembris quantitas & residualis non solum inter se magnitudine, sed etiam potentialiter in infinitum incommensurabiles sunt. Sit a. quæcunque bimembris, b. verò qualibet Residualis. Aio, quod a b. incommensurabiles ad inuicem sunt: secus enim per sexagesimam quartam huius, essent eiusdem generis: quod est contra hypothesim. Deinde sint ipsarum a b. quadrata prima c d. secunda e f. & deinceps: eruntque per quinquagesimam octavam, & sexagesimam primam c.

G g binomium,

$$\begin{array}{r} a \\ \hline c \\ \hline e \end{array} \quad \begin{array}{r} b \\ \hline d \\ \hline f \end{array}$$

binomium, & d. residuum : item e. binomium primum, & f. residuum primum : igitur, per præcedentem, tā ipsa c d. inter se, quàm e f. inter se, & deinceps sequentia inter se, incommensurabilia sunt. Quare ipsorum a b. tam primæ, quàm secundæ, quàm sequentes in infinitum potentia sunt incommensurabiles, sicut demonstrandum proponitur.

COROLLARIUM.

Manifestum est igitur, quod sicut omnis bimembris de numero sex generum quantitatis, primum quadratum est binomium : secundum verò, tertium & omne sequens in infinitum, semper est binomium primum : ita omnis residualis ex alio senario quantitatis primum quadratum residuum : secundum verò, tertium & quocunque deinceps, semper est residuum primum. Quod non est parua admiratione dignum.

PROPOSITIO 97.

$$\begin{array}{r} d \quad f \quad e \\ a \quad k \quad l \quad b \quad c \quad g. \\ \hline m \quad n \quad h \end{array}$$

Quadrata portionum irrationalis lineæ bimembris, quæ maior appellatur, sunt binomium & residuum quartæ speciei. Constat hoc aperte in descriptione & theoria quinquagesimæ octavæ huius, quando a b c. est binomium quartum m n. est maior. fuit autem ibi a k. potentior quàm k l. in eo, quod sit ex a l. l b. hoc est, in quarta parte ipsius e f. hoc est, in quadrato, quod ex dimidio ipsius b c. quod dimidium incommensurabile est ipsi a k. quoniam eorum dupla, scilicet a b. b c. membra binomij sunt incommensurabilia : quo fit, ut a k. rationalis potentior sit, quàm k l. potentialiter tantum rationalis in quadrato radices sibi incommensurabilis : Atque ideo, per diffinitionem, a k l. sit binomium quartum ex membris a k. k l. constans : ut quæ l b. eorundem membrorum excessus sit residuum quartum. Erat verò a l. quadratum ipsius m. atque l b. quadratum ipsius n. quæ sunt membra maioris prædictæ, hoc est m. membrum maius : & n. membrum minus. Igitur quadrata talium membrorum, sunt binomium quartum, & residuum quartum. quod fuit demonstrandum.

COROL-

COROLLARIUM.

Vnde manifestum est, quod tales portiones, quę constitunt Maiorem, sunt etiam ipsę irrationales Maior, & Minor. Hoc est, magna portio est irrationalis, quę Maior appellatur: parua verò portio, irrationalis, quę Minor dicitur. Nam, cum quadratum magnę portionis sit binomium quartum, iam per quinquagesimam septimam ipsa magna portio erit irrationalis, quę Maior. Cumque quadratum parvę portionis sit residuum quartum: iam per sexagesimā, ipsa parua portio erit irrationalis, quę Minor. Atque hæc est causa, quod tales irrationales, Maior, & Minor vocantur: quoniam earum membra singula cadunt sub diffinitionem compositi: vnde & membra singula rursus in portiones homogeneas, & sic deinceps in infinitum (quod mirabile est) secantur.

PROPOSITIO 98.

Quadrata portionum Potentis Rationale, ac mediale sunt Binomium ac residuum aliquando quintę, aliquando sextę speciei. Nam in descriptione quinquagesimę septimę huius, quando $a b c$. est binomium quintum, tunc $m n$. est potens rationale ac mediale. Quadratum autem portionis m . est $a l$ quadratum autem portionis n . est $l b$. contigit autem $a l$ esse binomium quintum vel sextum. atque $l b$ esse residuum quintum, vel sextum: quod sit pater. Cum $a b c$. sit binomium quintum, iam $a b$. est rationalis potentia tantum, & idcirco $a k$. eius dimidium rationalis potentia tantum. Itaque si $k l$. sit rationalis, quod tunc contingit, cum $d f$ est numerus quadratus, & perinde g . ipsius $d f$. quarta pars numerus quadratus: tunc $a l$. est binomium quintum. Sit autem $k l$. sit potentia tantum rationalis, quando videlicet $d f$. & perinde ipsius quadrans g . non est numerus quadratus: Tunc $k l$. est binomium sextum: Et eodem modo variatur $l b$. de residuo quinto in sextum, cum sit excessus membrorum dicti binomij. Constat ergo propositum.

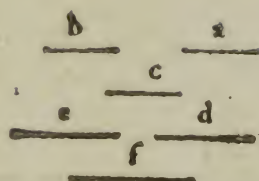
$$\begin{array}{rcccl}
 & & f & & c \\
 d & & & & \\
 \hline
 a & k & l & b & c & g \\
 \hline
 & m & n & & h
 \end{array}$$

PROPOSITIO 99^a.

Quadrata potentis duo medialia portionum sunt etiam binomium, etiam Residuum, quinque quinto & quinque sexte speciei. Hæc constat eodem penitus modo, quo præmissa in eadem quinquagesimæ sextæ descriptione.

COROLLARIUM.

Vnde manifestum est, quod tam potentis rationale ac mediale, quàm potentis duo medialia portiones sunt quæque potens rationale ac mediale: Atque cum rationali mediale potens: & quinque sunt Potens duo medialia: Atque cum mediâ mediale potens. Quod corollarium constat ex quinquagesima septima, & 60^a. & ex duabus præmissis.

PROPOSITIO 100^a.

Omnis quantitas potentia rationalis diuisa in binomium, exhibet in quotiente Residuum. Quantitas a. potentialiter rationalis diuidatur per binomium b. & proueniat c. Aio, qd c. residuum est. Sit enim quadratum ipsius a. quantitas d. quæ rationalis erit. Item, quadratum ipsius b. sit e. quod per quinquagesimam octauam huius, erit binomium primum. Deinde diuidatur d. per e. & proueniat f. quæ per septuagesimam octauam huius, erit residuum nominum commensurabilem nominibus ipsius e. & proportionalium, & perinde Residuum primum. Sed per corollarium duodecimæ huius f. est quadratum ipsius c. hoc est c. radix est ipsius f. Residui primi: igitur, per sexagesimam huius c. residuum est. Quod fuit demonstrandum.

PROPOSITIO 101^a.

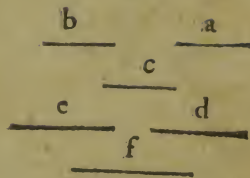
Omnis quantitas potentia rationalis diuisa in residuum, exhibet in quotiente binomium. Hæc propositio constat eo modo, quo præcedens. Ita ut loco binomij, Residuum; & pro Residuo, binomium ponatur; & pro septuagesima octaua citetur septuagesima nona: quandoquidem d. rationalis diuidenda est per e. Residuum primum. & pro quinquagesima octaua sumatur sexagesima prima, quæ loquitur de quadratis residualium.

P A O.

LIBRI SECVNDI, PARS II. 165

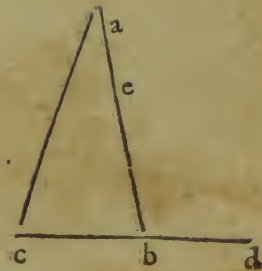
PROPOSITIO 102^a.

Omnis quantitas potentialiter rationalis, diuisa in binominalē, reddit in quotiente residualem correlatiuam: Diuisa verò in residualē, reddit in quotiente binominalem correlatiuam. Idemq; dicendum de quantitate simpliciter rationali. Exempli gratia, Quantitas a. rationalis simpliciter, siue tantum potentialiter, diuidatur per b. bimediale secundum, & proueniat c. aio, quòd c. erit residuum mediale secundum. Sit enim ipsius a. quadratum d. quæ rationalis erit: item ipsius b. quadratum e. quod per sexagesimam primam huius, erit binomium tertium. Deinde secetur d. per e. & proueniat f. Eritq; per septuagesimam octauam huius f. Residuum tertium. Sed per corollar. duodecimæ huius, c. radix est ipsius f. igitur per sexagesimam huius, c. erit Residuum mediale secundum: quod est propositum. Similiter pro cæteris binominalibus procedemus. Quòd si ponatur quantitas a. rationalis diuidi, exempli causa, per b. residuum mediale secundum, atque ex diuisione prouenire c. eodem modo ostendetur c. esse bimediale secundum: sed tunc, pro sexagesima prima citabitur quinquagesima octaua, & pro septuagesima octaua citabitur septuagesima nona, & pro sexagesima citabitur quinquagesima septima, vt suppositis congruit.

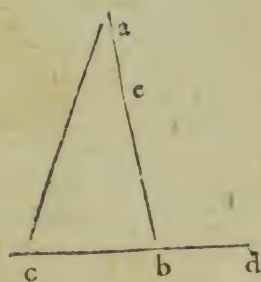


PROPOSITIO 103^a.

Omnis quantitatē secundum extremam, mediamq; rationem diuisa, utraque portio Residuum est, maior scilicet quantum, minor autem primum. Agam per lineas, à quibus argumentum transferri potest ad quoduis quantitatē genus. Ponatur Linea rationalis a b. quæ perpendicularis sit ad ipsam c b d. sitq; b c. dimidium ipsius a b. coniunctaque a c. ponatur ipsi a c. æqualis c d. & abscindatur de ipsa a b. ipsi b d. æqualis b e. Quod fieri potest: nam a b. b c. simul maius sint, quàm a c. hoc est quàm c d. Sit ergo per vndecimam secundi Elementorum, linea a b. secetur in puncto e. ita vt rectangulum b a. a e. æquale sit quadrato b e. & perinde a b. b e. e a. sint continue proportionales: hoc est, vt tota a b. ad maiorem portionem b e. talem habeat rationem, qualem ipsa b e. ad minorem portionem e a. Ostendendum itaque est, quòd existente a b. rationali b e.



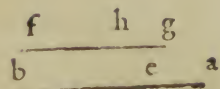
Gg 3 erit



erit Residuum quintum: & e a. Residuum primum, sic. Quoniam a b. dupla est ad b c. ideo quadratum ipsius a b. quadruplum erit ad quadratum ipsius b c. Sed per penultimam primi Elementorum, quadratum ipsius a c. æquale est quadratis a b. b c. simul sumptis. Igitur quadratum ipsius a c. & ideo ipsius c d. quincuplum erit ad quadratum ipsius b c. Cumque b c. per hyp. sit rationalis: erunt d c. potentia tantum rationalis: & b c. longitudine rationalis: quare, per diffin. harum, excessus b d. Residuum quintum erit: quandoquidem d c. potentior quam c b. in quadrato lineæ sibi incommensurabili: Igitur & b e. ipsi b d. æqualis Residuum quintum erit. Atque ideo, per sexagesimam primam huius, quadratum ipsius b e. erit residuum primum. Est autem quadratum ipsius b e. æquale rectangulo b a. a e. Igitur quod fit ex b a. in ipsam a e. residuum primum est. Sed quod fit ex b a. in a e. diuisum in b a. rationalem, exhibet ipsam a e. Ergo, per sexagesimam quintam huius, a e. quotiens diuisionis, est commensurabilis & cognominis ipsi diuise, hoc est, quod fit ex b a. in a e. quod est residuum primum: Itaque a c. Residuum primum est: quod restabat demonstrandum. Quæ demonstratio, ad omnem quantitatem transfertur: sicut infert propositio.

PROPOSITIO 104^a.

Si maior portio quantitatis secundum extremam medianq, rationem diuisa, fuerit rationalis; minor erit Residuum quintum. Sit quantitas f g. vt proponitur, diuisa in partes f h. h g. ponaturque f h. maior portio rationalis. Dico, quod reliqua g h. erit Residuum quintum. Ponatur enim rationalis quantitas a b. sic diuisa in partes b e. e a. Eritque per præcedentem, maior pars b e. residuum quintum, & reliqua e a. residuum primum. Cumque, propter proportionem similem, sit sicut b a. ad ipsam b e. sic f h. ad ipsam h g. & permutatum, sicut b a. ad ipsam f h. sic b e. ad ipsam h g. atque b a. & f h. sint inter se commensurabiles, quia rationales; erunt per quadagesimam octauam huius, ipsæ b e. h g. inter se commensurabiles: Sed b e. residuum quintum. Igitur per sexagesimam quartam huius, h g. residuum quintum erit. Quod fuit demonstrandum.

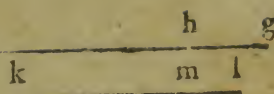


PROPO-

PROPOSITIO 105^a.

Si minor portio quantitatis secundum extremum mediamque, rationem diuisa, fuerit rationalis, minor erit binomium quintum. f

Sit quantitas fg. vt proponitur, diuisa in partes fh. h g. ponaturque minor portio gh. rationalis. Dico tunc, quod fh. maior portio erit binomium quintum. Ponatur enim quantitas kl. similiter diuisa, in km. ml. cuius maior portio km. sit rationalis: eritque, per præcedentem, lm. reliqua portio residuum quintum. Sed propter similem proportionem, sicut lm. ad ipsam mk. sic gh. ad ipsam hf. Ergo per decimam quintam sexti, quod fit ex lm. hf. æquale est ei, quod fit ex mk. gh. rationale autem, quod ex mk. gh. quandoquidem ipse rationales. Igitur quod ex lm. hf. rationale est. Sic ergo lm. Residuum quintum multiplicans ipsam hf. producit quantitatem rationalem. Quare, per septuagesimam septimam ipsam, hf. multiplicata quantitas erit binomium quintum: quod ostendendum proponebatur.



COROLLARIUM.

Hinc manifestum est, quod si tota linea sic diuisa, siue utralibet portionum ponatur potentia tantum rationalis, adhuc portiones erunt, quæ dictæ sunt, irrationales, scilicet Residua, & binomium. Nam si duæ lineæ, vna rationalis, & altera potentialiter tantum rationalis sic diuisæ fuerint, propter proportionem eandem, portiones huius, portionibus illius, per quadragesimum octauam, commensurabiles potentialiter erunt: & idcirco per sexagesimam septimam, eiusdem generis cum illis. Similiter, si portio maior illius rationalis, ac portio maior huius potentia tantum rationalis ponatur, tunc reliquæ portiones erunt residua. Si verò minor portio illius rationalis, ac minor huius potentia tantum rationalis sit, tunc maiores binomia erunt: sicut infert corollarium.

PROPOSITIO 106^a.

Si circulus, cuius diameter rationalis circumferbat triangulum, quadratum, & hexagonum æquilaterum: solum latus hexagoni rationale est: latus verò tum trianguli, quàm quadrati

GG 4 poten-

Potentialiter tantum rationale & longitudine incommensurabile ipsius circuli diametro. Pater: nam latus hexagoni æquale est semidiametro circuli circumscriptoris, ut in quarto Elementorum ostensum est. Latus autem trianguli potentialiter triplum; latus verò quadrati potentialiter duplum est ad semidiametrum: quæ rationes cum nequaquam sint, sicut numeri quadrati ad numerum quadratum, iam per secundum Corollarium quinquagesimæ tertie huius, latera talia incommensurabilia sunt semidiametro, & perinde diametro: sicut proponitur. Talis autem laterum ratio in decimotertio Elementorum demonstratur.

COROLLARIUM.

Et manifestum est simul, quod latus trianguli ad latus quadrati in eodem circulo descriptorum potentialiter est sesquialterum, & perinde incommensurabile.

PROPOSITIO 107^a.

Si circulus, cuius diameter rationalis circumscriptat decagonum, pentagonum, octogonum, atque dodecagonum æquilaterum: tunc latus decagoni erit Residuum quintum, latus pentagoni minor, latus octogoni minor, latus dodecagoni residuum sextum. De lateribus decagoni, & pentagoni ostensum est in decimotertio Elementorum: de lateribus autem octogoni & dodecagoni ostensum est in speculationibus nostris: sed ex his demonstrationibus hæ regulæ deducuntur.

DE FIGVRIS ÆQVILATERIS

REGVLÆ.

Quando triangulum, quadratum, hexagonum, decagonum, pentagonum, octogonum, dodecagonum in circulo, cuius diameter rationalis, describuntur, hæ sunt regulæ inueniendi huiusmodi figurarum latera singula.

Quadratum lateris trianguli triplum est ad quadratum semidiametri.

Quadratum lateris quadrati, hoc est, ipsum quadratum descriptum, duplum est ad quadratum semidiametri.

Latus hexagoni æquale est ipsi semidiametro.

Latus

LIBRI SECVNDI, PARS II. 169

Latus decagoni est residuum quintum, cuius maior portio potentialiter sesquiquarta est ad semidiametrum. Minor verò portio est dimidium semidiametri.

Quadratum lateris pentagoni est residuum quartum, cuius maior portio est dupla sesquialtera ad quadratum semidiametri: minor verò portio potentialiter sesquiquarta ad quadratum semidiametri. Vnde latus ipsum linea irrationalis erit, quæ, MINOR.

Quadratum lateris octogoni est etiam Residuum quartum, cuius maior portio dupla est ad quadratum semidiametri: minor verò portio potentialiter dupla ad quadratum semidiametri. Vnde latus ipsum octogoni, sicut pentagoni, irrationalis erit, quæ, MINOR.

Latus dodecagoni est residuum sextum, cuius maior portio potentialiter sesquialtera est ad semidiametrum: minor verò potentialiter sub dupla eiusdem semidiametri.

PROPOSITIO. 180^a.

Si sphaera, cuius diameter rationalis, circumscribat quinque solida regularia: tam pyramidis, quam octahedri & cubilatus potentia tantum rationale est: ipsi q, diametro longitudine incommensurable: latus autem icosaedri, minor: latus verò dodecahedri, Residuum sextum. Patet: nam latus pyramidis ad semidiametrum potentia est, sicut 8. ad 3. latus octahedri duplum, latus cubi sesquitertium, latera duorum reliquorum irrationalia, sicut in tertio decimo Elementorum ostensum est. Vnde regulæ sequentes.

DE SOLIDIS REGVLARIBVS

REGVLAE.

Quando Pyramis, octahedrum, cubus, icosaedrum, dodecahedrum in sphaera, cuius diameter rationalis, describuntur; hæ sunt regulæ inueniendi huiusmodi solidorum latera singula.

Quadratum lateris pyramidis duplum superpartiens duas tertias est ad quadratum semidiametri.

Quadratum

Quadratum lateris octahedri, duplum est ad quadratum semidiametri.

Quadratum lateris cubi, sesquitercium est ad quadratum semidiametri.

COROLLARIUM.

Vnde manifestum est, quòd latus Pyramidis ad latus octahedri potentia sesquitercium : ad latus cubi : duplum, & latus octahedri ad latus cubi sesquialterum.

Quadratum lateris icosaedri est residuum quartum, cuius maior portio dupla est ad quadratum semidiametri : minor verò portio potentialiter subsesquiquarta ad quadratum semidiametri. Vnde latus ipsum erit irrationalis, quæ
MINOR.

Latus dodecahedri est Residuum sextum, cuius maior portio est potentialiter superpartiens duas tertias ad semidiametrum ; minor verò portio subtripla eiusdem semidiametri.

Ex quo calculo sequitur, Ingeniosissime Lector, vt sicut quadratum lateris hexagoni, siue semidiametri cum quadrato lateris decagoni coniunctum constat quadratum lateris pentagoni ; sic & in solidis in eadem sphaera descriptis, quadratum lateris pyramidis, cum quadrato cubici lateris simul acceptum, constituit quadratum sphaerice diametri. Item sicut in circulo, semidiametro, siue latere hexagoni secundum extremam, mediamque rationem diuisa, maior portio est decagoni latus : ita in sphaera, latere cubi similiter diuiso, maior portio erit dodecahedri latus. Quæ omnia quamquam demonstrata sunt in Elementis Geometricis, tamen ex ipso calculo apertissime notescunt. Quorum exempla hic subijcio.

LATERA

LATERA FIGVRARVM AEQVILATERVM.

Semidiameter circuli—2. Rat^{lis}. □. eius—4
 Latus \triangle ^{li} ————r. 12 Ra. po. □. eius—12
 Latus \square ^{ti} ————r. 8. Ra. po. □. eius—8
 Latus \ast ⁿⁱ ————2. Ra. □. eius—4
 Latus decagoni—r. v. m. r. Res. 5^u □. ei⁹—6. m. r. 20. Res p^u
 Latus \diamond —r. v.—10. m. r. 20. Minor □. ei⁹—10. m. r. 20. Ref. 4^u
 Latus 8ⁿⁱ.—r. v.—8. m. r. 32. Minor. □. ei⁹—8. m. r. 32. Ref. 4^u
 Latus 12ⁿⁱ—r. 6. m. r. 2. Res. 6^u.

LATERA SOLIDORVM REGVLARIVM.

Semidiameter sphaerae—2. Rat^{lis} □. eius—4
 Latus Pyramidis —r. 10^z Ra. po. □. eius—10^z
 Latus Octahedri—r. 8. Ra. po. □. eius—8
 Latus Cubi ————r. 5^z Ra. po. □. eius—5^z
 L. Icosahedri—r. v. 8. m. r. 12^z Minor □. ei⁹ 8. m. r. 12^z Ref. 4^u
 L. Dodecahedri. r. 6^z m. r. 1^z Ref. 6^u

Si linea duorum pedum secetur secundum extremam mediamque rationem, maior eius portio fiet r. 5. m. r. Residuum scilicet quintum. Minor vero. 3. m. r. 5. primum. Item si linea r. 5^z similiter diuidatur, maior eius portio erit r. 6. z. m. r. 1^z residuum sextum. Minor vero. r. 12. m. r. 6^z.

PROPOSITIO 109^a.

Si circuli pentagoni equilateri circumscribentis diameter fuerit linea irrationalis Minor comensurabilis minori proprie; tunc latus pentagoni erit Residuum quartum. Si autem latus Pentagoni ponatur Rationale; tunc diameter erit irrationalis, quae Maior. Si denum latus pentagoni ponatur Maior praedictae commen-

$$\begin{array}{r} a \\ \hline b \\ \hline c \\ \hline d \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a \\ \hline b \\ \hline c \\ \hline d \\ \hline \end{array}$$

commensurabilis: tunc diameter erit binomium. . Sit a. linea circuli diameter rationalis, b. autem linea latus pentagoni in eo circulo descripti. Eritque per 107^a præcedentem, b. minor. Rursum ponatur c. linea minor ipsi b. commensurabilis diametro alterius circuli, & latus pentagoni in circulo c. descripti sit linea d. aio, quod linea d. est residuum quartum. Cum enim diametri circulorum sint lateribus similibus figurarum circumscriptarum proportionales, erit, sicut a. ad b. sic c. ad d. Quare, quod fit ex a. in d. æquum est, quod ex b. in c. Sed id, quod ex b. in c. est Residuum quartum per septuagesimam primam huius, quoniam b c. sunt minores inuicem commensurabiles: igitur, quod fit ex a. in d. erit Residuum quartum. Cumq; id ipsum diuisum in a. rationalem exhibeat in quotiente ipsam d. erit d. per sexagesimam quintam huius, Residuum quartum: & hæc est prima pars propositi. Deinde ponatur d. latus pentagoni rationale: tunc dico, quod c. diameter circuli circumscriptis ipsum erit maior. Nam propter dictam proportionem diametrorum & laterum, erit, quod fit ex a d. æquum ei, quod ex b c. Rationale est autem, quod fit ex a d. quoniam a d. rationales ponuntur. Igitur rationale est, quod fit ex b c. sed hoc diuisum per b. Minorem reddit ipsam c. ergo per centesimam secundam huius, c. Maior est ipsius b. Minoris correlatiua. & hoc est, quod secundo loco proponebatur. Denum ponatur d. latus pentagoni Maior, ipsius b. correlatiua, hoc est, commensurabilem & proportionalium nominum: tunc aio, quod c. diameter circuli circumscriptis ipsum, erit binomium. Namque, vt prius, erit quod fit ex a d. æquum ei, quod ex b c. Sed quod ex a. rationali in d. Maiorem fit, per sexagesimam tertiam huius: Maior est ipsi d. Maiori commensurabilis. Igitur, quod sub b c. Maior est proportionalium & commensurabilium nominum ipsius b. nominibus commensurabilem. Verum hoc diuisum per b. Minorem, per octuagesimam quintam, exhibet binomium, exhibet autem ipsam c. Ergo c. Binomium: quod supererat demonstrandum.

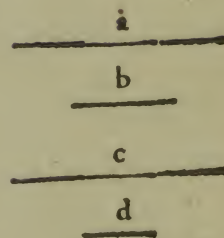
COROL-

COROLLARIUM.

Quod si pro latere pentagoni, sumatur latus octagoni: vel si pro diametro circuli, sumatur diameter sphere: & pro latere pentagoni latus icosaedri: eadem omnia, quæ proposita & demonstrata sunt, sequentur. Nam, per 107^a precedentem, posita diametro rationali, tam latus octagoni in circulo talis diametri, quam latus icosaedri in talis diametri sphaera descripti, Minor est, per præmissam, centesimam octauam.

PROPOSITIO 110^a.

Si circuli decagonum æquilaterum circumscribentis diameter fuerit Residuum commensurabile Residuo proprio: tunc latus decagoni erit Residuum primum. Si autem latus decagoni ponatur rationale: tunc diameter erit Binomium: commensurabile nomen Residui proprii nominibus. Si demum latus decagoni ponatur binomium commensurabile nomen Residui proprii nominibus: tunc diameter erit binomium primum. Sit a. linea Circuli diameter rationalis, b. autem linea latus decagoni in eo descripti: eritque, per præmissam 107^a b. residuum quintum. Rursum ponatur c. linea Residuum ipsi b. commensurabile, diameter alterius circuli. Et latus decagoni in circulo c. descripti sit linea d. Dico tunc quod d. erit Residuum primum. Nam propter proportionem harum quatuor linearum, erit, quod sit ex a d. æquum ei, quod ex b c. Sed quod ex b c. sit, per septuagesimam primam huius, est Residuum primum: quoniam b c. sunt residua inuicem commensurabilia. Igitur quod sit ex a d. Residuum primum est. Quod diuisum in a. rationalem, cum exhibeat in quotiente ipsam d. Erit d. per sexagesimam quintam huius, Residuum primum. Et hæc est prima pars propositi. Deinde ponatur d. latus decagoni rationale: tunc aio, quod c. diameter circuli circumscribentis ipsum erit Binomium habens nomina commensurabilia ipsius b. Residui nominibus. Nam propter dictam proportionem diametrorum & laterum, erit quod sit ex a d. æquale ei quod sit ex b c. Rationale est autem, quod sit ex a d. quoniam a d. Rationales ponuntur. Igitur



tur Rationale est, quod ex b c. Sed hoc cum diuisum per b. Residuum exhibeat in quotiente ipsam c. erit per septuagesimam nonam huius, c. binomium commensurabile nomen ipsius b. diuisoris nominibus: quod secundo loco proponebatur. Demum ponatur d. latus Decagoni binomium commensurabile nomen ipsius b. residui nominibus: Dico tunc, quod c. diameter circuli circumscribentis ipsum, erit Binomium primum. Nam, sicut antea, erit, quod fit ex a d. equum ei, quod ex b c. Sed quod ex a. Rationali in d. binomium fit, est, per sexagesimam tertiam huius, binomium ipsi d. binomio commensurabile: igitur quod sub b c. binomium est nomen commensurabile ipsius b. Residui nominibus: Cumque hoc diuisum per b. residuum exhibeat in quotiente ipsam c. iam pridem per octuagesimam tertiam huius, erit c. binomium primum: & hoc est tertium, quod restabat demonstrandum.

COROLLARIUM.

Quod si pro latere decagoni, sumatur latus Dodecagoni: vel si pro diametro circuli, sumatur diameter sphere, & pro latere Decagoni latus Dodecahedri: eadem omnia que proposita hic & ostensa sunt, similiter sequentur. Nam, per 107^a, posita diametro rationali, latus dodecagoni Residuum sextum. At per 108, latus dodecahedri, adhuc idem residuum est.

Denique tam super lateribus isopleurarum figurarum, tam planarum, quam solidarum, quam super earum perpendicularibus, quam etiam super lineis media extremaque ratione diuisis portionibus possent formari variae ac penitus infinitae quaestiones; nunc videlicet circuli diametrum, nunc latera, nunc segmenta supponendo irrationalia, nunc cuiusvis speciei aut ordinis irrationalia. sic igitur in immensa, atque inextricabilem irrationalium syluam, videlicet trinomia, quadrinomia, mediales secundas, tertias, & ceteras, quae infinitae sunt. Quae tamen ex ipso calculo curiosius notescere possunt. Nobis satis sit, haecenus processisse, proximamque decimi-

LIBRI SECVNDI, PARS II. 175

decimi Elementorum demonstrasse, ac multa ab Euclide
omissa conclusisse. Cetera relinquo curiosioribus. Sed
obscura, minusque necessaria minus curanda sunt. Quod
& Cicero in Officiis præcipere videtur.

*Libri secundi Arithmeticonum Maurolyci finis : hora
decima octava, diei Sabbati, qui fuit Iulij 24^o. Cum
Messanæ cum multo pontis & arcus
apparatu expectaretur Io. Cerda,
Methynensium Dux,
Prorex. Indiç. 15.*

M. D. LVII.

VENETIIS, M D LXXV.
Apud Franciscum Franciscium Senensem:

STANT E CUM...
...
...
...
...



...
...
...

INDEX LVCVBRATIONVM.



*Uclidis elementa, discussis Interpretum erroribus, tam Cā-
pani nimium sibi confidentis, quàm Zamberti professio-
nem Ignorantis. Cum additionibus quarundam propo-
sitionum, præsertim ad regularia solida spectantiam.*

*Theodosij Sphærica elementa libris tribus, astronomiæ prin-
cipijs necessaria.*

*Menelai Sphærica libris. 3. multis demonstrationibus adaucta, ad scien-
tiam sphaeralium triangulorum pertinentia.*

*Apollonij Conica elementa libris 4. & demonstrationibus, & lineamentis
opportunis instaurata.*

Sereni Cylindrica, libris. 2.

*Archimedis opera, De dimensione Circuli, De Sphæra & Cylindro. De
Isoperimetris, De momentis æqualibus, De Quadratura Parabolæ. De
spheroidibus & Conoidibus figuris. De spiralibus. Cum additione de-
monstrationum, facilius demonstrata.*

Iordanj Arithmetica, & Data.

Theonis Data geometrica.

*Rogerij Baconis, & Io. Petsan Perspectiua breuiata cum adnotationibus
errorum.*

Ptolemei Specula. Et de speculo vstorio libellus.

Autolyçi de sphaera, quæ mouetur.

Theodosij de habitationibus.

Euclidis Phænomena breuissimè demonstrata.

*Aristotelis problemata mechanica, cum additionibus complurimis, & iis,
quæ ad pyxidem nauticam, & quæ ad Iridem spectant.*

PROPRIA IPSIVS AVTHORIS.

*Prologi, siue sermones quidam De diuisione artium, De quantitate, De pro-
portione, De mathematica authoribus, De sphaera, De Cosmographia
De Conicis, De solidis regularibus, De operibus Archimedis, De qua-
dratura Circuli, De Instrumentis, De Calculo, De perspectiua, De musica,
De diuinatione.*

*Arithmetica speculatiua libris duobus: in quorum primo multa de formis
tam planis, quàm solidis numerorum à nemine hætenus animaduersa.
In secundo autem theoria & praxis rationalium & irrationalium ma-
gnitudinum per numericos terminos cum multis nouis, quæ ad decimū*

H h Euclidis

Euclidis faciunt, demonstrationibus abunde tractatur.
 Arithmetica data libellis quattuor demonstrata.
 Positionū & rei demonstrationes ad quattuor praecepta vel capita redactae.
 Sphaericorum libelli duo. In quibus multa à Menelao neglecta, vel omissa
 suppleantur pro Sphaeralium scientia triangulorum.
 Sphaera mobilis in cæto Capita pro circulis primi motus.
 Cosmographia de forma, situ, numeroq; calorū & elementorum olim
 Petro Bembo dicata.
 Conicorum elementorum quintus & sextus post quattuor Apollonii li-
 bros locandi.
 De Compaginatione solidorum regularium.
 Quae figura tam plana, quàm solida locum impleant, ubi Auerroes Geo-
 metriam ignorasse indicatur.
 De momentis aequalibus libri quattuor: in quorum postremo de centrīs soli-
 dorum ab Archimede commissis agitur: & de centro solidi parabolici.
 De quadrati geometrici, Quadrantis, & Astrolabi speculatione, fabrica,
 usuq;.
 De lineis horariis libri 3. In quibus tota huiusmodi linearum theoria, quo
 ad situm, colligantiam & descriptionem ipsarum plene tractatur. Nam
 lineae horariae à meridie caepae, secant periferiam quandam in iis punctis
 in quibus eandem tangunt lineae horariae ab occasu vel ortu exensae. Ta-
 lis autem periferia vel circulus est, uel ex Conicis sectionibus aliqua, sci-
 licet Parabolè, Ellipsis, uel hyperbolè.
 Photismi de lumine, & umbra, ad perspectiuam & radiorum incidentiam
 facientes.
 Diaphana in 3. libros diuisa. In quorum primo de perspicuis corporibus.
 In 2. de iride. in 3. autem de organi uisualis structura, & conspici-
 liorum formis agitur.
 Quaestionum arithmeticarum libelli. 3. Geometricarum libelli 2. Astrono-
 micorum problematum tres: in quibus regulae cum exemplis traduntur.
 Adnotationes omnimodae in diuersos Mathematicae locos.
 Canones tabularū Alfonsi, Blanchini Eclipsium, Directionū primi mobilis.
 Compendium Mathematicae breuissimum.
 Elementorum Euclidis Epitome cum nouis & artificiosissimis in quintum,
 in arithmetica, in decimum, & in solidorum libros demonstrationibus.
 Conicorum Apollonii breuiarium libris 3. facilius & directe demonstratū.
 Tabula sinus recti supponens sinum maximum siue circuli semidiametrum
 plurium, quàm millies mille particularum. quod est totius geometrici,
 astronomiciq; calculi necessarium instrumentum.
 Compendium magnae constructionis Ptolomaicae omnium observationū astro-
 nomi-

nomicarum seriem paucis comprehendens ex breuiario Io. Regimontii.
 Compendium Boetianæ Musicae, cum optimis speculationibus & calculo
 ac modulatum ratione, & systematum proportionem.
 Sphaera in compendium breuiter omnia comprehendens, cum motuum secun-
 dorum Theoria.
 Computus Ecclesiasticus brevis & exactus.
 Adnotationes in Sphaeram Io. Sacrobusti, & in Theoricis planetarum.
 Quadrati, Quadrantis, Astrolabi, instrumenti armillaris & Sphaerae solidæ
 demonstratio, fabrica, & usus, per nouam, artificiosam, breuemq̃ ue spe-
 culationem.
 De lineis horariis regula breuissima, & Theoria pro quocunque horizonte.
 Compendium Sicaniæ historiae.
 Martyrologium Sanctorum correctum & instauratum. Cum Topographia
 & aliis appendicibus.
 Hymnorum ecclesiasticorum liber unus.
 Carminum & Epigrammatum libelli duo.
 Poemata Phocylidis & Pythagoræ moralia Latino metro.
 Genealogia Deorum, Io. Boccacii adaueta, cū multis Illustrum uirorum & prin-
 cipum carptim collectis prosapiis ad poesim & historiam necessariis.
 Rhythmi vulgari seu uernaculo sermone, in laudem S. Crucis.
 Chronologia ab Adamo protoplaisto, Christi, principum, praesulum, & no-
 tabilium rerum, breuissima.
 Itinerarium Syriacum cum historiis ad loca sacra pertinentibus.
 Ad Petrum Bembum de Aetneo incendio.
 Ad Synodi Tridentini patres epistola.
 Breuiaria.
 Platinae de uitis Pontificum.
 Sex librorum de uitis patrum.
 Decem librorum Laertii de uitis Philosophorum.
 Petri Criniti de uitis Poetarum.
 Octo librorum Polydori de inuentoribus rerum.
 Consiliorum Synodaliū.
 Sex librorum Diodori Siculi.
 Grammaticarum institutionum libri sex.
 Quadrati horarii fabrica, & usus.
 Demonstratio & praxis.
 Trium tabellarum sinus recti, benefica & fecunda, ad scientiam & calcu-
 lum triangulorum sphaeralium utiles.
 Compendium iudiciariae ex optimis quibusque authoribus decerptum in
 quo de naturis signorum & domorum 12. septemq̃ ue planetarum co-
 Hb 2 Stella-

Stellationum, aspectuum, directionum, profectionum, honoscorum, electionum, & questionum Regulae, praesertim ad agricolas, medicos, nautas & milites, & exclusis superstitionibus, directae.

Notandum quod ex supra scriptis operibus

Theodosij, Menelai Maurolyci Spherica: Item Autolici Sphera, Theodosii de habitationibus, Euclidis Phænomena. Demonstratio & praxis trium tabellarum sinus recti, secunda, ac Benefica, Compendium Mathematica breuissimum simul in unum uolumen: Messanae impressa fuerunt à Petro Spina filio, Georgii Spinae Germani. anno salutis 1558.

Item

Cosmographia olim Petro Bembo dicata 3. lib. Impressa fuit Venetiis apud Iunctas. anno salutis 1543. Et rursum Basileae apud Jo. Oporinum.

Item

Quadrati horarii fabrica & usus d. ^{llo.} Jo. XX. dicata, venetiis apud Nicolaum Bassaninum anno sal. 1546.

Item

Grammatica quaedam rudimenta, Messanae per eundem Georgii Spinae filium anno salutis 1528.

Rhythmi quoque materni de laude S.C. ibidē per eosdē anno salutis. 1552.

Item

Martyrologium correctum & instauratum Reuerend. domino M. Ant. Amulio Card. dicatum cum opographia cum multis appendicibus. anno salutis 1567. mense Septembris Venetiis apud Iunctas impressum, & iterum in forma parua mense Iulio. 1568.

Item

Historiae Sicanae compendium cū epistola simul ad patres Tridentinae Synodi, Messanae impressum per eundem Georgii Spinae filium & nepotes. anno sal. 1562.

Item

De uita Xpi, eiusq; matris, & gestis Apostolorum libelli octo senariis rhythmis uulgariis. Venetiis per Augustinum Bindonum. 1556

INDEX COPIOSVS IN DVOS LIBROS

ARITHMETICORVM,

Alphabetico ordine dispositus.

De litera A.



ADITIO omnis, & omnis sub tractio in quantitatibus cognitis irrationalibus, fieri potest per terminos Plus & Minus. 94

Aggregatum extremorum est duplum ad medium in omnibus tribus planis siue pyramidibus, siue columnis centralibus, sub continuato laterum numero susceptis. 38

Apotome, quæ quantitas sit. 86

Apotome, quantitatis, quid. 128

Arithmetica, omnis supputationis instrumentum. 83

Arithmeticonum definitiones, 2. & 85.

De litera B.

Bimediale primum ex quibus confectur. 129

Bimediale secundum ex quibus confectur. ibi.

Bimembrium quantitarum duarum species, quarum quælibet subdividitur in triplices, & quas. 130

Binarius parces numerum linearium metitur. 2

Binomia, quorum radices habent invicem proportionalia, & commensurabilia nomina, sortiuntur quæque proportionalia inter se, & commensurabilia nomina. 152

Binomij membra, siue Residui, quæ sint, & quot, & quæ species inde fiant. 138. & seq. 139. vsque ad 142.

Binomium multiplicans aliquam quantitatem, si produxerit quantitatem rationalem; multiplicata quantitas Residuum est, cuius nomina proportionalia, & commensurabilia sunt Binomij nominibus. 151

Binomiorum, ac residuorum in multiplicationibus quid prænotandum. 102.

Binomium, quæ quantitas dicatur. 86

Binomium ex quibus quantitatibus confectur. 128

Binomium multiplicans omnis rationalis quantitas per residuum, producit etiam Binomium, vel Residuum eiusdem speciei, ac multiplicato commensurabile. 145

Binomium si secetur per Residuum proportionalium, & commensurabilium nominum, proveniet ex divisione Binomium primum. 154

Binomium alibi, quam in suo puncto dividi, servata membrorum definitione, impossibile est. 155

Binomium, & residuum habet sex species distinctas, & quas. 129. & seq.

Binomium omne in Residuum eorundem nominum multiplicatum, producit quantitatem rationalem. 150

Binomium omne in Residuum proportionalium, & commensurabilium nominum multiplicatum, producit quantitatem rationalem. ibid.

Binomium multiplicans aliquam quantitatem, si produxerit quantitatem

H h 3 ratio-

I N D E X

rationalem, multiplicata quantitas
Residuum est, cuius nomina propor-
tionalia, & commensurabilia sunt
Binomij nominibus. 151
Binomium, & Residuum non solum
inter se magnitudine, sed etiam pri-
mo, secundo, & omni deinceps in
infinitum quadrato incommensura-
bilia sunt. 161

De litera C.

Circuli pentagonum æquilaterum cir-
cumferentis, si diameter fuerit li-
nea irrationalis Minor commensu-
rabilis minori propriè; tunc latus
pentagoni erit Residuum quartum.
Si autem latus pentagoni ponatur
rationale: tunc diameter erit irra-
tionalis, quæ Maior. Si demum la-
tus Pentagoni ponatur Maior præ-
dictæ commensurabilis, tunc diame-
ter erit Sinomium. 171
Circuli decagonum æquilaterum cir-
cumferentis, si diameter fuerit Re-
siduum commensurabile Residuo
proprio: Item si latus decagoni po-
natur rationale: Si demum latus
eiusdem decagoni ponatur Sino-
mium commensurabile nominum
Residui proprii nominibus; tunc
quid inde? 173
Circulus, cuius diameter rationalis, si
circumferat decagonum, pentago-
num, octogonum, atque dodecago-
num æquilaterum: tunc latus deca-
goni erit residuum quintum; latus
pentagoni minor; latus dodecago-
ni residuum sextum. 168
Circulus, cuius diameter rationalis, si
circumferat triangulum, quatri-
angulum, & hexagonum æquilaterum;
solum latus hexagoni rationale est:
latus verò tam trianguli, quam qua-
drati potentialiter tantum rationa-
le, & longitudine incommensura-
bile ipsius circuli diametro. 168
Columnæ primæ numerorum linea-
rium. unde formantur. 22

Columnæ triangulæ primæ, quibus py-
ramidibus æquales. ibid.
Columnæ quadratæ primæ. ibid.
Columnæ pentagonæ primæ. ibid.
Columnæ hexagonæ primæ. ibid.
Columna omnis pentagona linearis
prima cum quadrato collateralis,
quid efficiat. 6
Columna omnis hexagona prima cum
suo hexagono collateralis, & triangu-
lo quid consummet. eod.
Columna omnis triangula secunda cū
collateralis quadrato & triangulo pri-
mis, quid former. eod.
Columna omnis quadrata secunda cū
duplo collateralis quadrati primi,
quid faciat. ibid.
Columna omnis pentagona secunda
cum duplo collateralis quadrati pri-
mi, quid construet. ibid.
Columna hexagona secunda cum he-
xagono secundo & impari collateralis
quid efformet. 6
Columna eadem cum quadrato, & he-
xagono prædictis, quid faciat. fol. c.
Columna omnis septangula cum hexa-
gono secundo & impari, quid faciat. e.
Octangula cum hexagono secundo &
impari. ibid.
Columnæ secundæ linearis confectio.
fol. b
& Columnæ omnis secundi ordinis. ib.
Columna omnis triangula prima linea-
ris cum duplo sui trianguli, quid con-
ficiat. ibid.
Columna numeraria triangula, ex quo
construatur. ibi.
Quadrata pentagona & Hexagona. ibi.
Columna omnis quadrata, siue Cubus
ex quibus componatur. 17
Columna omnis pentagona, ex quibus
construatur. 18
Columna omnis hexagona terragoni-
ca, ex quibus fabricetur.
Columna omnis hexagona equiangula,
cui aggregato æqualeat. 19
Columna omnis hexagona equiangula,
ex quibus coagmentetur. ibid.
Columna omnis triangula, cui aggre-
gato

I N D E X.

gato æqualis .	20. 21	mones sint .	67. 68
Columna omnis triangula cum duplo sui trianguli, æquivaleret triplo pyra- midis triangulæ collateralis.	21	Cubi duo partium cum triplis medio- rum proportionalium coniuncti, cõ- ficiunt cubum rotius.	78
Columna omnis cẽtralis, ex quibus pro- creetur.	33	Cuborum omnium a singulis radici- bus factorum aggregato, æquale est id quod fit ex aggregato, quolibet radicum ab unitate ordinarum in se ipsum multiplicato.	122
Columna oĩs triangula centralis cum quadrato, & triangulo primi generis collateralibus, triplum facit suæ py- ramidis.	39	Cubum qui numeri consent.	27
Columna omnis quadrata centralis cũ duplo quadrati collateralis primi ge- neris coniuncta, triplum facit suæ pyramidis.	40	Cubus omnis cui pyramidi æqualis	21
Columna omnis pentagona centralis cum duplo quadrati collateralis, & cum triangulo precedente primi ge- neris, triplũ facit suæ pyramidis.	40	Cubus omnis cum sequenti hexagono æquiungulo coniunctus, constituit cubum sequentem.	22
Columna omnis pentagona cum du- plo quadrati collateralis simul sum- pta, triplum ualeat suæ pyramidis pẽ- tagonæ.	28	Item parte altera longior, quẽ cõficiat quadratum.	23
Columna omnis sexagona æquiangu- la cum sexagono tetragonũ collate- rali, cum quẽ duobus triangulis, col- lateralibus scilicet, & precedenti pariter sumpta, triplum facit suæ pyramidis hexagonæ.	30	Cubus collateralis, ex eo, quod fit ex ra- dice in parte altera longiori collate- rali cum quadrato collateralis con- iunctum, conficitur.	24
Columna omnis centralis, ex quibus coagmentetur.	37. 38	Cubus radice ex eo, quod fit ex radice in triangulum præcedentem duplica- tum, & cum quadrato radice coniu- ctum, conficitur.	24
Columna omnis octogona, cum quibus figuris numeratis, triplum suæ pyra- midis efficiat.	42. 43	Cubus omnis cum trianguli præceden- tis quadrato coniunctus, trianguli collateralis efficit quadratum.	25
Columnarum centralium quadrata, pẽ- tagona, sexagona, septangula, octan- gula quẽ, cum quibus, & ad cuius in- star, triplũ suæ pyramidis efficiat.	43	Cubus omnis cum quadrato & trian- gulo collateralibus coniunctus, tri- plum efficit suæ quadratæ pyrami- dis.	28
Columna omnis heptagona cum exa- gono primi generis, & quadrato col- lateralibus, atque triangulo procedẽ- ti coniuncta, efficit triplum suæ pyra- midis.	41	Cubus, regulare solidum, hexahedrum dicitur a basium numero.	46
Columnæ primi generis.	39	Cubus, Regularis, quot unitates con- tineat.	48
Ite centrales.	ibid.	Cubus mixtus, ex quibus cõponatur.	53
Cubus omnis lineatis cum suo quadra- to, & triangulo, quid conficiat.	fol. 62	Cubus omnis centralis, æqualis est octa- hedro centrali, sibi collateralis.	60
Cubus, solidum regulare, ex quibus cõ- ficiatur.	fol. C	Cubus omnis primi generis, cui aggre- gato æqualis.	54
Cubi & octahedri centrales, qui Gno-		Cubus quantitatis alicuius sit ex mul- tiplicatione radice in quadra- tum.	85
		Cubus omnis, siue octahedrus centralis cum impari collateralis coniunctus, æquivaleret duplo tetrahedri centra- lis.	72
		Et cuborum eorundem duplũ, ex qui- bus aggregatis formetur.	ibid.

H h 4 Cubus

I N D E X

Cubus omnis centralis cum impari collaterali coniunctus, conficit duplum aggregati cuborum primi generis collateralis & præcedentis. 72
 Cubus omnis primi generis cum præcedenti cubo coniunctus conficit collateralis Tetrahedrum centalem. ibid.

De litera D.

DEnominator numerus, qui. 35
 Dias lineæ assimilatur. 2
 Dodecahedrus, regulare solidum, ex quibus construatur. fol. C
 Dodecahedrus, regulare, ex quot unitatibus constet: cui secundo Icosa-hedrus secundus æqualis, & sic deinceps. 48
 Dodecahedrus numerus omnis, equalis est Icosahedro numero sibi collateralis. 60
 Duarum quantitatum plurium nominum aggregatum, aut differentia, quomodo inuestigetur. 101

De litera E.

Evelides quod productum quantitatum uocet Mediale. 137. & seq.

De litera F.

Figura omnis centralis super addit præcedenti figuræ triangulum. 32
 Forma omnis numeraria centralis plana superficialis, ex quib. construatur. 32
 Forma omnis centralis plana, ex quibus fiat. 33. 35
 Formæ numerariæ primi generis. 3
 Formæ numerariæ centrales, quæ. 32

De litera G.

Geometria continet omnium quantitatum species, & quas. 86
 Gnomonum numerarius, ex quibus conficitur, & quem quadratum ipsæ

conficiat. 26
 Gnomonum, scilicet collateralis ex ordine gnomonum ab unitate continuatorum, atque quadratorum ex quadratis primis in se ductis genitorum per additionem successiuam constituentium; unusquisque cui aggregato sit similis. 57
 Et eisdem gnomones esse pyramides triangulas centrales per impares locos dispositas. ibid.

De litera H.

Heptagoni linearis efformatio.
 Heptagonus, ex quibus fiat. 32
 Heptagonus omnis centralis, ex quibus astruatur. 34
 Hexagoni primi numerorum linearum formatio. fol. a
 Hexagoni secundi equianguli linearis formatio. fol. b
 Hexagoni primi ab unitate continuati per ordinem, sunt & trianguli numeri locorum imparium. 10
 Hexagonus ex quibus conficitur. 2
 Hexagonus primus, ex quibus conficitur. 8
 Hexagonus omnis ex quibus conficitur. 8
 Hexagonus tetragonus, siue primus, est omnis numerus perfectus. 10
 Hexagonus omnis tetragonus cum præcedenti quadrato coniunctus, quem hexagonum compleat. 13
 Hexagonus centralis, ex quibus perficitur. 32
 Hexagonus omnis centralis formatur ex formis primi generis, scilicet hexagono collateralis, & quadrato præcedenti. 34
 Hexagonus equiangularis, ex quibus quadratus conficiatur. 77
 Idem cum patre altera longiore collateralis coniunctum, consummat quadratum imparis collateralis. ibid.
 Idem cum quo Cubo coniunctus conficitur. 77

I N D E X

ficiat Cubū collateralem . 78
 Icoſahedrum, regulare ſolidum, ex qui-
 bus conſtet .
 Icoſahedrum ſolidum Regulare, quot
 ſolidos angulos, baſes cum centro
 habeat, & ex quo. unitatibus conſti-
 tuatur . 48
 Icoſahedrus omnis cum quadruplo im-
 paris collateralis coniunctus, confi-
 cit quincuplum collateralis pyrami-
 dis centralis . 74
 Impar omnis in quadratum ſecundæ
 ſpeciei, hoc eſt, centralem ſibi colla-
 teralem multiplicatus, quem gno-
 monem producat . 54

De litera L.

L Atera figurarū æquilaterum. 171
 Linea Medialis, quæ . 129

De litera M.

M Agnitudinum irrationaliū defini-
 tiones . 123
 Magnitudines commenſurabiles dicen-
 tur, quas communis meſura meti-
 tur . 128
 Incommenſurabiles verò, quæ. ibid.
 Magnitudines duæ omnes vni cōmen-
 ſurabiles, ſunt inuicem commēſu-
 rabiles . 132
 Maior, ex quibus qualitatibus confi-
 ciatur . 129
 Medialis quantitatis quæ . 128
 Mediale quæ quantitas vocetur . 129
 Mediale, quid vocetur ab Euclide. ibi.
 Mediale eorum potens, quid ſit. ibi.
 Medialis quantitas, quæ . 86
 Minor quatuor quantitatum exceſſus
 dicatur . 1029
 Monas puncto aſſimilatur . 2
 Multiplicans quando eſt rationalis. 134

De litera N.

N omina multiplicāda, quando per
 Plus, aut Minus ſignāda . 102
 Numeri lineares impares quomodo for-

mentur . ibid.
 Numerus perfectus qui : & eius condi-
 tiones . fol. e
 Numeri lineares & eorum tabella fo. 4
 Numerorum præcedentis Tabellæ for-
 matio . fol. a, & ſeq.
 Numerator numerus, qui . 85
 Numeri impares ab unitate per binarij
 appoſitionem ſucceſſiue fiunt . 4
 Numeri impares & pares in ordine ra-
 dicum alternatim, & inuicem ſuc-
 cedunt . ibid.
 Numeri ab unitate continuati, ſi ex ra-
 dicibus ab unitate diſpoſitis ſumā-
 tur tres, vel quinque, vel ſeptem, vel
 ſub quavis impari multitudine : tūc
 illorum aggregatum quale erit ei,
 qui ſit ex ductu medij in poſtremū. 9
 Numeri plerique quadrati ſunt, qui
 coniuncti quadratum numerum fa-
 ciunt . 13
 Numeri ſunt termini Arithmetice. 83
 Numeri duo ſi fuerint in proportione
 cuborum numerorum, qui ſit ex
 vno eorum in quadratum reliqui,
 cubus erit . 108
 Numeri ſi fuerint tres, quinque, ſeptē,
 vel ſub alterius cuiuslibet imparis
 multitudine, ſumpti æquali exceſſu,
 & ſucceſſiue crescentes, eorum ag-
 gregatum æquum erit ei numero,
 qui ex ductu medij in multitudine
 multiplicati procreabitur. 68. & ſeq.
 Numeri duo cuborum ſeruantēs ratio-
 nem, ſi ſinguli multiplicent ſuum
 productum, qui ex inde ſient, cubi
 numeri erunt . 110
 Numeris in tribus æquali exceſſu exe-
 ſcentibus congeries extremorum æ-
 qualis eſt duplo medij . 11
 Numeris quatuor proportionalibus exi-
 ſtentibus : quod ſit ex primo in vlti-
 mum, æquale erit ei, quod ſit ex re-
 liquis . 75
 Numerorum ſuperſicialium primi ge-
 neris ſpecies . 2
 Numerorum Radices, quæ. ibid.
 Numero ex quouis quod ſit ſi quolibet
 numeros, æquale eſt ei quod ſit ex
 G g ſ illo

I N D E X

illo in aggregatum ex his. 75
Numerorum de ductu, atque Linearū
& solidorum quicquid ratione, pro-
portione, symmetria atque simili-
tudinē rōcinamus; idem de quolibet
quantitatis genere demonstrare atque
concludere possumus. 86
Numeros duos unitate distantes, si ali-
quis multiplicet, multiplicans erit
differentia productorum. 75
Numerus quoruplex. 2
Numerus primus superficialium, ter-
narius; in solidis, quaternarius. ibid.
Numerus linearum imparis, a quo mē-
surretur. ibid.
Numerus quilibet quot habet unitates
totum in ordine radicū locum forti-
tur. Et è contrā. 4
Numerus omnis datus, inuenitur in or-
dine radicū. ibid. 4
Numerus omnis perfectus, qui. 10
Numerus omnis parte altera longior
triplicatus, & cum unitate coniun-
ctus, conficit hexagonum equangu-
lum collateralem. 11
Numerus quadratus, unde semper re-
sultet. 69
Numerus aliquis si duos singulos mul-
tiplicet; producta erunt multiplicatis
æqualia. 75
Numerus multitudinis imparium ab
unitate dispositorum in se ductus,
producit aggregatum ipsorum im-
parium omnium. 116
Numerus multitudinis parium ab uni-
tate successiue dispositorum, multi-
plicatus in numerum unitate maio-
rem, producit aggregatum ipsorum
parium omnium. ibid.

De litera O.

Octahedrus, regulare solidum, ex
quibus conficiatur. fol. C
Octahedrus, regulare solidū, ex quibus
coalescat. 46. 47
Octahedri numeri primæ speciei con-
structio. 47

Octahedro primi generis collateralis du-
ploque triangulæ pyramidis. 54
Octahedrus, solidū Regulares, quot uni-
tates complectatur. 48
Octahedrus, Regulare, secundus sicut se-
cundo Cubo, ita tertius tertio, &
deinceps, adequatur. 48
Octahedrus primi generis, ex duabus
quadratis pyramidibus primi gene-
ris & quæ illæ sint. 53
Octahedrus omnis primi generis, æqua-
lis est pyramidi quadratæ centrali,
sibi que collateralis. 54
Octogoni linearis formatio. fol. 6
Octogonus, unde formetur. 32
Octogonus omnis est equalis quadrato
imparis numeri sibi collateralis. 35

De litera P.

Par omnis cum paribus coniunctus
conficit collateralem parte altera
longiorem. 45
Par omnis præcedenti quadrato apposi-
tus, constituit sequentem quadra-
tum. 77
Pentagoni primi numerorum linearū
constructio. fol. a
Pentagoni secundi linearis forma-
tio. fol. 6
Pentagonus numerus ex quibus conda-
tur. 2
Pentagoni tres centrales cum quinque
unitatibus simul sumptis, quibus
triangulis cum unitatibus æquales
sint. 60
Pentagonus unde constituatur. 78
Pentagonus centralis, unde constet. 32
Pentagonus omnis centralis, ex penta-
gono primi generis collateralis, & ex
præcedenti quadrato constituitur. 34
Plani primi generis. 35
Plani centrales. ibid.
Portiones quæ constituunt Maiorem,
sunt etiam ipsæ irrationales Maior, &
Minor. 163
Potens rationale, ac mediale, ex quibus
content quantitatibus. 129
Excellus

I N D E X

Excessus quarum quantitarum quomodo vocandus.	ibid.	Pyramis omnis centralis, ex quorum aggregatione confletur.	33
Potens duo medialia ex quibus quantitatibus fiat.	ibid.	Pyramis omnis centralis, ex quibus confletur.	36
Excessus talium edictarum quantitarum quomodo uocandus.	ibid.	Pyramis, regulare, Tetrahedrum vocatur à baliū numero.	46
Productum, quę quantitas dicatur.	85	Pyramis, Regularis, quot vnitates habeat.	47
Proueniens quantitas, siue Quotiens quę dicatur.	85	Pyramis triangula, congeries est triangulorum.	122
Pyramides triangulę primę numerorū linearium unde formentur.	fol. a	Punctum non habet partem in continuis, sicut vnitas in discretis.	2
Pyramides quadratę unde fiant.	ibid.		
Et pyramid. pętagonę, & sexagonę.	ib.		
Pyramides quadratę primę vnde construantur.	ibid.		
Item Pyramides pentagonę primę.	ib.		
Et Pyramides hexagonę.	ibid.		
Pyramides secundę lineares quomodo formentur.	fol. 6		
Item Pyramides secundę triangulę.	ib.		
Item Pyramides quadratę secundę.	ib.		
Item Pyramides pętagonę, secundę.	ib.		
Item Pyramides hexagonę, secundę.	ib.		
Item Heptagonę & octogonę secundę.	ibid.		
Pyramides primi generis.	37		
Pyramides centrales.	ibid.		
Pyramides tres quadratę centrales cum quatuor axibus sumptę, quibus pyramidibus cū axibus sint æquales.	59		
Pyramides tres pętagonę centrales cū quinque axibus, quibus pyramidibus cum axibus æquales sint.	60		
Pyramis triangula numeraria ex quibus fiat.	2		
Item quadrata pyramis, vnde.	ibid.		
Pentagona, & Hexagona vnde.	ibid.		
Pyramis hexagona duplex.	2		
Pyramis omnis triangula cum præcedenti pyramide triangula coniuncta construit pyramidem quadratam si bi collateralem.	14		
Pyramis omnis pentagona, ex quibus conflet, & constituatur.	14. 15		
Pyramis omnis hexagona tetragonica & quibus confletur.	15		
Pyramis omnis hexagona æquiangula ex quibus conflet, & construatur.	16		
Cui æqualis.	17		
		De litera Q.	
		Quadrati secundi linearis compositionis.	fol. b
		Quadrati primi linearium numerorum constructio.	fol. a
		Item eiusdem altera parte longioris.	ib.
		Quadrata, quadratorum est congeries; pentagona, pentagonorum. & deinceps.	122
		Quadrata omnium duarum quantitarum inuicem commensurabilium, sunt ad inuicem sicut quadrati numeri: & Cubi ad inuicem, sicut cubi numeri: & secunda quadrata sicut bis quadrati numeri.	135
		Et prædictę duę quātitates sunt inter se commensurabiles.	ibid.
		Et quando incommensurabiles.	136
		Quadrata portionum irrationalis lineę bimembris, quę Maior appellatur, sunt Binomium, & Residuum quartę speciei.	162
		Quadrata portionum potentis Rationale, ac Mediale, sunt Binomium, ac Residuum aliquando quintę, aliquando sextę speciei.	163
		Quadrata potētis duo medialia portionum, sunt etiā Binomium, etiam Residuum quinque quintę, & quinque sextę speciei.	164
		Quadrati numeri continuati ab vnitate ipsis imparibus collaterales, unde construantur.	7
		Quadrati tres centrales cum quatuor vnitatibus sumpti, sunt æquales quatuor	

I N D E X

tuor triangulis centralibus cum tri- bus unitatibus simul acceptis in co- dem loco .	59	Quadratus numerarius centralis, ex quibus componatur .	32
Quadrati quadratorum vnde procre- entur; quos et quadratos secundos appellat Autor .	70	Quadratus omnis centralis, ex quibus conficiatur .	33
Ex quibus gnomones ad monadū continua eorum adiectione seriatim constituuntur .	71	Quadratus numerus, ex quibus semper resultet .	69
Et quomodo ipsi Gnomones vocandi sint .	ibid.	Quadratus secundus ex quo confie- tur .	86
Quadratorum a quocumque ab unita- te ordinatis radicibus factorum ad habendum cumulum, Regula .	121	Quadratus sicut est ad duplum suæ ra- dicis, sic est collateralis triangulus ad sequentem radicem .	119
Quadratorum inæqualium omne ag- gregatum excedit duplum producti radicum in quadrato differentie ra- dicum .	142	Quadrupli singuli numerorum impa- rium ab unitate per ordinem conti- nuatorum, si post zifiam disponan- tur, ex eorū successiva aggregatio- ne construuntur quadrati numeri a paribus collateralibus in se multipli- catis, producti .	45
Eiusdem demonstratio .	143	Quantitas in quantitatem quando parti- ri dicatur .	85
Quadratum imparis collateralis ex qui- bus componatur .	61	Quantitas posita quæ, & vnde nomi- netur .	ibid.
Quadrati alicuius quantitatis quod .	85	Quantitas multiplex ad positam, quo numero denominetur .	ibi.
Quadratus numerus, ex quibus confle- tur .	2	Quantitas continens partem, vel partē positæ, quibus numeris significetur .	ibid.
Quadratus omnis numerarius cum ra- dice sua coniunctus, conficit sequen- tem parte altera longiorem .	5	Quantitas significata ad positam, quā habeat rationem .	ibid.
Quadratus omnis parte altera longior cū radice collateralis coniunctus cō- stat collateralem quadratum .	6	Quantitas significata ad positas quot modis se habere possit .	ibid.
Quadratus omnis cum radice sua, & cum radicem sequenti coniunctus, consummat quadratum sequentē .	6	Quantitas cum quantitate quando cō- iungi dicatur . & quando subtra- hi .	ibid.
Quadratus omnis cum impari sequēte coniunctus, constituit quadratum se- quentem .	7	Quantitas, quantitatem quando multi- plicare dicatur .	ibid.
Quadratus omnis cum duplo suæ radi- cis, & unitate coniunctus, constituit quadratum sequentem .	7	Quantitas magnitudine rationalis, quæ .	86
Quadratus omnis cum radice sua con- iunctus, & inde triplicatus, ac mox cum unitate positus, quam formam conficiat .	11	Quantitas potentia tantum rationalis, quæ .	86
Quadratus omnis trianguli, cui cubo- rum quadrato æqualis .	25	Quantitas cubo tantum rationalis, quæ & quando .	86
Idem parte altera longior, quem exce- dat .	26	Quantitas secundo quadrato tantum ra- tionalis .	86
Quadratus omnis imparis, quem qua- dratum excedat .	26	Quantitas quælibet si in duo segmen- ta dividatur, id quod sit ex vitoli- bet assumpto segmento in quadratū totius, æquum erit his duobus, sci- licet quæ sunt ex utraque sectionum in	

I N D E X

- in quadratum reliquæ, & ei quod fit ex quadrato assumpti segmenti in totam. 106
- Quantitas quælibet si in duo segmenta secetur, cubus, qui ex tota æquius erit his, scilicet duobus cubis sectionum, & triplo eius, quod fit ex quadrato utriusque in reliquam. 106
- Quantitas bimembris, & Residualis, non solum inter se magnitudine, sed etiam potentialiter in infinitum commensurabiles sunt. 161
- Quantitas omnis potentia rationalis diuisa in Binomium, exibat in quotiente Residuum. 164
- Quantitas omnis potentia rationalis diuisa in Residuum, exibat in quotiente Binomium. 164
- Quantitas omnis potentialiter rationalis, diuisa in Binomiale, reddit in quotiente residualem correlatiuam: Diuisa verò in Residualem, reddit in quotiente Binomiale correlatiuam. Idemque dicendum de quantitate simpliciter rationali. 165
- Quantitates, quarum denominatores sunt æquales, sunt ad inuicem sicut numeratores. 89
- Quantitatem quinque bimembrium quamlibet, alibi, quam in suo termino distinguere, seruata definitione, impossibile est. 156
- Quantitates, quarum Numeratores sunt æquales, sunt ad inuicem sicut Denominatores ordine commutato. ibid.
- Quantitates quocunque eum fuerint per idem clementum seriatim crescentes, ex dimidio numeri ipsarum in congetiem, ex prima & vltima multiplicato, producit aggregatum ipsarum omnium. 115
- Quantitates quocunque si in vno ordine fuerint continuè proportionales, & in secundo ordine quantitates vna plures in eadem ratione continuè proportionales ita, vt earum differentia sint quantitatibus primi ordinis singulæ singulis æquales: tunc differentia primæ, & postremæ secundi ordinis, æqualis erit aggregato quantitatibus primi ordinis. 116
- Quantitates quocunque si secundum duos terminos sumantur continuè proportionales, quantum extremam multiplicent ipsi termini: tunc productorum differentia diuisa inter terminorum differentiam, exhibet aggregatum ipsarum quantitatibus. 117
- Quantitates potentia commensurabiles, quæ. 128
- Incommensurabiles verò, quæ. ibi.
- Quantitates in secunda potentia commensurabiles, quæ. ibid.
- Incommensurabiles verò, quæ. ibid.
- Quantitates cubo commensurabiles quæ. ibid.
- Incommensurabiles verò, quæ. ibid.
- Quantitates duæ omnes proportionales duobus quantitatibus quoquo modo commensurabilibus, sunt eodem modo commensurabiles. Et proportionales duabus aliquo modo incommensurabilibus, sunt eodem modo incommensurabiles. 133
- Quantitates duæ omnes, inuicem commensurabiles, sunt sicut numerus ad numerum, & hæc sunt inuicem commensurabiles. 131
- Quantitates duæ inuicem incommensurabiles, non sunt ad inuicem sicut numerus ad numerum. 132
- Quantitates duæ omnes, quarum vna commenturabilis est alicui tertiæ, reliqua vero eidem incommensurabilis, sunt ad inuicem incommensurabiles. ibid.
- Quantitates duæ omnes inuicem commensurabiles coniunctæ, faciunt eiusdem generis quantitatibus, & sibi commenturabilem. 147
- Quantitates duæ bimembres eiusdem generis inuicem commensurabiles, per ordinem sex irrationalium sumptæ inter se multiplicatæ, produciunt singulas binomii species. 149
- Quantitates duæ Residuales eiusdem generis, inuicem commensurabiles per

I N D E X

per ordinem sex generum sumptæ
inter se multiplicatæ, producant sin-
gulas Residui species. 149

Quantitates duæ bimembres eiusdem
generis potentialiter inuicem com-
mensurabiles, inter se multiplica-
tæ, producant Binomia. 149

Quantitates duæ Residuales eiusdem
generis inuicem potentia commensurabiles, inter se multiplicatæ, Re-
siduum producant. 150

Quantitatibus ex quocunque inui-
cem commensurabilibus aggrega-
tum, est singulis partibus commensurabile, & eiusdem generis cum eis-
dem. 148

Quantitati multiplicatæ si productum
fuerit commensurabile, tunc multi-
plicans est rationalis. 134

Quantitatis species. 130. & seq.

Quantitatis propositæ duorum aut plu-
rium nominum, in datam vnius no-
minis quantitatem partitio. 104

Quantitatis duorum, aut plurium no-
minum propositæ, in datam duorum
nominum quantitatem diuisio. 105

Quantitatibus duabus propositis, cubo
tantum cognitis, earum coniunctio,
& minoris à maiore subtractio. 108

Quantitatis vnius nominis in quanti-
tatem duorum aut plurium nomi-
num, multiplicatio. 102

Quantitatis cuiuspiam propositæ radi-
cis quadratæ extractio. 110

Quantitatis cuiuspiam propositæ ra-
dicis cubicæ extractio. 112

Quantitatis omnis secundum extremam
mediamque rationem diuise, vtra-
que portio Residuum est: Maior sci-
licet quintum, Minorum autem pri-
mum. 165

Quantitatis secundum extremam, me-
diamque rationem diuise, si Maior
portio fuerit rationalis, Minor erit
Residuum quintum. 156

Quantitatis secundum extremam, me-
diamque rationem diuise, si Minor
portio fuerit rationalis; Maior erit
Binomium quintum. 167

Quantitatibus duabus propositis, qua-
rum quadrata tantum vel cubi tan-
tum, vel secunda quadrata tantum
cognita supponuntur, alterius in al-
teram partitio. 96

Quantitatibus duabus propositis, alte-
rius in alteram partitio. 93

Quantitatibus duabus propositis, alte-
rius in alteram multiplicatio. 92

Quantitatibus duabus inæqualibus
propositis, minoris à maiori subtra-
ctio. 92

Quantitatibus in continuè proportio-
nalibus, si prima, & secunda fuerint
rationales, tunc sequentes in eadem
proportionem continuatæ semper in
infinitum rationales erunt. 126

Quantitatum duarum propositarum
per potentias cognititas, aut per cubos
tantum datos, cogerici, aut excessus
inuestigatio. 79

Quantitatum omnis additio, subtractio,
multiplicatio, seu diuisio, vel radicis
extractio, sit per eos numeros, à qui-
bus ipsæ quantitates significatur. 89

Quantitatum duarum propositarum
coniunctio. 90

Quantitatum duarum ratio componi-
tur ex rationibus numeratorum, &
denominatorum, ordine commuta-
to sumptis. 90

Quantitatibus duabus propositis inæ-
qualibus, minoris à maiori subtra-
ctio. 91

Quantitatum duarum propositarum
quarum vel quadrata tantum, vel
cubi tantum, vel secunda quadra-
ta tantum cognita supponuntur, in-
uicem multiplicatio. 94

Quantitatum duarum propositarum po-
tentia tantum, vel cubo tantum, vel
secundo quadrato tantum rationa-
lium, inuicem commensurabilium,
inuicem coniunctio, vel alterius ad
alteram subtractio. 100

Quantitatum duarum propositarum,
singularum, duorum, aut plurium
nominum, inuicem multiplicatio. 104

Quantitatum irrationalium bimem-
brium

I N D E X

- brium definitiones. 128
- Quantitatum duarum omnium inuicem incommensurabilium congeries, & excessus sunt inter se, & ipsae inuicem incommensurabiles. 132
- Item si congeries unius earum sit incommensurabilis, erit & reliquae incommensurabiles, & ipsae inter se incommensurabiles. ibid.
- Quantitatum duarum omnium inuicem incommensurabilium congeries, & excessus, sunt inter se & ipsis inuicem incommensurabiles. & si congeries unius earum sit incommensurabilis, erit & reliquae incommensurabiles, & ipsae inter se incommensurabiles. 133
- Quantitatum omnium duarum inuicem commensurabilium quadrata, sunt ad inuicem sicut quadrati numeri: & Cubi ad inuicem, sicut Cubi numeri: & secunda quadrata, sicut bis quadrati numeri. 135
- Quantitatum duarum potentia tantum rationalium inuicem commensurabilium, omne productum est rationale. 137
- Quantitatum duarum rationalium & potentialiter tantum inter se commensurabilium, omne productum est potentia tantum rationale: quod ab Euclide vocatur Mediale. ibid.
- Quantitatum quinque residualium quamlibet esse excessum aliorum, quam suorum membrorum, seruata definitione, impossibile est. 138
- Quotiens quantitas quae. 85
- Quantitas rationalis quae. 128
- Irrationalis vero quae. ibid.
- Quantitas medialis, quae. 128
- Quantitas rationalis potentia tantum, quae. Rationalis cubo tantum. ibid.
- Quantitas potentia tantum rationalis quae. 129
- Quantitas omnis rationalis multiplicans aliquam quantitatem, producit quantitatem multiplicatam cognominem, & commensurabilem. 133
- Quantitas, quae metitur partes, metitur & totum: & quae metitur totum & ablatum, metitur & relictum. ibid.
- Quantitas omnis diuisa pro quantitate sibi commensurabilem, exhibet in quotiente quantitatem rationalem. 134
- Quantitas quaedam si in duo segmenta dissecatur, cubus totius aequalis erit his, scilicet duobus cubis segmentorum, & triplo solidi sub tota & singulis segmentis contenti. 137
- Quantitas omnis rationalis multiplicans quamlibet irrationalium quantitatum siue bimbrem, siue eius correlatiuam residualem; producit eiusdem generis irrationalem, ac multiplicatam commensurabilem. 146
- Quantitas omnis commensurabilis cuiuspiam ex irrationalium ordine, est eiusdem generis irrationalis, & habet eidem proportionalia, & commensurabilia nomina. 147
- Quantitas omnis irrationalis diuisa per quamuis rationalem, exhibet in quotiente quantitatem sibi cognominem, & commensurabilem. 147
- Quantitas omnis potentialiter commensurabiles alicui ex irrationalibus, est eiusdem generis quantitas. 148
- Quantitas omnis potentia irrationalis multiplicans aliquam ex irrationalibus, producit eiusdem generis quantitatem. 148
- Quantitas omnis irrationalis diuisa in quantitatem potentia rationalem, exhibet in quotiente quantitatem sibi cognominem. 148
- Quantitas omnis rationalis diuisa in Binomium, exhibet in quotiente Residuum, cuius nomina commensurabilia sunt, & proportionalia ipsius Binomii nominibus. 152
- Quantitas omnis rationalis diuisa in residuum, exhibet in quotiente Binomium, cuius nomina incommensurabilia sunt, & proportionalia ipsius Residui nominibus. 152
- Quantitas omnis irrationalis bimembris multiplicans residualem quantitatem

ratem eorundem, siue proportiona-
lium, & commensurabilium nomi-
num, producit quantitatem poten-
tia rationalem, & quandoque ratio-
nalem. 153

Quantitas quolibet bimembris si sece-
tur per residualem quantitatem pro-
portionalium, & commensurabiliū
nominum, proueniet ex diuisione ta-
li Binomium. 154

Quantitas quolibet residualis si secetur
per bimembriē quantitatem propor-
tionalium, & cōmensurabilium no-
minum, proueniet ex diuisione tali
Residuū. 155

Quantitas omnis medialis multipli-
cans aliquam irrationalem de nume-
ro sex generum, siue bimembrem,
siue residualem, producit omnino
aliquid de numero earundem. 158

Quantitas omnis medialis diuidens ali-
quam ex irrationalibus, siue bimem-
bribus, siue residualibus, præstat in
quotiente aliquam de numero ea-
rundem. 159

Quantitas omnis secundo quadrato
commensurabilis alicui irrationali,
siue de numero bimembrium, siue
residualium, est etiam de numero
earundem. ibid.

Quantitas omnis irrationalis, siue de
numero sit bimembrium, siue resi-
dualium, non solum magnitudine,
ac potentia irrationalis est, hoc est,
quo ad primum quadratum; sed
etiam quo ad secundum, & sequen-
tia in infinitum quadrata. 160

De littera R.

Radices numerorum linearium vn
de formentur. fol. a

Radices numerorum, quæ 28

Radices numerarum singulæ duplica-
tæ constituunt pares numeros singu-
los per ordinem. 4

Radicum vnitatem distantium ex aggre-
gato in aggregatum quadratorum
ipsarum radicum producitur disse-

rentia ipsorum quadratorum. 79

Radicum quolibet (si fuerit ab vnitatem
ordinatarum) quod sit ex aggrega-
to multiplicato in duplum radice vl-
timæ, si iungatur cum ipso radicum
aggregato, conflabit triplum aggre-
gati omnium quadratorum ex dictis
radicibus singulis factorum. 119

Radices quolibet (si fuerit ab vnitatem
ordinatæ) quod sit ex aggregato po-
stremæ & sequentis radicum in pro-
ductum ex eisdem, duplum semper
est ad congeriem ex cubo quadrato,
& triangulo collateralibus postremæ:
Et perindem sexcuplum pyramidis
quadrata collateralis, hoc est, aggre-
gati quadratorum ex radicibus ordi-
natis productorum. 120

Radices singularum residui specierum,
quales sint quantitates, & quæ 143

Radices quando habeant æqualia no-
mina, & è contrario. 114

Radicibus quolibet ab vnitatem propo-
sitis, si radix proximè sequens mul-
tiplicet aggregatum ex quadrato po-
stremæ & ex dimidio ipsius postre-
mæ; producet triplū summæ qua-
dratorum ipsarum radicum propo-
sitarum. 121

Radicum ab vnitatem per ordinem di-
spositarum, vltima in succedentem
multiplicata, producit numerum,
cuius dimidium est aggregatum ip-
sarum omnium radicum. 116

Radix omnis numeraria cum radice
præcedenti, facit sibi collateralem
imparem; cum sequenti verò se-
quentem. 5

Radix omnis numeraria multiplicata
in radicem sequentem, producit du-
plum trianguli sibi collateralis. 5

Radix omnis ducta in imparem colla-
teralem, producit hexagonum pri-
mum collateralem. 8

Radix omnis media inter vnitatem &
imparem in ordine radicum, multi-
plicata in talem imparem, quid pro-
ducit. 9

Radix omnis sexcuplicata, & cum vni-
tate,

I N D E X

tate cumq ue sexcuplo præcedentis trianguli coniuncta, quam formam numerariam consummet. 10	nominibus . 1
Rationalis tantum quantitas, quæ 86	Residuum si secetur per Binomium proportionalium, & commensurabi- lium nominum, proueniet ex diui- sione Residuum primum . 154
Rationalis magnitudine quantitas, quæ . 66	Residuum mediale secundum quid . ibidem .
Rationalis quantitas quæ vocetur. 128	Residuū esse excessum aliorum, quàm suorum membrorum, seruata eius definitione, impossibile est . 157
Irrationalis vero, quæ ibid.	
Rationalis potentia tantum quantitas, quæ ibid.	De litera S.
Rationale tam potentis, ac Mediale, quàm potentis duo Medialia portio- ne, sunt quandoque potens Ratio- nale, ac Mediale, & deinceps 164	Solida Regularia quomodo formantur. fol. c.
Rationis datæ, toties quoties quis pro- ponat, multiplicatio . 123	Solidorum vnumquodque ex quibus constare debeat . 49
Rationis datæ bifariæ, siue trifariæ, plurifariæ, vtcunque quispiam postu- lauerit, æqualiter partitio . 124	Solidorum definitiones - 53
Rationum duarum propositarum con- iunctio . 123	Sphæra, cuius diameter rationalis, si circumscribat quinque solida regula- ria; tam pyramidis, quàm octahe- dri, & cubi latus, potentia tantum ra- tionale est: ipsique diametro longi- tudine incommensurabile: Latus autem & Icosahedri, minor: latus verò dodecahedri, Residuum sex- tum . 169
Rationum duarum propositarum alte- rius ab altera subtractio . ibid.	De litera T.
Recisum, quæ quantitas vocetur. 86	Tetrahedrum seu Pyramis, Regula- re solidum, ex quibus construatur. fol. c.
Regulariorum solidorum formatio fol. c. & seq.	Quod est cubus mistus . fol. d.
Regula ad habendum cumulum qua- dratorum a quocunque ab vnitatem ordinatis radicibus factorum . 121	Tetrahedrus centralis vnde conficia- tur . 23
Regularia, siue solida Geometrica, quot & quæ 46	Tetrahedrus omnis centralis, potest ef- se cubus cubas centralis tertij gene- ris . ibid.
Regulæ de figuris æquilateris . 168	Tetras solido est similis . 2
Regulæ de solidibus regularibus . 169	Trianguli primi numerorum linea- rium constructio . fol. a.
Residua, quorum radices habent inui- cem proportionalia, & commensu- rabilia nomina, sortiuntur propor- tionalia inter se & commensurabi- lia nomina . 153	Trianguli secundi numerorum line- arium formatio . fol. s. 6.
Residui species, quarum quantitatum quadrata sint . 144	Triangulis in tribus continuatis in or- dine triangulorum congeries extre- morum, vnitatem excedit duplum me- dij .
Residuum, quæ quantitas nuncupe- tur . 86	Trianguli latus ad latus quadrati et eodem
Residuum, siue Apotome quid . 128	
Residuum mediale primum quid . 129	
Residuum multiplicans aliquam quan- titem, si fecerit quantitatem ratio- nalem; multiplicata quantitas Bino- mium est, cuius nomina proportiona- lia sunt, & commensurabilia Residui	

I N D E X

eodem circulo descriptorum poten- tialiter, est sexquialterum, & perinde incommensurable. 168	quadratum. 24
Triangulus omnis numerarius dupli- catus, efficit numerum parte altera longiorem sequentem. 5	Triangulus omnis centralis constat ex collateralis triangulo, & præcedenti quadrato primi generis. 33
Triangulus cum præcedenti triangulo coniunctus, perficit quadratum sibi collateralem. 6	Triangulus omnis multiplicatus in duplum collateralis radices, produ- cit aggregatum ex cubo & qua drato collateralibus. 119
Triangulus omnis quadruplicatus, & cum unitate coniunctus, efficit ag- gregatum collateralis, & sequentis quadratorum. 12	Trias superficiæ similis est. 2
Idem cum præcedenti quadrato, & cum sibi collateralis parte altera lon- giori coniunctus, quem hexagonum consummet. ibid.	
Triangulus numerus qui, & ex quibus constitit. 2	
Triangulus omnis octuplicatus cum unitate, conficit sequentis imparis	

De litera V.

Vnitates quomodo disponendæ ad ef- formanda solida numeralia. fol. 7. & sequen.	
Vnitas est principium, & constitutrix omnium numerorum. 2	
Vnitas semper ponitur in Regularibus solidis centralibus. 47	
Vnitas communis numerorum dimen- sio. 8	

Errata sic corrigito.

Fol. 106. uersu ultimo, æquum æquus. 117. 28. extrema extremam.
129. 1. Residum Residuum. 134. 30. proueniat. 163. 3. minor
maior.

00 5643918
00 5643919

